机载 LIDAR 点云定位误差分析

李 峰1,崔希民2,刘小阳1,卫爱霞1,吴燕雄1

(1. 防灾科技学院,河北 三河 065201;

2. 中国矿业大学 地球科学与测绘工程学院,北京 100083)

摘 要: 在机载 LIDAR 点云定位方程的基础上建立其定位误差方程,依据定位误差方程,将点云的误差 分类为系统误差、任务误差和随机误差 3 类。详细分析了平地、下坡面、上坡面 3 种情形下地形坡度和扫描 角对测距误差和点云定位误差的影响大小,探讨了扫描角误差、安置角误差、姿态角误差以及扫描角对点 云定位误差的影响。除了分析系统误差外,还着重分析了时间偏差、GPS 定位误差、偏心分量误差以及随机 误差对点云定位误差的影响大小。研究发现:航高和扫描角是点云定位误差的重要误差源,下坡面地形和 瞬时扫描角误差对点云定位误差的影响较大,安置角误差可以通过检校来消除,姿态角误差取决于 IMU 自身的硬件精度。

关键词:机载 LIDAR; 点云; 定位误差; 系统误差 中图分类号:TP721 文献标志码:A 文章编号:1007-2276(2014)06-1842-08

Positioning errors analysis on airborne LIDAR point clouds

Li Feng¹, Cui Ximin², Liu Xiaoyang¹, Wei Aixia¹, Wu Yanxiong¹

(1. Institute of Disaster Prevention, Sanhe 065201, China;

2. College of Geoscience and Surveying Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China)

Abstract: A positioning errors equation of airborne LIDAR point clouds was founded based on its positioning equation. Errors of point clouds were classified into three categories-systematic errors, mission errors and random errors-according to LIDAR positioning equation. The influences of slope and scanning angle for positioning errors of point clouds were analyzed in detail under planar surface, down-sloping surface and up-sloping surface conditions. The influences of scanning angle errors, mounting errors, attitude errors as well as scanning angle for positioning errors of point clouds were discussed. Except of analyzing systematic errors, influences of time deviations, GPS positioning errors, lever-arms errors and random errors for positioning errors of point clouds were also emphasized and analyzed. The results of research showed that flight height and scanning angle were crucial error sources, down-sloping surface and scanning angle errors in all error sources had great impacts on positioning errors of point clouds, mounting errors could be eliminated by calibration method, attitude errors were only rely on IMU's accuracy alone.

Key words: airborne LIDAR; point clouds; positioning errors; systematic errors

作者简介:李峰(1979-),男,博士,讲师,主要从事遥感、车载/机载 LiDAR 点云处理方面的研究。Email:lif1223@aliyun.com

收稿日期:2013-10-10; 修订日期:2013-11-25

基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金(青年教师资助计划 ZY20140211);国家自然科学基金(41071328)

0 引 言

机载 LIDAR (Light Detection And Ranging)系统 是一种快速采集地表信息的新兴测量技术,在硬质 开阔地面的高程精度可高达 15 cm,平面精度优于 30 cm,常用来大面积地获取密集且精确的地形和地 物数据,目前已广泛地应用于电力巡线、公路选线、 森林参数估计、3D 城市建模等领域。机载 LIDAR 系 统是由激光扫描仪、GPS/IMU (Inertial Measurement Unit)惯性导航装置、计算机控制导航系统、存储设备 等硬件集成在一起的一个复杂的测距系统,因此,许 多系统内在的因素制约着 LIDAR 点云的平面和高 程精度。

为了量化机载 LIDAR 系统的精度,各种严格 的 LIDAR 点云定位误差模型已被提出,根据不同 LIDAR 系统的配置, 典型的误差参数会被安置到 误差模型中来预测 LIDAR 系统的水平和垂直精 度。Schenk (2001)分析了机载 LIDAR 系统的系统 误差源,提出了瞬时扫描角误差影响定位误差的 公式^[1]。张小红(2007)继续深化了 Schenk 的误差模 型,详细推导了其余的系统误差公式^[2]。由于 LIDAR 点云定位误差模型为非线性形式,为便于 处理, Glennie (2007) 用泰勒公式将其线性化成一阶 误差方程,然后预测了 LIDAR 点云的平面和高程 误差,预测的结果与实际误差比较吻合[3]。激光扫 描仪有4种基本的扫描方式,即钟摆式、旋转棱镜 式、章动式和光纤式。邬建伟和马洪超(2008)以钟 摆式扫描为例,介绍了激光束与扫描镜对准误差所 造成的点云定位误差^[4]。Triglav-Cekada 等(2009)认 为 LIDAR 点云定位误差模型除了系统误差以外, 还应考虑飞行任务误差和目标特征误差,在对比了 各种误差之后,简化了 Schenk 的误差模型,给出了 平均误差和最大误差的先验值^[5]。Jiang 等(2012)根据 不同的地形坡度情况建立了光束发散度影响定位 误差的模型,并模拟计算了定位误差的大小16。为 了更加全面地分析量化 LIDAR 点云的定位误差,除 了列出机载 LIDAR 的各系统误差关系式外,文中拟 详细讨论激光扫描仪的系统误差、任务误差、随机误 差对 LIDAR 点云定位的影响大小。

1 LIDAR 点云定位误差方程

机载 LIDAR 系统的误差对激光测距、平面和高 程精度都有着不同程度的影响,部分误差为系统性 的误差,可以通过飞行检校场的形式予以检测移除。 利用机载 LIDAR 系统中不同坐标系之间的变换矩 阵,根据 Schenk(2001)所描述的数学模型,LIDAR 点 云无误差的大地定位方程可以表示为:

 $P_w = P_{GPS} + R_w R_{GEO} R_{INS} (R_{Iu} R_{Ib} s + I_0)$ (1) 式中: P_w 为目标激光点在 WGS84 坐标系中的坐标; P_{GPS} 为 GPS 天线相位中心在 WGS84 坐标系中的坐标; R_w 为从局部椭球系统到 WGS - 84 坐标系的转换 矩阵; R_{GEO} 为导航坐标系到局部椭球系统的转换矩阵; R_{ID} 为导航坐标系到局部椭球系统的转换矩阵; R_{ID} 为影光扫描仪坐标系到导航坐标系的转换矩阵; R_{ID} 为瞬时激光光束坐标系到数光系 统坐标系的转换矩阵; s为濒代点在激光光束坐标系 中的位置坐标, 用向量表示 $[0,0,\rho]^{T}$; I_0 为 GPS 天线 相位中心到激光发射中心的偏心分量, 它由两部分 组成, 即 IMU 中心到 GPS 天线相位中心的偏心分量 I_{Ic} 和 IMU 到激光发射中心的偏心分量 I_{IL} , 可表示为 $I_0 = I_{IG+ILo}$

因为旋转矩阵 R_W 、 R_{GEO} 的值非常小,两者对应的 误差矩阵 ΔR_W 、 ΔR_{GEO} 作为二阶项也相当的小,所以 R_W 、 R_{GEO} 、 ΔR_W 和 ΔR_{GEO} 可以被当作单位阵忽略。当添 加相应的系统误差后,包含系统误差的 LIDAR 点云 定位方程变为:

$$P_{W} = P_{GPS} + \Delta P_{GPS} + \Delta R_{INS} R_{INS} (\Delta R_{Iu} R_{Iu} \Delta R_{Ib} R_{Ib} (s + \Delta s) + I_{0} + \Delta I_{0}) + \Delta p_{s}$$
(2)

式中: ΔP_{GPS} 为 GPS 的定位误差; ΔR_{INS} 为 IMU 的姿态角误差; ΔI_0 为 GPS 天线相位中心与激光发射中心的偏心分量误差值; ΔR_{Iu} 和 ΔR_{Ib} 分别代表安置角误差和激光扫描角误差; ΔS 为激光点在瞬时激光坐标系中的测距误差,以向量表示; Δp_s 为 GPS、INS 与激光扫描仪之间的时间同步误差及数据内插误差的总和。

用公式(2)减去公式(1)可得到 LIDAR 点云的基本定位误差方程:

(3)

(4)

$$e = [ex, ey, ez]^{T} = P_{W} - P_{W} =$$

$$\Delta P_{GPS} + R_{INS} R_{Iu} R_{Ib} s (\Delta R_{INS} \Delta R_{Iu} \Delta R_{Ib} - I) +$$

$$\Delta R_{INS} R_{INS} \Delta R_{Iu} R_{Iu} \Delta R_{Ib} R_{Ib} \Delta s +$$

$$R_{INS} I_{0} (\Delta R_{INS} - I) + \Delta R_{INS} R_{INS} \Delta I_{0} + \Delta p_{s}$$

现将点云的误差分为系统误差、任务误差和随 机误差 3 类,系统误差包含了测距误差、瞬时扫描角 误差、安置角误差和 IMU 姿态角误差 4 类;任务误 差分为时间偏差、GPS 定位误差和偏心分量误差;随 机误差较为复杂,这里只引入点密度所引起高程误 差。公式(3)表明,机载 LIDAR 系统内部的误差非常 复杂,需要进一步的化简分解。

2 LIDAR 系统误差分析

为了分析单个系统误差对点云定位误差的影响 力,需要假设其余的非相关误差为0,这里仅就测距 误差、扫描角误差、安置角误差、IMU 姿态角误差展 开讨论。为了量化各个误差分量,假定飞机的航高 H=1 000 m,激光扫描仪的视场角 7=60°。

2.1 测距误差分析

激光从发射到照射到地面目标再返回接收器的 过程中会受到大气折射率、入射角度、地物反射率、 光束发散度等因素的共同作用,导致测距精度降低。 激光是一种方向性极强的定向光源,即便如此,朝向 同一方向的激光光束仍然会有少量光束发散,传播 距离越远,激光光斑就越大。沿着激光光束的中心 线,LIDAR 系统会记录激光光斑的中心位置,但是 实际的中心位置也并非完全确定,也可能位于激光 光斑内的任意位置,为了估计最大测距误差,采用激 光光斑两侧的光束距离之差 R₁~R₂ 作为主要的测距 误差。机载 LiDAR 在实际作业中往往遇到的是平 地、下坡面和上坡面混合的复杂地形,很难直接用公 式来量化表达这类地形对测距误差的影响大小。为 了能以数学模型的形式来模拟地形坡度对测距误差 的影响,将地表简单地分为平地、下坡面和上坡面3 种基本地形,图 1(a)和(b)分别展示了光束发散度 η 在下坡面和上坡面的两种情形,其中 τ 表示激光的 瞬时扫描角。

对固定脉冲阈值的探测电路而言,测距误差 $\Delta \rho$ 与光束距离之差 $R_1 - R_2$ 、大气折射率 n_a 、信噪比 r_{SNR} 的关系为:



图 1 光束发散度在下坡面和上坡面的两种情形

Fig.1 Two cases of beam divergence on down-sloping and up-sloping

根据 3 种基本地形与激光光束之间的关系,联 合公式(4),可以推导出平地、下坡面和上坡面 3 种基 本地形条件下的测距误差公式,它们分别被表达为:

$$\Delta \rho_{\rm p} = \frac{4n_{\rm a} \, \text{Hsin} \, \tau_{\rm i} \, \text{sin} (\eta/2)}{(\cos 2\tau_{\rm i} + \cos \eta) \, \sqrt{r_{\rm SNR}}} \tag{5}$$

$$\Delta \rho_{\rm d} = \frac{2n_{\rm a}\,\text{Htan}(\,\eta/2)\,\text{tan}(\,\tau_{\rm i}+\theta)}{(\cos\tau_{\rm i}-\sin\tau_{\rm i}\,\text{tan}\,\theta)\,\sqrt{r_{\rm SNR}}} \tag{6}$$

$$\Delta \rho_{\rm u} = \frac{2n_{\rm a}\,\text{Htan}(\,\eta/2)\,\text{tan}(\,\tau_{\rm i}-\theta)}{(\cos\tau_{\rm i}+\sin\tau_{\rm i}\,\text{tan}\,\theta)\,\sqrt{r_{\rm SNP}}} \tag{7}$$

式中: $\Delta \rho_{p}$ 、 $\Delta \rho_{d}$ 和 $\Delta \rho_{u}$ 分别代表平地、下坡面和上坡 面情况下的测距误差; n_{a} 为大气折射率; τ_{i} 为瞬时扫 描角; θ 为地形坡度角。

上述公式联合了飞机的航高、大气折射率、光束 发散度、瞬时扫描角、地形坡度和信噪比因素来表示 测距误差,考虑的影响因素较为全面。假设测距误差 以外的误差为0,则公式(3)可化简为:

$$\mathbf{e}_{w}^{\Delta s} = \mathbf{R}_{lb} \Delta \mathbf{s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \tau_{i} & -\sin \tau_{i} \\ 0 & \sin \tau_{i} & \cos \tau_{i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta \rho \end{bmatrix} = \Delta \rho \begin{bmatrix} 0 \\ -\sin \tau_{i} \\ \cos \tau_{i} \end{bmatrix}$$
(8)

将公式(5)、(6)和(7)分别代入公式(8)可得平地、 下坡面和上坡面 3 种地形条件下的点云定位误差:

$$\begin{bmatrix} a_{w}^{\Delta s_{p}} = [e\mathbf{x}_{p}, e\mathbf{y}_{p}, e\mathbf{z}_{p}]^{\mathsf{T}} = \\ \begin{bmatrix} 0, & \frac{-4n_{a}H\sin^{2}\tau_{i}\sin(\eta/2)}{(\cos 2\tau_{i}+\cos \eta)\sqrt{r_{\mathsf{SNR}}}}, \frac{2n_{a}H\sin\tau_{i}\sin(\eta/2)}{(\cos 2\tau_{i}+\cos \eta)\sqrt{r_{\mathsf{SNR}}}} \end{bmatrix} (9)$$

٨

$$e_{w}^{\Delta s_{u}} = [ex_{d}, ey_{d}, ez_{d}]^{T} = \begin{bmatrix} 0, \frac{-2n_{a}H\sin \tau_{i} \tan(\eta/2)\tan(\tau_{i}+\theta)}{(\cos \tau_{i}-\sin \tau_{i} \tan \theta)\sqrt{r_{SNR}}}, \frac{2n_{a}H\tan(\eta/2)\tan(\tau_{i}+\theta)}{(1-\tan \tau_{i} \tan \theta)\sqrt{r_{SNR}}} \end{bmatrix}^{T} \\ (10) \\ e_{w}^{\Delta s_{u}} = [ex_{u}, ey_{u}, ez_{u}]^{T} = \begin{bmatrix} 0, \frac{-2n_{a}H\sin \tau_{i} \tan(\eta/2)\tan(\tau_{i}-\theta)}{(\cos \tau_{i}+\sin \tau_{i} \tan \theta)\sqrt{r_{SNR}}}, \frac{2n_{a}H\tan(\eta/2)\tan(\tau_{i}-\theta)}{(1+\tan 2\tau_{i} \tan \theta)\sqrt{r_{SNR}}} \end{bmatrix}^{T} \end{bmatrix}$$

$$(11)$$

公式(9)、(10)和(11)表明,无论是何种地形条件,x方向的位置误差都为0,y和z方向的误差大小与航高H、大气折射率 n_a 、光束发散度 η 、信噪比 r_{SNR} 的倒数成正相关。比较难确定的因素是地形坡度角 θ 和扫描角 η 对点云误差的影响,下面分别对两者进行讨论。假定扫描角 $\eta=30^\circ$,光束发散度 $\eta=0.5$ mrad,大气折射率 $n_a=1$,信噪比 $r_{SNR}=30$,当地形坡度 θ 从 0°升至 90°时,在平地、下坡面和上坡面条件下的x,y和z方向的位置误差如图2所示。



图 2 平地、下坡面和上坡面地形情况下坡度引起的点云位置误差 Fig.2 Position errors of point clouds caused by slopes under planar, down-sloping and up-sloping conditions

图 2 中,平地、下坡面和上坡面 3 种地形情况下 x 方向的误差始终为 0;在平地地形中,因平地的坡 度为 0,所以平地地形下的 y 和 z 方向的误差与地形 坡度无关,在图 2 中表现为平行于横轴的非零直线。 在下坡面地形中,y 和 z 方向的误差大小均在坡度区 间 0° < $\theta \le 60$ °内单调递增,并在坡度区间 60° < $\theta \le$ 90°内单调递减,在坡度 $\theta = 60$ °时,y 和 z 方向的误差 为无穷大,结合公式(10)可知,这种情况是由扫描角 和坡度之和为 90°(即地形与激光扫描方向平行,激 光光束无法接触到地表)所致;y 方向误差只有坡度 在 0°~23°和 78°~90°之间才会小于 0.1 m,z 方向误 差只有坡度在 0°~12°和 81°~90°之间才会小于 0.1 m。 在上坡面情形下, y和 z方向误差分别在坡度区间 0° $\leq \theta \leq 24$ °和 0° $\leq \theta \leq 26$ °内单调递减, y和 z方向的 误差分别在 0.01~0.03 m和 0.01~0.05 m之间; y和 z 方向误差分别在坡度区间 24° $< \theta \leq 37$ °和 26° $< \theta \leq$ 34°内为 0,结合公式(11)可知,此类情况是由于扫描 角与地形坡度相等(即激光光束垂直于地表,光束发 散度最小)所致;在坡度区间 37° $\leq \theta \leq 90$ °和 34° $\leq \theta \leq 90$ °内, y和 z方向误差大小分别在 0.01~0.02 m 和 0.01~0.03 m范围内变化。

假定地形坡度 θ =30°, 光束发散度 η =0.5mrad, 大气折射率 n_a =1, 信噪比 r_{SNR} =30, 当扫描角 τ_i 从-30° 升至 30°时, 平地、下坡面和上坡面三种地形情况下 的平面和高程误差分别如图 3 所示。





图 3 显示了 3 种地形条件下 x 方向的误差始终 为 0。平地地形下,扫描角在-30°-0°之间变化时,y 及 z 方向的误差大小在不断减小;而扫描角在 0°-30°之 间变化时,y 及 z 方向的误差大小在不断增大,总体 上 z 方向的误差变化幅度要高于 y 方向的;y 和 z 方 向的误差分别在 0~0.03 m 和 0~0.05 m 之间变化。 下坡面地形下,瞬时扫描角在-30°-0°之间变化时,y 方向误差在 0~0.01 m 之间小幅变化,z 方向误差大 小在逐渐增大,而瞬时扫描角在 0°-30°之间变化时, y 及 z 方向误差大小都在逐渐增大;总体上 z 方向的 误差变化幅度要高于 y 方向的;y 和 z 方向的误差分 别在 0~0.06m 和 0~0.11m 之间变化。上坡面地形下, 扫描角在-30°-0°之间变化时,y,z 方向误差在不断 减小,而扫描角在 0°-30°之间变化时,y 方向误差在 总体上 z 方向的误差变化幅度要高于 y 方向的;y 和 z 方向的误差分别在 0~0.06 m 和 0~0.11 m 之间变化。

2.2 扫描角误差分析

在 4 种激光扫描方式中,线性扫描方式为常用 的形式,下面以线性扫描方式为例来分析扫描角对 激光点云的定位造成的影响。设扫描角 π 是激光光 束离开激光系统坐标系 z 轴的角度,顺着 x 轴正方 向,以光束逆时针偏离 z 轴的方向为正。瞬时扫描角 的零角与 z 轴的偏差称为指标差(Index error),以符 号 ε 表示。指标差致使扫描系统旋转了 ε 角,从而形 成了实际的扫描角 π^* ,具体的扫描角误差如图 4 所 示。扫描角误差 $\Delta \pi$ 是 π^* 与 π 之差,它随着单条扫 描线上的扫描点数的增加而增加,设 n 为单条扫描 线的总点数,i 为单条扫描线上所有扫描点中的第 i 个点, $\Delta \tau$ 为视场角误差。考虑到指标差和视场角误 差,实际的扫描角 π^* 、扫描角 τ_1 、扫描角误差 $\Delta \tau_1$ 可 分别被表示为:

$$\tau_{i}^{*} = \frac{\tau + \Delta \tau}{2} - i \frac{\tau + \Delta \tau}{n - 1} + \varepsilon$$
(12)

$$\tau_{i} = \frac{\tau}{2} - i \frac{\tau}{n-1}$$
(13)

$$\Delta \tau_{i} = \tau_{i}^{*} - \tau_{i} = \varepsilon + \frac{\Delta \tau}{2} - \frac{\Delta \tau}{n-1} i$$
(14)

扫描角误差 $\Delta \tau_i$ 引起了激光系统坐标系中 x 轴 的微小旋转,另外,绕 y 轴和 z 轴的各有一个扫描平 面误差角 $\Delta \varphi$ 和 $\Delta \kappa$,这 3 个扫描误差角共同作用使 得扫描平面不能完全垂直于 x 轴。利用这 3 个微小 旋转角,从激光光束坐标系到激光系统坐标系的旋 转误差矩阵可以被表示为:



图 4 扫描角误差示意图 Fig.4 Sketch map of scanning angle errors

在实验室检校条件下,发射 1 m 的激光,会产生 距零角 0.1 mm 的偏差,换算为角度即为 0.006°,最 大指标差是这个值的 3 倍,即 $\varepsilon \approx 0.02°$ 。类似的方法 考虑带宽角误差及另外两个扫描平面的未对准误差 $\Delta \tau = \Delta \varphi = \Delta \kappa = 0.03°$ 。在其余误差不存在的条件下,只 剩余扫描角误差的旋转矩阵,考虑到斜距,则由公式 (3)推得 LIDAR 点云的定位误差为:

$$\mathbf{e}_{w}^{\Delta \mathbf{R}_{b}} = [\mathbf{e}\mathbf{x}, \mathbf{e}\mathbf{y}, \mathbf{e}\mathbf{z}]^{\mathrm{T}} = (\Delta \mathbf{R}_{b} - \mathbf{I})\mathbf{R}_{b}\mathbf{s} = \mathbf{H} \begin{vmatrix} \Delta \kappa \tan \tau_{i} + \Delta \varphi \\ -\Delta \tau_{i} \\ -\Delta \tau_{i} \\ -\Delta \tau_{i} \tan \tau_{i} \end{vmatrix}$$
(16)

公式(16)表明,LIDAR 点云误差与航高 H 成正 比,航高越高,LIDAR 点云的平面和高程误差越大。 如果扫描角一定,那么点云的 x 方向误差就与 $\Delta \varphi$ 和 $\Delta \kappa$ 正相关,随着二者的增大而增大;而扫描角误 差 $\Delta \tau_i$ 又与扫描角相关,当扫描角为常数时,y和 z 方向误差也为常数。因此,扫描角是 LIDAR 点云误 差的重要影响因子。

在航高 H=1000m、扫描误差角 $\Delta \varphi = \Delta \kappa = 0.03^{\circ}$ 的前提下,扫描角及其误差引起的点云定位误差如图 5 所示。当扫描角 τ_i 从 - 30°变化到 0°过程中, x 和 y 方向误差大小在不断增大,而 z 方向误差在缓慢地降低;当扫描角 τ_i 从 0°增加到 30°过程中, x、y 和 z 方向误差都在不断增大,只是 z 方向的误差增速较慢。综上, x、y 和 z 方向误差大小分别在 0.22~0.83 m、0.09~0.61 m 和 0~0.35 m 之间变化。







2.3 安置角误差分析

理论上,激光系统坐标系应与 IMU 的坐标系完 全重合,无论如何安装,两者都会存在微小的角度 差,沿 x 轴、y 轴和 z 轴方向产生的误差角分别称为 侧滚角(Roll)、俯仰角(Pitch)和偏航角(Heading)。在飞 行检校前安置角的误差可能高达 0.3°,人工检校后 约为 0.01°,自动平差检校后的安置角误差可达 0.004°,详细的安置角误差见表 1 所示。安置角误差 矩阵可表示为:

$$\Delta \mathbf{R}_{\mathrm{tu}} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta \gamma & \Delta \beta \\ \Delta \gamma & 1 & -\Delta \alpha \\ -\Delta \beta & \Delta \alpha & 1 \end{bmatrix}$$
(17)

式中: $\Delta \alpha$ 、 $\Delta \beta$ 、 $\Delta \gamma$ 分别表示沿 x 轴、y 轴和 z 轴旋转 产生的安置角误差。

表1 典型的安置角检校误差

Tab.1 Typical mounting errors

Calibration mode	Roll & pitch/(°)	Heading/(°)
Manual	0.005	0.008
Least square	0.001	0.004

安置角在检校前都小于 0.3°, 所以 R_{lu} 可近似 为一个单位阵,在假设其余误差为 0 的条件下,由公式(3)可推得安置角误差对 LIDAR 点云的定位表达式:

$$\mathbf{e}_{w}^{\Delta \mathbf{R}_{u}} = (\Delta \mathbf{R}_{u} - \mathbf{I}) \mathbf{R}_{lb} \mathbf{s} = \mathbf{H} \begin{vmatrix} \Delta \gamma \tan \tau_{i} + \Delta \beta \\ -\Delta \alpha \\ -\Delta \alpha \tan \tau_{i} \end{vmatrix}$$
(18)

公式(18)表明,LIDAR 点云误差与航高 H 成正 比,航高越高,LIDAR 点云的平面和高程误差越大。 当扫描角 τ_i 不变时, $\Delta\gamma_x\Delta\beta$ 共同影响着 LIDAR 点 云的 x 方向误差,随着二者的增大而相应变大; LIDAR 点云的 y 和 z 方向误差都正比于 $\Delta\alpha$,随着 $\Delta\alpha$ 的增大而增大。当扫描角 τ_i 不变时,LIDAR 点云 的误差均为常数。此时,扫描角同样是 LIDAR 点云 定位误差的重要影响因子。

检校后的安置角误差为常数,选取表1中的手 工检校的安置角误差,保持航高H=1000m不变,则 安置角误差和扫描角对LIDAR点云的误差影响如 图6所示。当扫描角τ,从-30°升到0°时,LIDAR点 云在 x方向的误差在不断增大,y方向的误差不变,z 方向的误差在逐渐降低;当扫描角τ,从0°升至30° 时,LIDAR点云 x和z方向误差大小都在升高,y方 向误差保持恒定。综上,扫描角引起的LIDAR点云 在 x、y和z方向误差大小分别为0.01~0.17m,0.09m, 0~0.05m。



图 6 安置角误差和扫描角引起的点云位置误差 Fig.6 Position errors of point clouds caused by mounting errors and scanning angles

2.4 IMU 姿态角误差分析

初始化误差、未对准误差和陀螺仪漂移误差构 成了 IMU 的误差。不同年代制造的 IMU 的精度相差 较大,为此对各类 IMU 姿态误差取均值,得 Roll 和 Pitch 的平均误差 $\Delta r = \Delta p = 0.006^\circ$, heading 误差 $\Delta h =$ 0.01°。 IMU 姿态角误差产生的旋转矩阵可表示为:

$$\Delta \mathbf{R}_{\text{INS}} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta \mathbf{h} & \Delta \mathbf{p} \\ \Delta \mathbf{h} & 1 & -\Delta \mathbf{r} \\ -\Delta \mathbf{p} & \Delta \mathbf{r} & 1 \end{bmatrix}$$
(19)

在飞机稳定飞行的情况下, IMU 的姿态角较小, 旋转矩阵 R_{INS} 可近似为单位阵。由于 IMU 姿态角平 均误差小于 0.01°, 偏心分量的值在米级, 所以两者 的乘积可近似为 0。在只存在 IMU 姿态误差的条件 下,由公式(3)推得 IMU 姿态角误差引起的点云误差 为:

$$e_{w}^{\Delta R_{ms}} = (\Delta R_{INS} - I)(R_{Ib} s + I_{0}) = \begin{bmatrix} -\Delta h(I_{0y} - \rho \sin \tau_{i}) + \Delta p(I_{0z} + \rho \cos \tau_{i}) \\ \Delta hI_{0x} - \Delta \gamma(I_{0z} + \rho \cos \tau_{i}) \\ -\Delta pI_{0x} + \Delta \gamma(I_{0y} - \rho \sin \tau_{i}) \end{bmatrix} \approx \rho \begin{bmatrix} \Delta h \sin \tau_{i} + \Delta p \cos \tau_{i} \\ -\Delta r \cos \tau_{i} \\ -\Delta r \sin \tau_{i} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \Delta h \tan \tau_{i} + \Delta p \\ -\Delta r \\ -\Delta r \tan \tau_{i} \end{bmatrix}$$
(20)

公式(20)表明,LIDAR 点云误差与航高 H 成正 比例,结合图 7 看出,Heading 和 Pitch 角的误差 Δh 和 Δp 共同作用着 x 方向的误差,随着二者的增大而 相应变大;y 和 z 方向的误差大小与 Δr 成正比,随着 Δr 的增大而相应变大。在扫描角已知的条件下, LIDAR 点云的误差均为常数。此时,扫描角同样是 LIDAR 点云定位误差的重要影响因子。

当航高 H=1 000 m, $\Delta p = \Delta r = 0.006^{\circ}$, $\Delta h = 0.01^{\circ}$, 则 IMU 姿态误差和扫描角所造成的 LIDAR 点云定 位误差如图 7 所示。当扫描角 π , 从 - 30°升至 0°时, x 方向的误差在不断增大而 z 方向误差在不断地减 小, y 方向的误差恒定, 不受扫描角的影响, 只与 Δr 相关;当扫描角 π 从 0°升至 30°时, x 和 z 方向的误 差大小都一直在增加; y 方向的误差相对稳定。综 上, x、y 和 z 方向的误差范围分别为 0~0.21 m、0.09 m 和 0~0.06 m。因为 IMU 姿态角在 y 和 z 方向的误差 均低于 0.1 m, 只要使得 IMU 在 x 方向的定位误差降 到 0.1 m 以下,则 IMU 姿态角总体误差都会低于 0.1 m;所以, IMU 的 pitch 角误差 $\Delta p = 0.006^{\circ}$ 保持不 变, roll 和 heading 角误差在分别满足 $\Delta p \leq 0.002^{\circ}$ 和 $\Delta h \leq 0.005^{\circ}$ 条件时, IMU 姿态角的总体定位误差会 很小,这就要求制造出的 IMU 具有很高的精度。





3 任务误差分析

3.1 时间偏差分析

时间偏差包括同步误差和内插误差两种。激光 扫描仪、IMU 和 GPS 都使用单独的局部时间和测量 频率。IMU 和 GPS 钟之间的时间差称为 IMU 同步 误差,激光扫描仪和 GPS 钟之间的时间差称为激光 扫描仪同步误差,IMU 和激光扫描仪同步误差之和 代表了整体的同步误差大小。当同步误差小于 10-4s 时,同步误差的位置误差为 1 cm。

一般情况下,激光扫描仪的扫描频率在 20~500 kHz 之间,IMU 的采样频率在 128~400 Hz 之间, 而 GPS 的采样频率最低,一般在 1~2 Hz 之间。这 3 种设备不同的采样频率会带来内插误差,当 100 Hz 的 IMU 和 1Hz 的动态 GPS 被用到飞机上时,飞机的 姿态和位置会以 0.05 s 的间隔被内插^Π。内插误差的大 小取决于飞行期间的气流变化情况。考虑到同步误差, 最后的时间偏差造成的位置误差 Δps 为 3~5 cm^[8]。

3.2 GPS 定位与偏心分量误差

由于多种因素的影响,GPS 的定位误差很难估计。在静态 GPS 基站距离机载动态 GPS 之间的距离小于 30 km,没有任何 GPS 信号失锁,GPS 卫星几何形状良好,多路径效应最小和电离层活动较弱时,差分 GPS 动态定位误差才会达到 2 cm 的精度。这种理想情况很难达到,但经过 GPS/IMU 的卡尔曼滤波后的航迹精度一般在 0.05~0.1 m 之间。

GPS 天线相位中心与激光扫描仪发射中心之间 的偏心分量较难直接量测,一般是通过分别量测 GPS 天线与 IMU 之间的偏心分量、GPS 天线与激光 扫描仪之间的偏心分量来实现。量测的方法有两种: 一种是利用控制点检校的方式,这种方法检测的结 果很精确,但是不容易实现;另一种是利用卷尺绘图 量测,这种方法的前提是认为 IMU 和激光扫描仪是 严格对准的,所以很容易实施。假设 GPS 天线与 IMU 的夹角为 0.3°,水平距离为 5 m,则二者之间的 测量误差大约为 3 cm;同理,激光扫描仪与 IMU 之 间的测量误差也可认为是 3 cm。

4 随机误差分析

虽然 LIDAR 系统发射的每一个脉冲可以接收到 多个回波,但在植被覆盖度高的区域,很难确保最后 回波是否达到过地面。地表植被稠密程度的不同会 导致不同的 LIDAR 点云精度,植被越茂密,LIDAR 点云穿透植被到达地面的点就越少,地面激光点的 密度就越低,点云的高程误差就越大;反之,植被越 稀疏,LIDAR 点云就越容易穿透树木的树叶到达地 面,地面点的数量就越多,点云的高程误差就越小。 因此,实际照射到地面的激光点的密度决定着激光 点的高程精度。Kraus (2004)用点云密度 λ 和地形坡 度 θ 共同描述了一个高程误差的经验模型^[9],文中 2.1 节已经考虑到了地形坡度对 LIDAR 点云的定位 误差的影响了,这里可以假设地形坡度为 θ=0,即在 地形为平原的情况下,高程误差 & 可表示为:

$$\delta z = 0.06/\sqrt{\lambda} \tag{21}$$

点云密度 λ 通常在 0.5~20 pts/m² 的范围内,则点 云密度所产生的高程误差位于 0.01~0.08m 之间。

5 结 论

(1) 经过机载 LIDAR 的误差分析看出,航高和 扫描角是点云定位误差的重要影响因素。除了不影 响测距误差的 x 方向外, 航高均与其他系统误差成 正比。当扫描角在 0°~30°变化时,绝大部分系统误 差都会增大;当扫描角在 0°~-30°之间变化时,虽有 少量系统误差会减少, 但多数系统误差会增大;总 之,扫描角越大,系统误差就越大。在飞行设计阶段, 设定小的扫描角有利于减小 LIDAR 点云的定位误 差。

(2) 地形坡度并不影响 x 方向的误差。坡度对平地地形没有任何的影响。坡度对上坡面情形下的 y 和 z 方向误差影响较小,当坡度等于扫描角时, y 和 z 方向误差为 0。坡度对下坡面情形下的 y 和 z 方向误差影响很大,当坡度与扫描角之和等于 90°时, y 和 z 方向误差为无穷大。

(3) 不同激光扫描仪制造工艺的不同以及不同 的扫描方式都会产生不同精度的扫描角误差。指标 差对瞬时扫描角误差的影响在所有误差源中最大, 从而导致点云定位误差也相应的最大,随着激光扫 描仪制造工艺的提高,指标差的降低会极大的改善 LIDAR 点云的定位精度。

(4) 安置角误差的增大会造成 LIDAR 点云定位 误差的增大,当用程序自动检校出准确的安置角时, 这类误差可以降到最低。IMU 的姿态角误差的增加 同样会增大 LIDAR 点云定位误差,当选用 IMU 的 Roll 和 Heading 角误差在分别满足 Δp ≤0.002°和 Δh ≤0.005°条件时,IMU 姿态角所引起的定位误差 才会小于 0.1 m。其余的时间偏差、GPS 定位误差、偏 心分量误差和随机误差的影响因素复杂,很难建立 起合适的理论公式,大部分需要依靠积累工程经验 获得。

在了解了机载 LIDAR 的误差源及其对定位误 差的影响大小之后,有助于工程人员选择适宜的扫 描参数来改善机载 LIDAR 点云的定位精度。机载 LiDAR 点云的定位误差来源复杂,虽然文中进行了 较为全面的分析,但是在复杂地形条件下的测距误 差、任务误差和随机误差方面仍需要深入地研究。

参考文献:

- Schenk T. Modeling and recovering systematic errors in airborne laser scanners [C]//Proceedings of OEEPE Workshop on Airborne Laser Scanning and Interferometer SAR for Detailed Digital Elevation Models, 2001: 40-48.
- [2] Zhang Xiaohong. Airborne Laser Radar Measurement Technology Theory and Method [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2007: 66-72. (in Chinese) 张小红. 机载激光雷达测量技术理论与方法[M]. 武汉: 武 汉大学出版社, 2007: 66-72.
- [3] Glennie C. Rigorous 3D error analysis of kinematic scanning LIDAR systems [J]. Journal of Applied Geodesy, 2007 (1): 147-157.
- [4] Wu Jianwei, Ma Hongchao. Error analysis on laser beam misalignment with scanner mirror of airborne LIDAR [J]. Infrared and Laser Engineering, 2008, 37(2): 243-246. (in Chinese)
 邬建伟, 马洪超. 机载 LIDAR 激光束与扫描镜对准误差影 响分析[J]. 红外与激光工程, 2008, 37(2): 243-246.
- [5] Triglav C M, Crosilla F. A simplified analytical model for a -priori LIDAR point -positioning error estimation and review of LIDAR error sources [J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 2009, 75(12): 1425-1439.
- [6] Jiang L, Lan T, Gu M, et al. Effects of laser beamdivergence angle on airborne LIDAR positioning errors [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2012, 21(2): 278-284.
- [7] Ding W D, Wang J L, Mumford P, et al. Time synchronization design for integrated positioning and georeferencing systems [C]//Proceedings of SSC, 2005.
- [8] Hebel M, Stilla U. Simultaneous calibration of ALS systems and alignment of multiview LIDAR scans of urban areas [J].
 IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(6): 2364-2379.
- [9] Kraus K. Photogrammetrie Band 1, Geometrische Informationen aus Photographien and Laserscanneraufnahmen
 [M]. Berlin: Auflage Walter de Gruyter Verlag, 2004: 467 -468.