

## 船舰远程尾流散射光偏振特性的蒙特卡洛模拟

秦 刚<sup>1</sup>, 杨 郁<sup>2</sup>, 张建生<sup>2</sup>

(1. 西安工业大学 电子信息工程学院, 陕西 西安 710032; 2. 西安工业大学 理学院, 陕西 西安 710032)

**摘要:** 为了研究船舰尾流气泡幕散射光的偏振特性, 利用偏振光传输的蒙特卡洛模型模拟了不同偏振态入射光经过船舰尾流时散射光偏振度的二维空间分布模式, 分析了偏振度的径向分布与气泡半径、气泡散射系数和气泡幕厚度的关系。研究表明, 尾流气泡幕散射光的偏振度的二维分布具有空间方位选择性, 不同状态入射光的分布模式差异明显; 随着气泡半径的增大, 尾流气泡幕前向散射光偏振度二维分布的图像的空间方位选择特性减小; 随着散射系数的增大, 尾流气泡幕前向散射光的偏振度数值减小; 随着气泡幕厚度的增加, 尾流气泡幕前向散射光的偏振度数值减小。

**关键词:** 海洋光学; 散射; 蒙特卡洛模拟; 尾流; 偏振

**中图分类号:** O436   **文献标志码:** A   **文章编号:** 1007-2276(2013)07-1730-07

## Monte Carlo simulation of polarization properties of scattered light from far ship wakes

Qin Gang<sup>1</sup>, Yang Yu<sup>2</sup>, Zhang Jiansheng<sup>2</sup>

(1. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China;

2. School of Science, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China)

**Abstract:** In order to study the polarization properties of scattered light from far ship wakes, the polarized Monte Carlo program for light propagation was used to simulate the 2-dimensional spatial distributions of degree of polarization (DOP) of ship wakes with different polarized incident lights. Radial distributions of DOP of scattered light from far ship wakes were analyzed with different bubble radius, scattering coefficients and thicknesses of bubbles film. The results show that spatial distributions of DOP have the properties of azimuth selecting which decreases with the increase of bubble radius, and the difference could be observed with different polarization states of the incident light. Besides, DOP of forward scattering light of ship wakes decreases with the increase of the scattering coefficients and thicknesses of bubble film.

**Key words:** ocean optics; scattering; Monte Carlo simulation; ship wakes; polarization

收稿日期: 2012-11-08; 修订日期: 2012-12-04

基金项目: 陕西省教育厅专项科研计划项目(2010JK585); 陕西省自然科学基金项目(2004A18)

作者简介: 秦刚(1968-), 男, 副教授, 主要从事计算机控制及应用等方面的研究。Email: qingang@xatu.edu.cn

## 0 引言

舰船在海洋航行的过程中,由于螺旋桨的空化、波浪的破碎和空气的卷吸,会在其尾部产生一个包含大量不同直径气泡的区域,这就是舰船气泡尾流<sup>[1-3]</sup>。尾流中的气泡幕被作为一个光学探测源受到越来越多的重视与研究<sup>[1-10]</sup>。光学探测尾流气泡幕主要是基于尾流对光的散射效应。当尾流中气泡粒径较小时,散射光的偏振特性是一个不容忽视的重要特性,偏振光可携带比光强更多的信息,且已广泛应用于相关领域光散射问题的研究<sup>[11-13]</sup>,学者们也已经尝试对尾流气泡散射光的偏振特性进行研究<sup>[8,14]</sup>;朱东华等对尾流中单个气泡的偏振特性进行了研究,笔者也采用单次散射理论对尾流气泡幕前向散射穆勒矩阵的特性进行了研究。但光束在尾流中传输时会产生复散射现象,且已有研究表明光束在尾流气泡中传输时复散射效应明显<sup>[15]</sup>。而蒙特卡洛模拟方法采用随机数与概率统计原理考虑多次散射,是一种更接近实际情况的方法。

文中利用偏振光传输的蒙特卡洛模拟模型分析了不同偏振态入射光经过气泡幕时偏振度的二维空间分布模式,并研究了偏振度的径向分布与气泡半径、气泡散射系数和气泡幕厚度的关系,为进一步进行实验探测尾流气泡散射光偏振特性提供了理论依据。

## 1 偏振光在尾流气泡幕中传输的蒙特卡洛模拟模型

偏振光传输的蒙特卡洛模拟在多个文献中已经有过阐述<sup>[16-17]</sup>。蒙特卡洛模拟携带有偏振信息的光子在气泡幕中运动的过程是在入射到气泡幕的无限窄光子束的传输过程中,追踪每个光子在气泡幕中的行迹,每遭遇一个气泡建立一个随机输出值,并把这次的输出值作为下次遭遇的输入值,依次循环,直至最后输出状态为止。设光子的初始能量为单位 1,光子的入射点为全局坐标系原点  $o$ ,入射方向与尾流气泡幕的上表面垂直。图 1 为平行板舰尾流气泡幕模型和全局坐标系示意图,图中的面  $xoy$  表示气泡幕上表面, $x$  轴为电矢量垂直振荡( $H$ )方向, $y$  轴为电矢量平行振荡( $V$ )方向, $z$  轴为气泡幕表面法线方向并指向气泡幕内部, $h$  表示气泡幕的厚度。

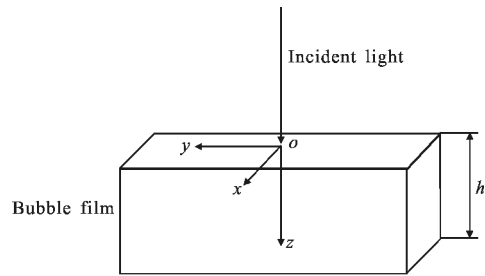


图 1 气泡幕模型及模拟坐标系

Fig.1 Bubble film model and the simulated coordinate system

采用全局坐标  $(x, y, z)^T$  来描述光子的位置坐标,其初始值为  $(0, 0, 0)^T$ 。光子在尾流气泡中的传播方向由三个方向余弦组成的向量组  $(u_x, u_y, u_z)^T$  描述,它随着光子的散射发生改变。其初始值为  $(0, 0, 1)^T$ 。任意状态的偏振光的斯托克斯矢量表达式为:

$$S = [I \quad Q \quad U \quad V]^T \quad (1)$$

光子在船舰尾流气泡中的移动的步长  $l$  由下式确定:

$$l = \frac{-\ln(\xi)}{u_t} \quad (2)$$

式中: $\xi$  为  $(0, 1]$  之间的服从均匀分布随机数; $u_t = u_a + u_b$  为消光系数; $1/u_t$  为平均自由程,表示光子发生散射和吸收的平均距离。之后光子移动,其位置坐标做如下变换:

$$[x' \quad y' \quad z']^T = [x \quad y \quad z]^T + [u_x \quad u_y \quad u_z]^T l \quad (3)$$

光在船舰尾流气泡中传输存在吸收作用,在蒙特卡洛模拟中的吸收作用可以反映能量的损耗。能量做如下变化:

$$w' = \frac{u_s}{u_t} w \quad (4)$$

文中采用二维的 Mie 散射相函数来抽样散射角和方位角。对于偏振态为  $S_0 = [I_0, Q_0, U_0, V_0]^T$  的入射光,其相位函数可以表述为<sup>[16-18]</sup>:

$$P(\theta, \phi) = m_{11}(\theta) I_0 + m_{12}(\theta) [Q_0 \cos(2\phi) + U_0 \sin(2\phi)] \quad (5)$$

式中: $m_{11}$  和  $m_{12}$  为 Mie 散射穆勒矩阵元中的两个元素<sup>[11-13,16-17]</sup>:

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} m_{11}(\theta) & m_{12}(\theta) & 0 & 0 \\ m_{12}(\theta) & m_{11}(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33}(\theta) & m_{34}(\theta) \\ 0 & 0 & -m_{34}(\theta) & m_{33}(\theta) \end{bmatrix} \quad (6)$$

由于散射光子的斯托克斯矢量定义在散射面内,散射前后的斯托克斯矢量之间的关系可以表示为:

$$S' = M(\theta)R(\phi)S \quad (7)$$

旋转矩阵  $R(\phi)$  可表示为<sup>[11-13,16-17]</sup>:

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\phi) & \sin(2\phi) & 0 \\ 0 & -\sin(2\phi) & \cos(2\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

按如前所述的相位函数和抽样方法选择散射角和方位角, 则散射后光子的传输方向会发生相应的变化, 新的传播方向与原来的传播方向之间的关系式表述如下<sup>[17]</sup>:

当  $|u_z| \approx 1$  时:

$$\hat{u}_x = \sin(\theta)\cos(\phi) \quad \hat{u}_y = \sin(\theta)\sin(2\phi) \quad \hat{u}_z = \cos(\theta) \frac{u_z}{|u_z|} \quad (9)$$

对于其他情况:

$$\begin{aligned} \hat{u}_x &= \frac{1}{\sqrt{1-u_z^2}} \sin(\theta) [u_x u_y \cos(\phi) - u_y \sin(\phi)] + u_x \cos(\phi) \\ \hat{u}_y &= \frac{1}{\sqrt{1-u_z^2}} \sin(\theta) [u_x u_z \cos(\phi) - u_x \sin(\phi)] + u_y \cos(\phi) \\ \hat{u}_z &= \frac{1}{\sqrt{1-u_z^2}} \sin(\theta) \cos(\phi) [u_y u_z \cos(\phi) - u_x \sin(\phi)] + \\ &\quad u_z \cos(\phi) \end{aligned} \quad (10)$$

可以利用旋转矩阵  $R(-\gamma)$  可以将斯托克斯矢量旋转至新的子午面, 旋转角  $\gamma$  由下式决定<sup>[17]</sup>:

$$\cos \gamma = \frac{-u_z + \hat{u}_z \cos(\theta)}{\pm \sqrt{(1 - \cos^2(\theta))(1 - \hat{u}_z^2)}} \quad (11)$$

当相位角  $\pi < \Phi < 2\pi$  时取加号, 当相位角  $0 < \Phi < \pi$  时取减号。

因此斯托克斯矢量为:

$$S'' = R(-\gamma)S' = R(-\gamma)M(\theta)R(\phi)S \quad (12)$$

如果光子经历多次散射, 则散射后的斯托克斯矢量  $S_n$  的表达式为:

$$S_n = wR(-\gamma_n)M(\theta_n)R(\phi_n) \cdots R(-\gamma_2)M(\theta_2)R(\phi_2)R(-\gamma_1)M(\theta_1)R(\phi_1)S \quad (13)$$

式中:  $\phi_n$  和  $\theta_n$  分别表示第  $n$  次散射的方位角和散射角。

在跟踪光子过程中, 为了提高蒙特卡洛模拟的精度, 采用“轮盘赌”的方法更为合理地终止光子。当光子逸出尾流区域时, 其斯托克斯矢量还是定义在散射平面内的, 而最终要对探测面的所有光子的斯托克斯矢量统计求和, 因此就需要在统计求和之前

将光子的斯托克斯矢量旋转至全局坐标系。旋转矩阵为  $R(\beta)$ , 对于后向散射而言, 旋转角为:

$$\beta = \arctan\left(\frac{u_y}{u_x}\right) \quad (14)$$

对于前向散射而言, 旋转角为:

$$\beta = -\arctan\left(\frac{u_y}{u_x}\right) \quad (15)$$

经过多次散射和斯托克斯矢量的旋转到达探测面的斯托克斯矢量为:

$$S_{\text{final}} = R(\beta)S_{(n)} = R(\beta)wR(-\gamma_n)M(\theta_n)R(\phi_n) \cdots R(-\gamma_2)M(\theta_2)R(\phi_2)R(-\gamma_1)M(\theta_1)R(\phi_1)S \quad (16)$$

在蒙特卡洛模拟中光子在尾流气泡幕中的传输是不相关的, 所以在探测面探测到的偏振态是所有光子的总和, 即:

$$S_{\text{final}}^{\text{total}} = \sum_{i=1}^t S_{\text{final}} \quad (17)$$

利用斯托克斯矢量表述和偏振度的概念可以得到用斯托克斯矢量的四个元素表示的偏振度 DOP 表达式:

$$DOP = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I} \quad (18)$$

## 2 模拟与计算

### 2.1 气泡幕偏振特性的空间分布特性

利用公式(1)~(18)采用 c 语言编程实现偏振光传输的蒙特卡洛算法, 可以模拟计算出偏振光经过尾流气泡幕的后向散射光的偏振度的二维分布图如图 2 所示。查阅文献可以知道<sup>[2-3]</sup>: 在船舰尾流中粒径小于  $10 \mu\text{m}$  的气泡会迅速溶于水, 粒径大于  $150 \mu\text{m}$  的气泡在几个数十秒之后会浮升到水面而破灭, 尺寸范围在  $10 \sim 150 \mu\text{m}$  的气泡能存活较长时间, 同时粒径为  $20 \mu\text{m}$  左右的气泡在舰船航迹中的停留时间可达到半小时以上, 相对于远程尾流鱼雷自导的应用背景, 文中选取尾流气泡的粒径范围为  $10 \sim 150 \mu\text{m}$ 。另外研究表明<sup>[19-20]</sup>海水表层中气泡幕的散射系数范围的最小值为  $10^{-3}$ , 最大值可以超过  $10^{-m}$ , 由于研究的目的是偏振光经过高散射介质的特性, 因此选取的气泡幕散射系数范围为  $0.2 \sim 1000 \text{ m}^{-1}$ 。对于波长为  $0.530 \mu\text{m}$  的入射光纯水的散射系数和吸收系数分别为<sup>[21]</sup> $b_w = 0.017 \text{ m}^{-1}$ ,  $a_w = 0.0257 \text{ m}^{-1}$ 。在该节的计算中气泡幕的散射系数为  $0.1 \text{ cm}^{-1}$ , 气泡的平均粒径为

20  $\mu\text{m}$ , 气泡幕的厚度为 50 cm。其他参数分别为: 入射光波长为 0.530  $\mu\text{m}$ , 模拟光子数为  $10^8$  个, 介质(水)折射率为 1.33, 空气折射率为 1.0, 接受面的尺寸为 2 m $\times$ 2 m。在一般情况下经常会遇到不同状态的偏振入射光, 因此在计算中分别选取了水平线偏振光  $H$  ( $[1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ )、垂直线偏振光  $V$  ( $[1 \ -1 \ 0 \ 0]^T$ )、45°线偏振光  $P$  ( $[1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$ ) 和右旋圆偏振光  $R$  ( $[1 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ ) 共 4 种不同偏振态的入射光。

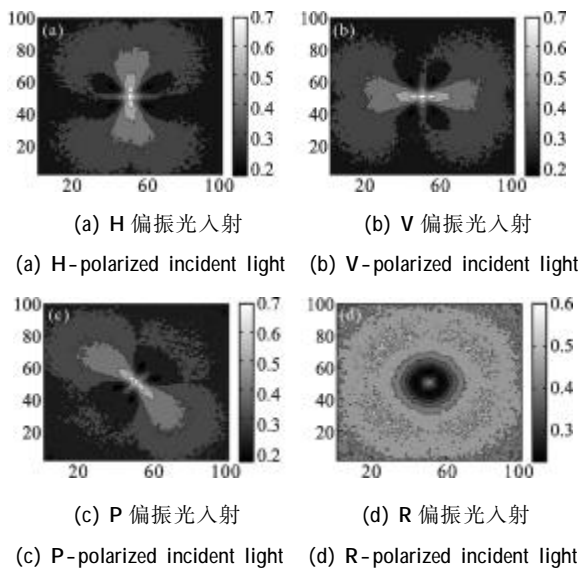


图 2 后向散射偏振度的二维分布

Fig.2 2D distribution images of DOP of the backscattering light

从图 2 可以看出船舰尾流气泡幕后向散射偏振度的二维分布具有方位选择性, 并且不同状态的入射光的分布模式有明显差异。 $H$  偏振光入射时, 散射光的偏振度分布图表现为水平方向弱, 垂直方向强;  $V$  偏振光入射时, 散射光的偏振度分布图则水平方向强, 垂直方向弱;  $P$  偏振光入射时, 散射光偏振度沿 45°方向强于其它方向;  $R$  偏振光入射时, 散射光偏振度分布图形状不同于其它三个, 而且具有旋转对称性。圆偏振光入射时尾流气泡幕散射光的偏振度的旋转对称性分布, 是由于不同偏振态的入射光的斯托克斯矢量的不同, 对于圆偏振入射光对于相同的方位角由公式(5)抽取的均匀分布的相位函数, 而对于线偏振入射光则不同。这与参考文献<sup>[12]</sup>所述一致, 文中算法可以用来进行偏振光尾流散射偏振度的模拟研究。

偏振度的这种空间分布模式在前向散射偏振度的二维分布(见图 3)中也可以表现出来。但尾流气泡

幕前向散射光的偏振度与后向散射光的偏振度也表现出不同特性。前向散射光的保偏特性要强于后向散射, 这一点从四种不同偏振态入射光的偏振度的取值范围可以看出来; 另外线偏振光入射时, 后向散射光的保偏特性要强于圆偏振光的偏振度, 而前向散射光的偏振度则刚好相反, 圆偏振光的保偏特性要好于线偏振光。

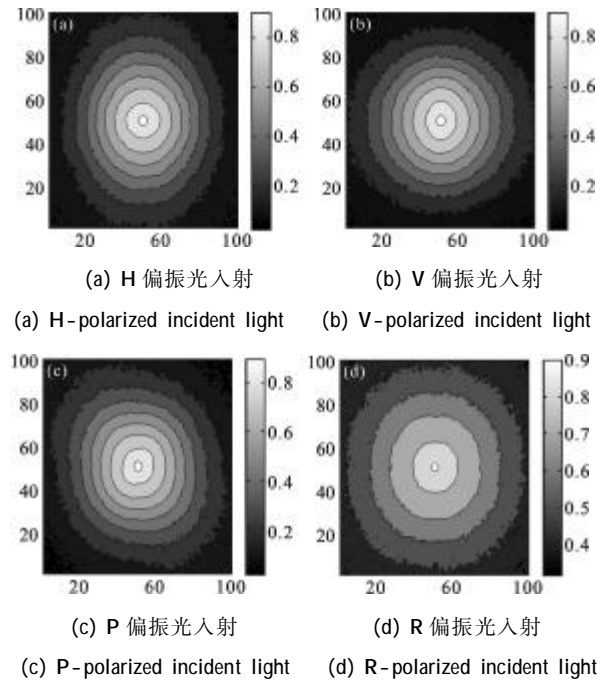


图 3 前向散射偏振度的二维分布

Fig.3 2D distribution images of DOP of the forward scattering light

为进一步研究偏振度的径向变化规律, 图 4 给出了  $H$ 、 $V$ 、 $P$ 、 $R$  四种不同偏振入射光前向散射光偏振度随径向的变化曲线图。从图 4 可以看出距离入射点愈远, 偏振度愈小, 相比于线偏振光(包括  $H$ 、 $V$ ,

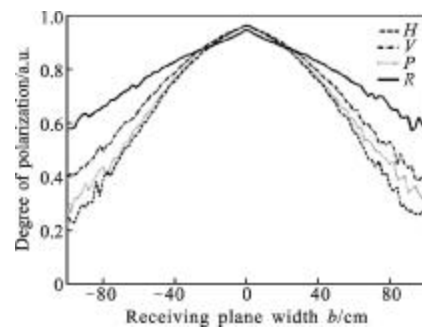


图 4 不同偏振入射光前向散射偏振度的径向分布

Fig.4 Radial distribution of the DOP of the forward scattering light for different incident lights

R 三种不同方位角的线偏振光), 在较远距离处(距离中心距离大于 20 cm), 右旋圆偏振入射光的前向散射光的偏振度明显大于前者, 而在距离中心较近处(距离小于 20 cm) 圆偏振光的偏振度数值小于先偏振光入射时的偏振度。

### 2.2 气泡幕偏振特性与气泡半径大小的关系

为了研究气泡半径大小对尾流气泡幕偏振度空间二维分布的影响, 对平均粒径为 30  $\mu\text{m}$  的尾流气泡幕的偏振特性进行了计算, 其他参数与前文所述相同。图 5 给出了平均半径为 30  $\mu\text{m}$  的尾流气泡幕向后散射偏振度的二维分布图, 图 6 给出了平均半径为 30  $\mu\text{m}$  的尾流气泡幕前向散射偏振度的二维分布图。

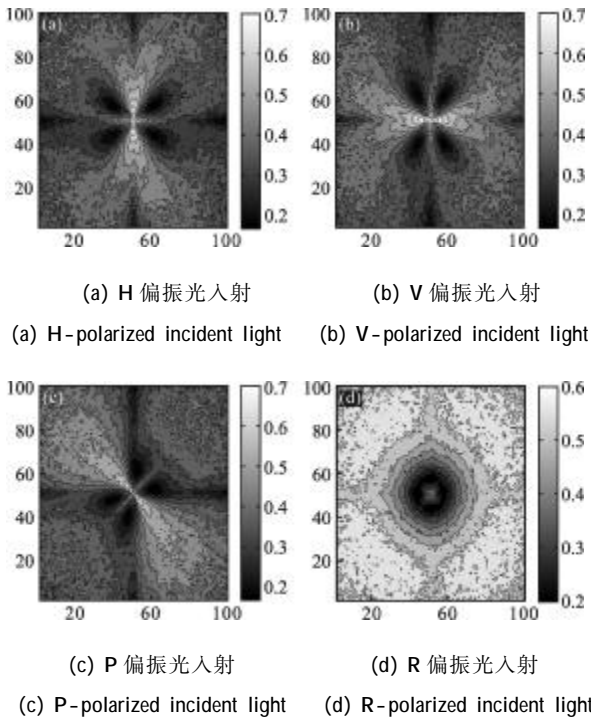
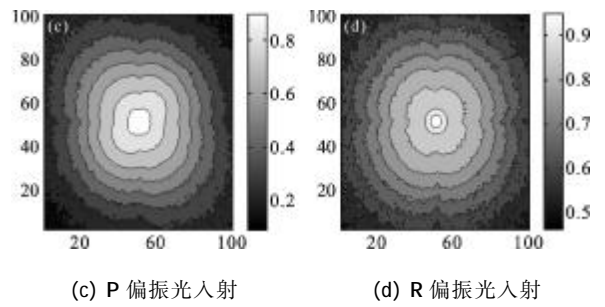
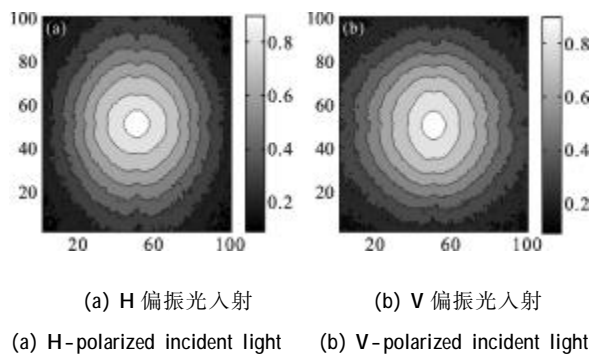


图 5 后向散射偏振度的二维分布

Fig.5 2D distribution images of DOP of the backscattering light



(c) P-polarized incident light (d) R-polarized incident light

图 6 前向散射偏振度的二维分布

Fig.6 2D distribution images of DOP of the forward scattering light

通过比较图 5~6 和图 2~3 可以看出, 不同半径大小的气泡幕的前向散射和后向散射的偏振度分布图样存在明显差别。对于大半径气泡幕, 在线偏振光入射时, 偏振度在离中心距离远处数值要明显小于较小半径的气泡幕的数值, 这就表明随着气泡半径的增大, 散射光对偏振度的影响在中心处表现的更加明显; 另外随着气泡半径的增大, 元偏振光的旋转对称性越加明显。

此外, 平均半径不同的尾流气泡幕的散射光的偏振度的二维分布图花样相似。但深入分析发现, 当气泡半径较大时, 四种不同偏振态入射光的散射光偏振度数值在距离中心距离较大处明显大于气泡较小时的数值, 这一点可以从图 2 和图 5 以及图 3 和图 6 的明暗程度明显看出; 另外前向散射光偏振度二维分布图像的空间方位选择特性在减小。

图 7 为气泡平均粒径为 30  $\mu\text{m}$  不同偏振入射光前向散射光偏振度随径向的变化曲线图。通过比较图 4 和图 7 看出随着气泡半径的增大, 不同状态的先偏振光径向分布之间的差异在减小, 另外在距离

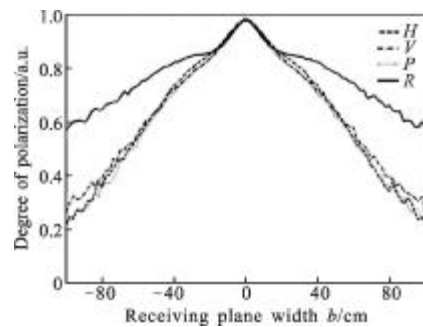


图 7 不同偏振入射光前向散射偏振度的径向分布

Fig.7 Radial distribution of the DOP of the forward scattering light for different incident lights

中心较近的范围内,圆偏振光与先偏振光的前向散射光的偏振度的差异基本消失。

### 2.3 气泡幕偏振特性与气泡幕散射系数的关系

为了进一步研究散射系数对尾流气泡幕偏振特性的影响,选取了散射系数分别为 $0.03\text{ cm}^{-1}$ 、 $0.06\text{ cm}^{-1}$ 、 $0.1\text{ cm}^{-1}$ 和 $0.2\text{ cm}^{-1}$ 四组不同的值计算了前向散射光偏振度随径向的变化特性曲线如图 8 所示,其他参数与前文所述相同。

从图中可以看出,随着散射系数的增大,尾流气泡幕前向散射光的偏振度数值在减小;当散射系数较小时,偏振度随径向分布曲线较为平缓,而散射系数较大时偏振度径向分布曲线更为凹凸;主要是因为当散射系数较小时,光子传输的自由程较大,大多数光子只经历了次散射或散射次数较少,因此在中心和距离中心较远的距离都可以保持较好的偏振特性,但随着散射系数的增大光子传输的自由程在减小,光子经历的散射次数在增加,并且距离中心越远,光子经历的散射次数越多,所以随着气泡幕散射系数的增大偏振度数值在减小,并且曲线更加凹凸。

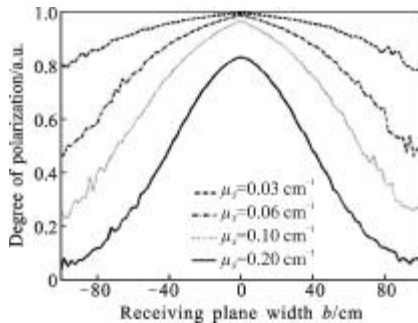


图 8 不同散射系数前向散射偏振度的径向分布

Fig.8 Radial distribution of the DOP of the forward scattering light for different scattering coefficients

### 2.4 气泡幕偏振特性与气泡幕厚度的关系

为了进一步研究气泡幕厚度对尾流气泡幕偏振特性的影响,选取了散射系数分别为 $20\text{ cm}$ 、 $50\text{ cm}$ 、 $70\text{ cm}$ 和 $100\text{ cm}$ 四组不同的值计算了前向散射光偏振度随径向的变化特性曲线如图 9 所示,其他参数与前文所述相同。

从图中可以看出,从整体而言,随着气泡幕厚度的增加,尾流气泡幕前向散射光偏振度减小,但在距离中心不同距离处存在差异,当距离中心较近时(小于 $50\text{ cm}$ ),气泡幕厚度越大,前向散射光的偏振

度数值越小;但在距离中心较远的位置(大于 $50\text{ cm}$ ),气泡幕较厚的散射光的偏振度反而较大。这主要是因为随着气泡幕厚度的增加,有更多的光子参与了多次散射的缘故。

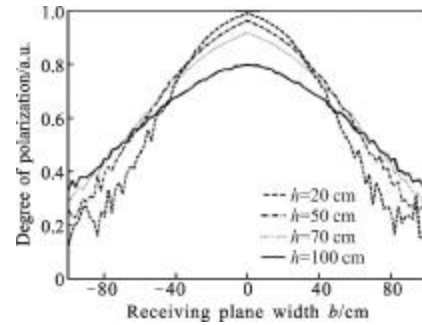


图 9 不同气泡幕厚度前向散射偏振度的径向分布

Fig.9 Radial distribution of the DOP of the forward scattering light for different thicknesses of bubble film

## 3 结 论

文中利用偏振光传输的蒙特卡洛模拟算法计算了不同偏振态入射光经过气泡幕时偏振度的二维空间分布模式,并分析了偏振度的径向分布与气泡半径、气泡散射系数和气泡幕厚度的关系,研究表明,船舰尾流气泡幕散射光的偏振度的二维分布具有方位选择性,并且不同状态的入射光的分布模式有明显差异;对于前向散射光而言,圆偏振光的保偏特性要强于线偏振光;随着气泡半径的增大,尾流气泡幕前向散射光偏振度二维分布的图像的空间方位选择特性在减小,不同状态的线偏振光径向分布之间的差异在减小,在距离中心较近的范围内圆偏振光与先偏振光的前向散射光的偏振度的差异基本消失;随着散射系数的增大,尾流气泡幕前向散射光的偏振度数值在减小,偏振度的径向分布曲线更加凹凸;随着气泡幕厚度的增加,尾流气泡幕前向散射光的偏振度数值在减小,偏振度的径向分布曲线更加平坦。

### 参考文献:

- [1] Zhang X, Lewis M, Bissett W P, et al. Optical influence of ship wakes[J]. Appl Opt, 2004, 43(15): 3122-3132.
- [2] Trevorrow M V, Vage S, Farmer D M. Acoustical measurements of micro bubbles within ship wakes [J]. J Acoust Soc Am, 1994, 95(4): 1922-1930.

- [3] Sun Chunsheng. Investigation into the forward light scattered by ship wakes and its detecting technology [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008: 1-30. (in Chinese)  
孙春生. 舰船气泡尾流的前向光散射特性及探测技术研究博士学位论文[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2008: 1-30.
- [4] Wei Wentao, Wang Jiang'an, Ma Zhiguo, et al. Detection method for distant wake with microbubbles by degree of linear polarization of backscattering [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(6): 1485-1489. (in Chinese)  
韦文涛, 王江安, 马治国, 等. 远场微气泡尾流的后向散射光偏振度探测法[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(6): 1485-1489.
- [5] Piskozub J, Stramski D, Terrill E, et al. Small-scale effects of underwater bubble clouds on ocean reflectance: 3-D modeling results[J]. *Opt Express*, 2009, 17(14): 11747-11752.
- [6] Wan Jun, Zhang Xiaohui, Rao Jionghui, et al. Processing of backscattering signal of warship wake flow based on independent component analysis [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(1): 244-250. (in Chinese).  
万俊, 张晓晖, 饶炯辉, 等. 基于独立成分分析的舰船气泡尾流后向散射光信号处理 [J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(1): 244-250.
- [7] Sun Chunsheng, Zhang Xiaohui, Zhu Donghua. Energy distribution properties of light scattered by far ship wakes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(10): 2006-2009. (in Chinese).  
孙春生, 张晓晖, 朱东华. 舰船远程尾流的散射光能量分布特性[J]. *光学学报*, 2008, 28(10): 2006-2009.
- [8] Yang Yu, Zhang Jiansheng. Forward scattering Mueller matrix characteristics of ship wakes [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(11): 1101006-1-1101006-7. (in Chinese).  
杨郁, 张建生. 舰船尾流前向散射的穆勒矩阵特性研究[J]. *光学学报*, 2011, 31(11): 1101006-1-1101006-7.
- [9] Liang Shanyong, Wang Jiang'an. Key technology of lidar by ship bubble wake [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(7): 1755-1760. (in Chinese).  
梁善勇, 王江安. 舰船气泡尾流激光雷达的关键技术[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(7): 1755-1760.
- [10] Wang Xiangwei, Zhou Tianhua, Chen Weibiao. Study on laser backscattering properties by ship wakes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(1): 14-18. (in Chinese).  
王向伟, 周田华, 陈卫标. 舰船尾流激光后向散射特性研究[J]. *光学学报*, 2010, 30(1): 14-18.
- [11] Cheng Tianhai, Gu Xingfa, Chen Liangfu, et al. Multi-angular polarized characteristics of cirrus clouds [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(8): 5323-5332. (in Chinese)  
程天海, 顾行发, 陈良富, 等. 卷云多角度偏振特性研究 [J]. *物理学报*, 2008, 57(8): 5323-5332.
- [12] Deng Yong. Polarization method for morphological feature recognition of epithelial tissue [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2005: 83-97. (in Chinese)  
邓勇. 上皮组织形态特征识别中的偏振方法研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2005: 83-97.
- [13] Xu Lanqing, Li Hui, Xie Shusen. Backscattered Mueller matrix patterns of optically active media and its application in noninvasive glucose monitoring [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(9): 6024-6029. (in Chinese)  
徐兰青, 李晖, 谢树森. 手性介质中后向散射米勒矩阵特性及其在血糖无创检测中的应用初探[J]. *物理学报*, 2008, 57(9): 6024-6029.
- [14] Zhu Donghua, Zhang Xiaohui. Study on polarization of light scattered from microbubbles in water [J]. *Journal of Naval University of Engineering*, 2005, 17(5): 26-30. (in Chinese).  
朱东华, 张晓晖. 水中微气泡光散射偏振特性研究 [J]. *海军工程大学学报*, 2005, 17(5): 26-30.
- [15] Sun Chunsheng, Zhang Xiaohui, Zhu Donghua. Multiple scattering of laser beam propagating in ship wakes [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, 38(8): 2077-2081. (in Chinese).  
孙春生, 张晓晖, 朱东华. 光束在尾流气泡中传输的复散射效应[J]. *光子学报*, 2009, 38(8): 2077-2081.
- [16] Bartel S, Hielsher A. Monte Carlo simulations of the diffuse backscattering Mueller matrix for highlyscattering media [J]. *Appl Opt*, 2000, 39(10): 1580-1588.
- [17] Jessica C Ramella-Roman, Scott A. Three Monte Carlo programs of polarized lighttransport into Scattered media:part I[J]. *Optics Express*, 2005, 13(12): 22-30.
- [18] Lu Q, Luo Q. Phase function of monte carlo simulation of light transport in turbid media [C]//SPIE, 2003, 5254: 122-130.
- [19] Stramski D, Tegowski J. Effects of intermittent entrainment of air bubbles by breaking wind waves on ocean reflectance and underwater light field[J]. *J Geophys Res*, 2001, 106(8): 31345-31360.
- [20] Piskozub J, Stramski D, Terrill E, et al. Influence of forward and multiple light scatter on the measurement of beam attenuation in highly scattering marine environments[J]. *Appl Opt*, 2004, 43(24): 4723-4731.
- [21] Smith R C, Baker K S. Optical properties of the clearest natural waters (200-800 nm) [J]. *Appl Opt*, 1981, 20(2): 177-184.