

## 激光聚焦次镜支撑小型三自由度机构运动分析

王施相<sup>1,2</sup>, 郭 劲<sup>1</sup>, 甘新基<sup>3</sup>, 王挺峰<sup>1</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 激光与物质相互作用国家重点实验室, 吉林 长春 130033; 2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 北华大学 机械工程学院, 吉林 吉林 132021)

**摘要:** 提出了利用一种可实现一个移动和两个转动的小型 3 自由度(3-DOF)并联机构来控制支撑激光聚焦次镜的方案。采用传统的欧拉角描述动平台运动方式, 建立了小型 3-PRS 机构的运动学模型, 分析了机构的正、逆运动学性能, 进行了包括约束雅克比矩阵的建立和伴生运动的求解。基于运动学分析, 定性分析了机构的奇异位形。联合 ADAMS 与 MATLAB, 计算了机构的可达工作空间, 动平台绕  $x$  轴最大运动角度为  $\pm 15.1671^\circ$ ; 绕  $y$  轴最大运动角度为  $\pm 13.3194^\circ$ ; 沿  $z$  轴方向的移动大约为 9.9541 mm, 分析证明该小型 3-PRS 机构完全满足支撑激光聚焦次镜结构的设计要求。

**关键词:** 激光聚焦; 次镜支撑; 小型; 三自由度并联机构; 运动学

**中图分类号:** TH741 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)12-3627-07

## Kinematic analysis of a 3-DOF mini mechanism based on laser beam focusing by bracing the secondary mirror

Wang Shixiang<sup>1,2</sup>, Guo Jin<sup>1</sup>, Gan Xinji<sup>3</sup>, Wang Tingfeng<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Laser Interaction with Matter Changchun, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. School of Mechanical Engineering, Beihua University, Jilin 132021, China)

**Abstract:** A 3-DOF parallel 3-PRS mechanism, which can realize one translational and two rotational motions and also can brace the secondary mirror used in laser beam focusing, was proposed. Traditional Euler angle for describing the motion of moving platform was adopted, and based on that, kinematic model of a 3-DOF mini mechanism was built to analyze its direct and inverse kinematics performances including Jacobian matrix generation and solving the problem of accompanying motions. Furthermore, qualitative analysis of singularity and quantitative analysis of the reachable workspace of the mechanism were given. By combining ADAMS with MATLAB, the maximum and minimum motions of the moving platform including the motions of rotational  $x$  axis, rotational  $y$  axis and along  $z$  axis were approximate  $15.1671^\circ$ ,  $13.3194^\circ$  and 9.9541 mm respectively. The derived results strongly prove that a 3-DOF mini mechanism can fulfill the design requirement of the supporting structure of supporting the secondary

收稿日期: 2015-04-05; 修订日期: 2015-05-03

基金项目: 长春市科技计划项目; 长科技合(2013270)

作者简介: 王施相(1991-), 男, 硕士生, 主要从事多自由度并联机构用于激光聚焦方面的研究。Email: wsx2736@163.com

导师简介: 郭劲(1964-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事激光与物质相互作用方面的研究。Email: guojin\_1964@126.com

mirror using laser beam focusing.

**Key words:** laser beam focusing; brace the secondary mirror; mini; 3-DOF parallel manipulator; kinematics

## 0 引言

随着激光技术<sup>[1-4]</sup>的快速发展,实际应用中激光聚焦<sup>[5-7]</sup>提出了越来越高的要求。传统激光聚焦次镜的直线型控制运动随着主镜多方向的位置偏差及重力、温度变形等因素,已经不能满足设计要求。通过设计适合多自由度运动的小型聚焦支撑运动结构,满足激光精确聚焦的意义重大。

并联机构因高精度低能耗、高刚性快反应、高灵活性和高承载能力的特性,特别是少自由度并联机构,在一定程度上减少了六自由度并联机构工作空间小、机构复杂、制造装配困难等问题,使得少自由度并联机构在精密医疗器械、电子学、生物工程和集成光学等领域得到了广泛的应用。

近年来,3-DOF 并联机构成为了热点之一。黄鹏等<sup>[8]</sup>提出了一种 3-PSP 机构并进行了速度特性及精度特性的分析;Pond 等<sup>[9]</sup>通过灵活空间最大化对比分析了三种不同类型组合的 3-PRS 机构。Lee 等<sup>[10]</sup>利用压电陶瓷驱动分析了 3-RPS 并联机器人在微动时的运动学性能;Carretero 等<sup>[11]</sup>设计分析了用于支撑卡塞格林式望远镜次镜系统的 3-PRS 并联机构的运动特性及工作空间;Merlet 等<sup>[12]</sup>优化设计了安装在内窥镜上的微动 3-PRS 并联机器人。

文中根据工程需求中环境适应性强、稳定性高、挡光面积小、负载大、结构紧凑和控制精度高等设计需求,综合考虑现有驱动器行程、精度及各类型的 3 自由度并联机构,提出了一种能够实现大量程、高精度和相对较高承载能力的用于激光聚焦次镜支撑的小型 3-PRS 并联机构,P、R 和 S 分别表示移动副、旋转副和球铰。

文中首先通过基于  $zxy$  欧拉角建立了小型 3-PRS 机构的运动学描述坐标系,分析了小型 3-PRS 机构的运动模式;其次,对小型 3-PRS 机构进行了逆、正运动学求解,建立了小型 3-PRS 机构的雅克比矩阵,并定量计算了小型 3-PRS 机构的伴生运动的大小;随后,分析了小型 3-PRS 机构的奇异性及

消除奇异性设计;最后,分析了特定尺寸下该机构的可达工作空间。

## 1 小型 3-PRS 机构描述

如图 1 所示,3-PRS 并联机构由静平台、动平台和三条相同的支链组成,并以相隔  $120^\circ$  均匀布置。每条支链依次由垂直放置的移动副(P)、旋转副(R)和球形铰链(S)组成。其中,移动副由固定在静平台上的步进电机驱动,其他关节为被动关节。

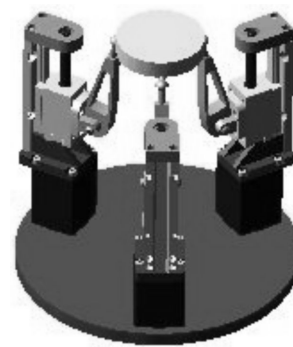


图 1 小型 3-PRS 机构 UG 模型

Fig.1 UG model of a 3-PRS mini mechanism

根据自由度计算公式可知,3-PRS 机构共有 8 个构件,9 个运动副,运动副的总自由度为 15,因此该机构共有  $6 \times (8-9-1) + 15 = 3$  个自由度。另外,根据螺旋理论<sup>[13]</sup>,这三个自由度分别为两个绕  $x$ 、 $y$  轴旋转和一个沿  $z$  轴移动自由度,这与工程实践中次镜的目标运动方向正好一一对应。

## 2 小型 3-PRS 机构运动学分析

从运动约束的角度分析,3-PRS 机构的动平台受到三条支链的共同约束,也即动平台六个自由度受到了三个约束条件的限制,这样,3-PRS 机构的动平台在实现三个目标自由度运动的同时,可能在另外三个自由度方向也存在运动,即伴生运动,该伴生运动由目标运动决定。因此,为了满足该机构在实际应用中

的要求,必须对 3-PRS 机构的坐标系建立方式、运动模式和包含的伴生运动的运动学进行深入分析。

2.1 建立坐标系

建立如图 2 所示的运动简图,其中静平台固定坐标系  $O-xyz$  的原点  $O$  在半径为  $a$  的静平台  $A_1A_2A_3$  中心,  $Oxy$  平面与静平台重合,  $-y$  轴过  $A_1$  点,  $z$  轴垂直静平台向上,  $x$  轴与  $y$ 、 $z$  轴形成右手坐标系。动坐标系  $P-uvw$  的原点  $P$  位于半径为  $b$  的动平台  $B_1B_2B_3$  中心,  $Puv$  平面与动平台重合,  $-v$  轴过  $B_2$  点,  $w$  轴垂直动平台向上,  $u$  轴与  $v$ 、 $w$  轴形成右手坐标系。三个定长连杆  $B_iD_i$  长为  $l$ , 三个滑动副沿着  $A_iD_i$  运动, 运动距离为  $d_i$ 。为了方便分析, 建立每一条支链的矢量闭环, 图中以  $OPA_1B_1$  为示例。其中在  $O$  坐标系下的  $P$ 、 $l_i$ 、 $d_i$ 、 $a_i$ 、 $q_i$  矢量分别表示  $\overrightarrow{OP}$ 、 $\overrightarrow{B_iD_i}$ 、 $\overrightarrow{A_iD_i}$ 、 $\overrightarrow{OA_i}$ 、 $\overrightarrow{OB_i}$ ,  $b_i$  为  $P$  坐标下的矢量表示  $\overrightarrow{PB_i}$ , 其中  $i=1, 2, 3$ 。由于各支链等间距,  $\alpha=120^\circ$ ,  $\beta=240^\circ$ 。定义  $d=[d_1 \ d_2 \ d_3]^T$  为三个驱动器的位移量。且定义  $X=[p_x \ p_y \ p_z \ \psi \ \theta \ \phi]^T$  表示动平台位姿。其中  $\psi$ 、 $\theta$ 、 $\phi$  分别为用欧拉角表示的分别绕固定坐标系  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴的旋转角度, 且  $P=[p_x \ p_y \ p_z]^T$ 。根据设计需求, 部分参数如表 1 所示。

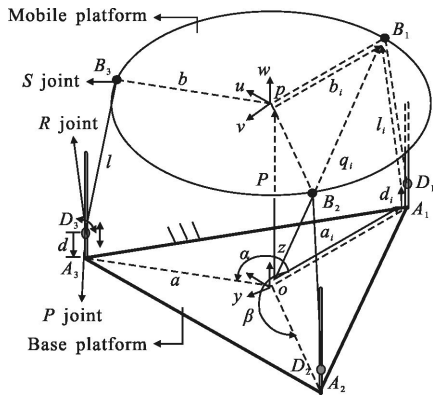


图 2 小型 3-PRS 机构简图

Fig.2 Schematic representation of a 3-PRS mechanism

表 1 结构参数

Tab.1 Architecture paramaters

Parameters	Value/mm	Parameters	Value/mm
$a$	30	$d_{max}$	10
$b$	25	$\Delta d$	0.001 5
$l$	30	$d_{min}$	0

2.2 伴生运动分析

由建立的坐标系可得各矢量表示如下:

$$a_1=[0 \ -a \ 0]^T \tag{1a}$$

$$a_2=[-\sqrt{3} \ a/2 \ a/2 \ 0]^T \tag{1b}$$

$$a_3=[\sqrt{3} \ a/2 \ a/2 \ 0]^T \tag{1c}$$

$$b_1=[0 \ -b \ 0]^T \tag{2a}$$

$$b_2=[-\sqrt{3} \ b/2 \ b/2 \ 0]^T \tag{2b}$$

$$b_3=[\sqrt{3} \ b/2 \ b/2 \ 0]^T \tag{2c}$$

通过  $zxy$  欧拉角描述的动平台旋转矩阵为:

$$R=R_y(\theta)R_x(\psi)R_z(\phi)= \begin{bmatrix} c\theta c\phi+s\psi s\theta s\phi & -c\theta s\phi+s\psi s\theta c\phi & c\psi s\theta \\ c\psi s\theta & c\psi c\phi & -s\psi \\ -s\theta c\phi+s\psi c\theta s\phi & s\theta s\phi+s\psi c\theta c\phi & c\psi c\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x \\ u_y & v_y & w_y \\ u_z & v_z & w_z \end{bmatrix} \tag{3}$$

式中:  $c$  代表余弦函数;  $s$  代表正弦函数。

$$q_1=P+Rb_1= \begin{bmatrix} p_x-bv_x \\ p_y-bv_y \\ p_z-bv_z \end{bmatrix} \tag{4a}$$

$$q_2=P+Rb_2= \begin{bmatrix} p_x-\sqrt{3} \ bu_x/2+bv_x/2 \\ p_y-\sqrt{3} \ bu_y/2+bv_y/2 \\ p_z-\sqrt{3} \ bu_z/2+bv_z/2 \end{bmatrix} \tag{4b}$$

$$q_3=P+Rb_3= \begin{bmatrix} p_x+\sqrt{3} \ bu_x/2+bv_x/2 \\ p_y+\sqrt{3} \ bu_y/2+bv_y/2 \\ p_z+\sqrt{3} \ bu_z/2+bv_z/2 \end{bmatrix} \tag{4c}$$

考虑到旋转副(R)使得球型铰链(S)只能在  $\overrightarrow{B_iD_i}$ 、 $\overrightarrow{A_iD_i}$  所确定的平面内运动, 因此可以得到以下三个约束方程:

$$q_{1x}=0 \tag{5a}$$

$$q_{2x}=-\sqrt{3} \ q_{2y} \tag{5b}$$

$$q_{3x}=\sqrt{3} \ q_{3y} \tag{5c}$$

将公式(5)分别对应代入公式(4)中, 便可得到:

$$p_x-bv_x=0 \tag{6}$$

$$p_x-\sqrt{3} \ bu_x/2+bv_x/2=-\sqrt{3} \ (p_y-\sqrt{3} \ bu_y/2+bv_y/2) \tag{7}$$

$$p_x+\sqrt{3} \ bu_x/2+bv_x/2=\sqrt{3} \ (p_y+\sqrt{3} \ bu_y/2+bv_y/2) \tag{8}$$

对公式(6)~(8)化简便可得到:

$$p_x=bu_x=bc\psi s\phi \tag{9}$$

$$p_y=b(u_x-v_x)/2=b(c\theta c\phi+s\psi s\theta s\phi-c\psi c\theta)/2 \tag{10}$$

$$\tan\phi=s\psi s\theta/c\psi+c\theta \tag{11}$$

考虑到球型铰链的限制, 动平台不可能绕  $x$ 、 $y$

轴无限转动,所以  $\psi > -\pi/2, \theta < \pi/2$  且  $c\psi + c\theta \neq 0$ , 所以公式(11)可以进一步表示为:

$$\phi = \text{Atan2}(s\psi s\theta, c\psi + c\theta) \quad (12)$$

至此,从公式(9)、(10)和(12)便得到了小型 3-PRS 机构在另外三个自由度上的伴生运动如图 3 所示。

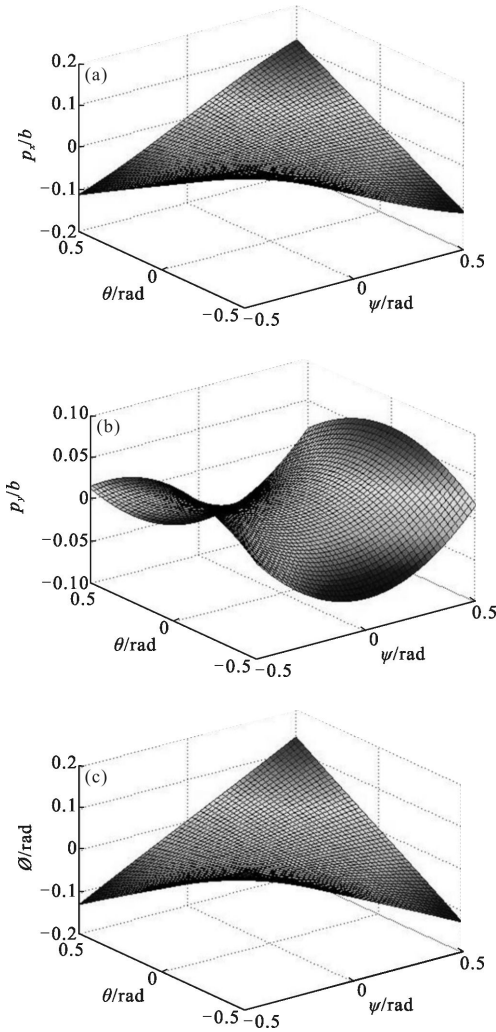


图 3 伴生运动图(a)沿 x 轴的相对动平台半径移动距离  $p_x/b$  的伴生运动(b)沿 y 轴的相对动平台半径移动距离  $p_y/b$  的伴生运动(c)绕 z 轴旋转欧拉角  $\phi$  的伴生运动

Fig.3 Parasitic motion (a) along x axis distance relative to the radius of the move platform  $p_x/b$  (b) along y axis distance relative to the radius of move platform  $p_y/b$  (c) around z axis rotating Eulerian angle  $\phi$

### 2.3 3-PRS 小型机构雅克比矩阵

参考图 2,可以得到每条(i)支链的闭环矢量式:

$$P + Rb_2 = a_i + b_i + I_i \quad (13)$$

其中每个驱动器的矢量可以表示如下:

$$d_i = [0 \ 0 \ d_i]^T \quad (14a)$$

$$d_2 = [0 \ 0 \ d_2]^T \quad (14b)$$

$$d_3 = [0 \ 0 \ d_3]^T \quad (14c)$$

将公式(13)关于时间微分将得到

$$v_p + w_p \times Rb_i = v_i d_i + l w_i \times I_i \quad (15)$$

式中:  $w_p, v_p$  分别表示动平台空间角速度和线速度;  $v_i$  表示驱动器速度;  $w_i$  表示定长连杆空间角速度。

为了消去  $w_i$ ,公式(15)两边同时点乘  $I_i$ ,得到

$$I_i \cdot v_p + (Rb_i \times I_i) \cdot w_p = v_i I_i \cdot d_i \quad (16)$$

令  $\dot{X} = [v_p \ w_p]^T, \dot{d} = [\dot{d}_1 \ \dot{d}_2 \ \dot{d}_3]^T$  分别表示动平台速度和驱动速率,公式(16)改写为矩阵形式:

$$J_x \dot{X} = J_q \dot{d} \quad (17)$$

其中

$$J_x = \begin{bmatrix} I_1^T & Rb_1 \times I_1 \\ I_2^T & Rb_2 \times I_2 \\ I_3^T & Rb_3 \times I_3 \end{bmatrix}_{3 \times 6} \quad (18)$$

$$J_q = \begin{bmatrix} I_1 \cdot d_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 \cdot d_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \cdot d_3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (19)$$

考虑到 3-PRS 机构可以用三个独立的自由度描述动平台的运动,所以  $\dot{X}$  又可以用下式表示为:

$$\dot{X} = J_x \dot{x} \quad (20)$$

其中三个独立变量速度  $\dot{x} = [\dot{p}_z \ \dot{\psi} \ \dot{\theta}]^T$ ,

$$J_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial p_z} & \frac{\partial p_x}{\partial \psi} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial p_y}{\partial p_z} & \frac{\partial p_y}{\partial \psi} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial \phi}{\partial p_z} & \frac{\partial \phi}{\partial \psi} & \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (21)$$

由公式(17)、(20)便可得到

$$\dot{d} = J \dot{x} \quad (22)$$

这里  $J = J_q^{-1} J_x J_r$  便是 3-PRS 机构的约束雅克比矩阵。

### 2.4 逆向运动学分析

运动学反解的目的是由已知动平台的输出位姿变量得到驱动器的输入变量。参考图 2 的闭环矢量式,可得矢量闭环

$$l_i = q_i - (d_i + a_i), i=1, 2, 3 \quad (23)$$

那么,连杆长度可以用下式表示:

$$l^2 = (q_i - (d_i + a_i))^T \cdot (q_i - (d_i + a_i)) \quad (24)$$

分别代入坐标值便可求出  $d_i$ , 由于平方关系的存在,每一个  $d_i$  都有两个值,因此最多可能存在八组驱动器运动位置组合。根据小型机构的位置及方向,只取负数平方根作为合理运动值。

### 2.5 正向运动学分析

给定驱动输入变量值,求得动平台的位姿输出变量值的分析方法属于正向运动学范畴。由公式(23)可得:

$$F_i = (q_i - (d_i + a_i))^T \cdot (q_i - (d_i + a_i)) - l^2 = 0, i=1, 2, 3 \quad (25)$$

运动学正解问题转变成了求解公式(25)所表示的非线性方程组。因方程不能用解析求解,这里采用牛顿迭代法求解。

$$x_{i+1} = x_i - \left( \frac{\partial F_i}{\partial x_i} \right)^{-1} F_i(x_i) \quad (26)$$

当  $\left( \frac{\partial F_i}{\partial x_i} \right)^{-1}$  非奇异,选定初值后,通过迭代方程组(26)必有唯一解。

## 3 奇异性分析

并联机构的奇异性对机构的结构设计及最终的运动路径都非常重要,尤其是工作空间范围内的奇异位置,必须设法避开。

### 3.1 确定奇异位形类型

一般通过雅克比矩阵来判断机构的奇异性。根据参考文献[13],公式(17)可以确定三种奇异性。

#### (1) 逆运动学奇异

此时,  $J_q^{-1}$  不存在也即  $\det(J_q) = 0$ 。从公式(19)  $J_q$  的表达式可知,只要其中任意一个或多个

$$l_i \cdot d_i = 0, (i=1, 2, 3) \quad (27)$$

即可满足行列式为零。而公式(27)同时表明,此时连杆与驱动器相互垂直。这种情况下,动平台失去与公式(27)相对应的自由度个数。

#### (2) 正运动学奇异

此时,  $J_x$  不可逆。由  $J_x$  的矩阵表达式可知,此时矩阵不满秩。只要其中任意两个或全部

$$Rb_i \times I_i = 0, (i=1, 2, 3) \quad (28)$$

即可出现正运动学奇异。公式(28)表明,有两个或三个连杆与动平台在同一平面内。这种情况下,动平台即使在驱动器定位后仍然能得到一个或多个自由度。

#### (3) 正、逆运动学综合奇异

此时,  $J_q$  不可逆且  $J_x$  不满秩。通常来讲,只有特定结构尺寸的机构才会出现这种奇异位形。比如,当  $\overrightarrow{B_1D_1} \perp \overrightarrow{PB_1}$ , 且  $\overrightarrow{B_2D_2}$  和  $\overrightarrow{B_3D_3}$  相交于  $P$  点与动平台共面。这种情况下,在驱动器定位后动平台可以绕直线  $B_2B_3$  无限转动。当驱动器  $d_1$  任意小的移动都将使动平台锁死或者损坏机构。

#### (4) 约束奇异

对于少自由度机构,还存在着约束奇异<sup>[14]</sup>,而这种奇异性不能通过公式(17)来确定。当少自由度的运动链不能限制动平台向着预设的平台运动时,将出现约束奇异。比如当动平台只在  $B_1$  处受到三个相互独立、共点且共面时的约束力时,那么当动平台受到的约束少于三个时,将使得动平台获得一个或多个自由度。不过,对于小型 3-PRS 机构,主要由球型铰链(S)提供约束限制动平台,这种类型的奇异性不太可能会出现<sup>[15]</sup>。

### 3.2 结构设计消除奇异性

上一小节分析的奇异性可以通过设计机构结构尺寸来消除。对于该光学精密小型 3-PRS 机构,只有一个可控参量  $l$  可以修改,其余参量都有明确的设计要求。

#### (1) 消除逆运动学奇异

当有任意一个连杆与相应的驱动器垂直时,有  $a=l+b$ (由于伴生运动,等号右边略大于  $a$ )。考虑参数要求,  $a < l+b$  即可消除奇异位形的发生。

#### (2) 消除正运动学奇异

根据之前的分析,可以分为两类。

(I) 有两个连杆与动平台共面。为方便描述,假设  $I_1$  和  $I_2$  与动平台共面,此时仍有  $a=l+b$ (由于伴生运动,等号右边略大于  $a$ )。只需  $a < l+b$  即可消除此种奇异位形。

(II) 三个连杆都和动平台共面,此时,  $d_1=d_2=d_3$ , 即  $a=l+b$ ,综合考虑参数要求,只需要  $a < l+b$  即可满足条件。

#### (3) 消除复合奇异

综合考虑(1)、(2),  $a < l+b$  即可消除符合奇异位形。

结合以上分析,该小型机构在现有参数下在工作空间内不存在奇异位形。这主要归功于参数  $a$ 、 $b$  有特定设计要求,而另外一个可变参数  $l=30$  mm 在其他参数确定情况下根据传输角<sup>[16]</sup>巧妙设计的。

### 4 工作空间分析

并联机构普遍存在工作空间相对较小的不足,而工作空间的形状与大小也相应地反映了并联机构的工作能力,因此对并联机构工作空间的分析必不可少。可达工作空间是指参考点至少在一个方向上所能达到的极限空间。这里选择动平台中心点  $P$  作为参考点。通过运动学正解,工作空间可以很容易地用一系列点来表示。但运动学正解求解比较复杂,考虑到工作空间内无奇异位形,那么可以将工作空间按高度连续分割成若干子空间,每个子空间内也是连续的。分析工作空间的问题转化为确定三维空间的边界问题。文中提出了利用软件仿真运动学正解结合极坐标法进行工作空间的边界搜索方法,具体步骤为:

(1) 根据小型 3-PRS 机构的参数要求,建立 UG 模型,在多体动力学软件 ADAMS 中通过改变驱动器变量条件进行多次运动学正解仿真,得到三个独立变量  $x=[p_z \ \psi \ \theta]^T$  的极限值。如图 4 所示。

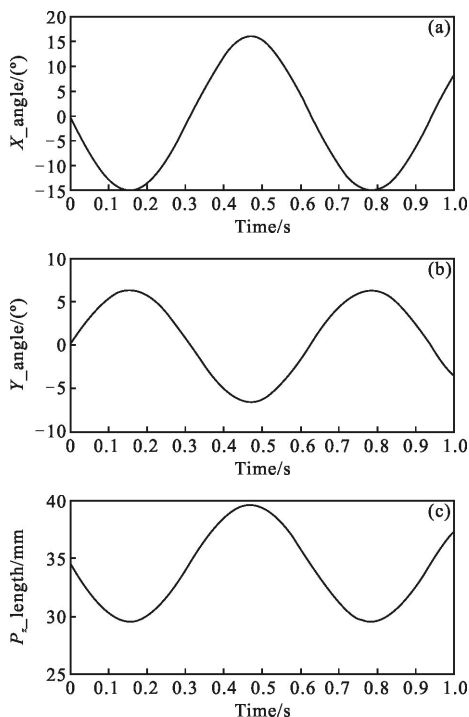


图 4 ADAMS 仿真运动学正解(a)绕 X 轴旋转欧拉角  $\psi$  随时间变化曲线(b)绕 Y 轴旋转欧拉角  $\theta$  随时间变化曲线(c)沿 Z 轴移动距离  $p_z$  随时间变化曲线。

Fig.4 ADAMS simulation with direct kinematics (a) time varying curve of  $\psi$  round X axis (b) time varying curve of  $\theta$  round Y axis (c) time varying curve of  $p_z$  round Z axis

(2) 为确保能搜索到所有解,利用图 4 适当放大通过 ADAMS 仿真得到的上下极限值,确定  $p_{zmax}$ 、 $p_{zmin}$ 、 $\psi_{max}$ 、 $\psi_{min}$ 、 $\theta_{max}$ 、 $\theta_{min}$ 。

(3) 将工作空间按  $z$  方向将  $p_z$  连续切割成若干子空间,将  $p_x$ 、 $p_y$  用绕  $x$ 、 $y$  轴旋转的  $\psi$  和  $\theta$  表示,方便用极坐标方法搜索。具体方法如下:

1)  $p_z$  从  $p_{zmax}$  值开始。2) 极角从  $0^\circ$  开始搜索。3) 极径从最大值开始搜索。根据极角和极径,可以确定一组  $\psi$  和  $\theta$ ,如果此时的  $(p_z, \psi, \theta)$  满足运动学反解方程组(三个驱动器的行程都在极限位移内),该点即为工作空间的边界。如果不满足,则极径按一定步长减小,直到找到满足方程的组合解或极径减为 0 时为止。4) 极角按一定步长增加,重复 3),直到极角增加到  $2\pi$ 。5)  $p_z$  增加一定步长,重复 2)~4),直到  $p_z$  到达上限。

按以上算法得到小型 3-PRS 并联机构的工作空间如图 5 所示。

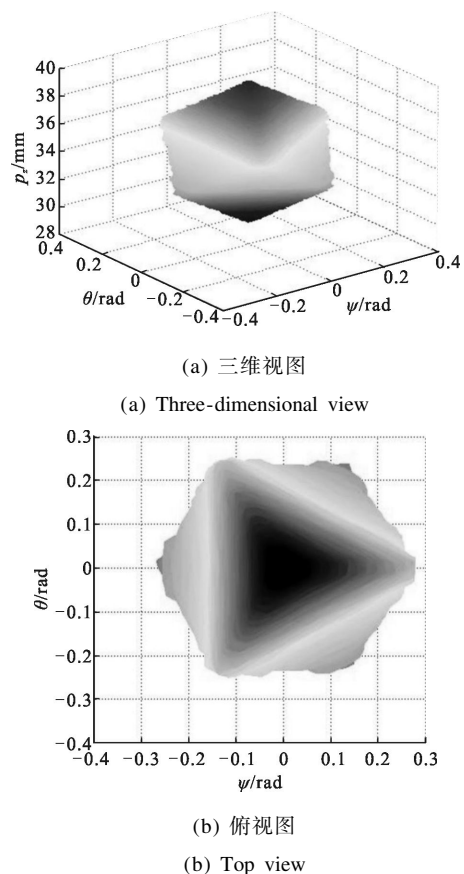


图 5 小型 3-PRS 并联机构的工作空间

Fig.5 Workspace of 3-PRS mini parallel manipulate

从图 5 可知,小型 3-PRS 可达工作空间并不对称,沿着 Z 方向,在工作空间较高和较低的位置,工

作空间截面呈三角形;然而,在中部附近的工作截面成六边形。显然,对于该机构,绝大多数的控制都应该集中在这样的工作空间内。另外,动平台绕  $x$  轴最大运动角度为  $15.1671^\circ$ ;绕  $y$  轴最大运动角度为  $13.3194^\circ$ ;沿  $z$  轴方向的移动  $\Delta p_z$  大约为  $9.9541\text{ mm}$ ,这与 ADAMS 仿真的结果非常吻合。

## 5 结 论

文中结合 ADAMS 仿真软件,利用 MATLAB 等工具从理论上分析了小型 3-PRS 并联机构实现多自由度精确调焦的可能性。首先,利用该并联机构的闭环特性推导了小型 3-PRS 的反解及约束雅克比矩阵,应用牛顿迭代法解决了运动学正解;其次,利用雅克比矩阵分析了三种不同的机构奇异性,并定性给出了消除方法;最后,结合多体动力学软件,通过数值方法定量分析了可达工作空间。得到了小型 3-PRS 并联机构作为激光调焦次镜支撑结构的如下优势和不足。

(1) 在有限的转动空间里,小型 3-PRS 机构的运动模式是唯一的,在工作空间内不会出现运动奇异,因此运动控制实现相对简单。

(2) 在机构设计方面,当对整体尺寸有特定要求后,机构的设计参数仅有两(驱动器行程和连杆定长)个,结合目前工程需求及相应技术提供,机构的设计参数进一步简化为一(连杆定长)个,这使得优化该机构变得极其方便。

(3) 通过运动学及工作空间分析,小型 3-PRS 机构理论上完全可以满足激光聚焦次镜支撑结构的设计要求。

(4) 小型 3-PRS 机构的不足之处在于,伴生运动量受到动平台倾角影响显著,各关节的设计精度要求较高。

## 参考文献:

- [1] Yan Ziheng, Sui Xiaolin, Liu Bo, et al. Analysis and rectification of nonlinearity in frequency sweep of laser Doppler velocity measurement [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(8): 2413–2418. (in Chinese)
- [2] Qu Yanchen, Chen Huiying, Geng Lijie, et al. Research and developmet for optically pumped far-infrared gas laser [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(4): 1099–1105. (in Chinese)
- [3] Pan Jingyan, Wu Shuangyang, Liu Guo, et al. Wind measurement techniques of coherent wind lidar [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(7): 1720–1724. (in Chinese)
- [4] Shen Zicai, Cui Yun, Niu Jinchao. Applications and countermeasures of laser technology in space engineering [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(10): 2703–2711. (in Chinese)
- [5] Sun Jiming, Guo Jiang, Shao Mingdong, et al. Precise focusing for TDICCD camera with wide field of view [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(3): 602–607. (in Chinese)
- [6] Chen Hongda, Chen Yonghe, Shi Tingting, et al. Error analysis for focusing mechanism of space camera [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(5): 1349–08. (in Chinese)
- [7] Shao Mingdong, Guo Jiang, Zhu Lei, et al. Effects of focusing method on principal point of aerospace mapping camera [J]. *Chinese Optics*, 2013, 5 (5): 773–779. (in Chinese)
- [8] Huang Peng, Wang Liping, Guan Liwen, et al. Kinematic performance and accuracy analysis of new type 3-DOF parallel mechanism [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(15): 1–7. (in Chinese)
- [9] Pond G, Carretero J A. Architecture optimisation of three 3-RS variants for parallel kinematic machining [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2009, 25(1): 64–72.
- [10] Lee K-M, Arjunan S. A three degree of freedom micro-motion in-parallel actuated manipulator [C]//Robotics and Automation, Proceedings, IEEE International Conference on, 1989: 1698–1703.
- [11] Carretero J, Nahon M, Gosselin C, et al. Kinematic analysis of a three-dof parallel mechanism for telescope applications [C]//Proceedings of the 1997 ASME Design Engineering Technical Conferences, 1997.
- [12] Merlet J-P. Optimal design for the micro parallel robot MIPS [C]//Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA '02. IEEE International Conference on, 2002: 1149–1154.
- [13] Gosselin C, Angeles J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains [J]. *Robotics and Automation IEEE Transactions on*, 1990, 6(3): 281–290.
- [14] Di Gregorio R, Parenti-Castelli V. Mobility analysis of the 3-UPU parallel mechanism assembled for a pure translational motion [J]. *Journal of mechanical Design*, 2002, 124(2): 259–264.
- [15] Li Y, Xu Q. Kinematic analysis of a 3-PRS parallel manipulator [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2007, 23(4): 395–408.
- [16] Selvakumar A, Babu R, Sivaramkrishnan R. Simulation and singularity analysis of 3-PRS parallel manipulator [C]//Mechatronics and Automation (ICMA), 2012 International