

## 单个非球面扩束透镜的设计

秦 华,冯东太,张 爽,李文瑞,王静茹

(山东理工大学 理学院, 山东 淄博 255049)

**摘 要:** 为设计单个非球面扩束(缩束)透镜,由光线折射定律矢量形式和对非球面折射特性的理论分析,提出了一种设计单个非球面扩束(缩束)透镜的新方法—全面学习策略的粒子群算法,并用此方法设计出了线度小于 170 mm 缩束 14.16 倍的单个非球面缩束透镜,用光线追迹方法模拟了缩束或扩束过程。模拟结果表明,单个非球面透镜可以起到缩束或者扩束作用,全面学习策略的粒子群算法可用于非球面缩束透镜的设计。单个非球面透镜作为扩束镜使扩束系统结构大大简化,大大提高了出射光斑的均匀性。

**关键词:** 光学设计; 扩束; 非球面透镜; 全面学习策略的粒子群算法

**中图分类号:** O435 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2015)12-3684-06

## Design of single aspheric lens used as beam lens

Qin Hua, Feng Dongtai, Zhang Shuang, Li Wenrui, Wang Jingru

(School of Sciences, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China)

**Abstract:** In order to obtain a single aspheric lens for beam shrinkage, based on the law of refraction in vector form and theoretical analyses of the refraction characteristics of an aspheric surface, a new method was presented for designing a single aspheric lens used as a beam expander or a beam compressor—the comprehensive learning strategy particle swarm optimizer. A single aspheric beam-expanding lens was designed whose length is less than 170 mm and shrinkage rate is 14.16. The process of beam-shrinking or beam-expanding was simulated by using the ray tracing method. Simulation results show that a single aspheric lens can play the role of compressing beam or expanding beam, the comprehensive learning particle swarm algorithm can be used to design an aspheric lens used as compressing beam or expanding beam. A single aspheric beam-expanding (beam-compressing) lens can greatly simplify the beam expanding (beam compressing) system, and greatly improve the uniformity of output light from the expanding lens.

**Key words:** optical design; expanding beam; aspheric lens; CLPSO

收稿日期: 2015-04-07; 修订日期: 2015-05-08

基金项目: 山东省自然科学基金(ZR2012FM001, ZR2013FM007)

作者简介: 秦华(1964-), 男, 副教授, 博士, 主要从事光学设计、全固态激光器及透明导电薄膜方面的研究工作。

Email: zfqinh@163.com

## 0 引言

扩束镜或者缩束镜是一种常用的光学元件。常用的有折射式扩束(缩束)镜<sup>[1]</sup>、反射式扩束(缩束)镜<sup>[2]</sup>和折反混合扩束(缩束)镜<sup>[3]</sup>。相比于折射,反射式扩束(缩束)镜没有色差,且容易实现大口径高能量反射,在红外光电干扰、航天遥感等领域应用广泛<sup>[4-5]</sup>。激光应用及光学工程实践中主要使用折射式扩束缩束镜系统,传统的折射式扩束镜系统,一般都是球面镜系统,这种系统至少由两个球面透镜构成<sup>[6]</sup>,使前一个透镜的像方焦点与后一个透镜的物方焦点重合,扩束或缩束比为两透镜的焦距之比。增加镜片的数量可以提高扩束或者缩束比,但镜片数量增加也导致了衍射散斑条纹,影响出射光斑的均匀性<sup>[7]</sup>,镜片数量的增加还增加了系统装配调试难度。文中根据折射定律的矢量形式研究了非球面的特殊光学折射特性,提出了用单个非球面透镜作为扩束或缩束透镜,免除了传统扩束缩束系统透镜装配问题,且提高了出射光斑的均匀度。

## 1 单个非球面扩束透镜的结构及光学特性分析

### 1.1 单个非球面扩束透镜的基本结构

图 1(a)是非球面扩束透镜二维结构的图示。整个

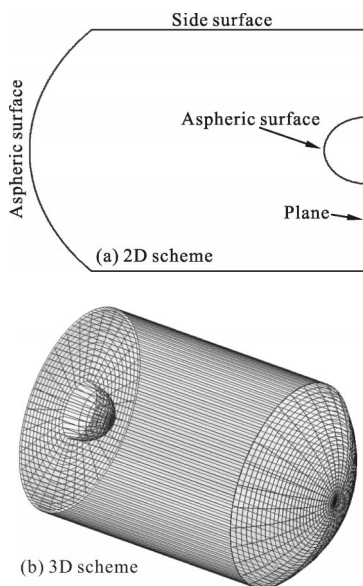


图 1 非球面透镜扩束器的结构

Fig.1 Structure of beam expander with an aspheric lens

扩束镜由大非球面、小非球面、圆柱侧面和圆形平面围成,如图 1(b)所示,整个扩束镜关于其中心轴旋转对称。平行于光轴的光束从大的非球面入射,从小非球面出射,非球面透镜起缩束作用,反之起扩束作用。

### 1.2 非球面的折射特性分析

图 1 中起扩束或者缩束作用的主要为两个非球面,其非球面方程如公式(1)所示:

$$x=d+\frac{Ch^2}{1+\sqrt{1-h^2C^2(1+a^2)}}+a_4h^4+a_6h^6+a_8h^8 \quad (1)$$

公式(1)关于  $x$  轴旋转对称,其中  $h=\sqrt{y^2+z^2}$  为非球面某点的垂轴高度, $a_2, a_4, a_6, a_8$  为公式(1)中各高次项的系数, $d$  是一常数,表示非球面顶点在  $x$  轴上的位置。当  $a_4=a_6=a_8=0$  时,公式(1)表示二次曲面, $C$  为二次曲面的顶点曲率。

#### 1.2.1 光线与第一个非球面的交点及折射公式

如图 2 所示,设平行于  $x$  轴的入射光线单位矢量为  $\bar{Q}_1(\alpha_1, \beta_1, 0)$ ,入射光线上任一点坐标为  $P_0(x_0, y_0, 0)$ ,则这条光线在第一个非球面上的垂轴高度  $h=y_0$ 。由公式(1)可求出光线与第一个非球面的交点  $P_1(x_1, y_0, 0)$  以及在  $P_1$  点处的第一个非球面法线  $\bar{N}_1(\alpha_{N1}, \beta_{N1}, 0)$ 。根据折射定律的矢量形式:

$$n_1 \bar{Q}_1 \times \bar{N}_1 = n_1' \bar{Q}_2 \times \bar{N}_1 \quad (2)$$

可得到  $P_1$  点处折射光线单位方向矢量  $\bar{Q}_2(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ <sup>[8]</sup>。

$$\bar{Q}_2 = \frac{n_1}{n_1'} \bar{Q}_1 + \frac{n_1' \cos \theta_1' - n_1 \cos \theta_1}{n_1'} \bar{N}_1 \quad (3)$$

其分量形式为:

$$\begin{cases} \alpha_2 = \frac{n_1}{n_1'} \alpha_1 + \frac{n_1' \cos \theta_1' - n_1 \cos \theta_1}{n_1'} \alpha_{N1} \\ \beta_2 = \frac{n_1}{n_1'} \beta_1 + \frac{n_1' \cos \theta_1' - n_1 \cos \theta_1}{n_1'} \beta_{N1} \\ \gamma_2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

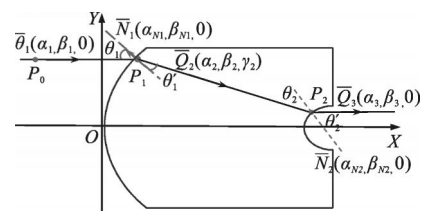


图 2 平行于光轴的入射光线在非球面透镜中光线追迹

Fig.2 Ray tracing of incident light parallel to the optical axis through an aspheric lens

上面各式中,  $n_1, n_1'$  分别为入射空间和折射空间的介质折射率(文中  $n_1=1$ ),  $\theta_1$  和  $\theta_1'$  分别为入射光线在第一个非球面上的入射角和折射角, 入射角及折射角的余弦可由下式求出:

$$\begin{cases} \cos \theta_1 = |\bar{Q}_1 \cdot \bar{N}_1| = |\alpha_1 \alpha_{N1} + \beta_1 \beta_{N1}| \\ \cos \theta_1' = \sqrt{1 - n_1^2/n_1'^2 (1 - \cos^2 \theta_1)} \end{cases} \quad (5)$$

### 1.2.2 光线与第二个非球面的交点及折射公式

把第一个非球面的折射光线作为第二个非球面的入射光线, 采用逼近法求入射光线与第二个非球面的交点坐标。

首先把  $P_1(x_1, y_0, 0)$  点作为逼近法的起点, 在光线行进方向上行进步长  $s$ , 每前进一步计算行进点的坐标  $P_1'(x_1', y_1', z_1')$ , 其中  $x_1' = x_1 + s \alpha_2, y_1' = y_0 + s \beta_2, z_1' = 0 + s \gamma_2 = 0$ 。将  $y_1'$  和  $z_1'$  代入公式(1)计算得到  $x$ , 如果  $x > x_1'$  说明第二个非球面在行进点的右侧, 行进点还没有穿过曲面, 则继续前进,  $x_1' = x_1 + i \cdot s \alpha_2, y_1' = y_0 + i \cdot s \beta_2, z_1' = 0 + i \cdot s \gamma_2 = 0, i=1, 2, \dots$ , 为行进步数。反之, 若  $x < x_1'$  说明行进点已经穿过第二个非球面到达第二个非球面的右侧, 则回到原来的起点, 变换步长为原步长十分之一, 继续前进。反复以上步骤, 直到步长变为原步长的  $1/10^{15}$ , 以此步长, 少行进一步则没有穿过第二个非球面, 多行进一步则穿过第二个非球面, 把紧挨第二个非球面但还没有穿过非球面的行进点近似为光线与第二个非球面的交点  $P_2(x_2, y_2, 0)$ 。

由光线与第二个非球面的交点坐标  $P_2(x_2, y_2, 0)$  与非球面方程式(1)可以求出第二个非球面在点  $P_2$  处的法矢量  $\bar{N}_2(\alpha_{N2}, \beta_{N2}, 0)$ , 再由折射定律的矢量形式得到第二个非球面的出射光线单位矢量  $\bar{Q}_3(\alpha_3, \beta_3, 0)$ , 其具体公式与公式(3)~(4)形式相同:

$$\bar{Q}_3 = \frac{n_2}{n_2'} \bar{Q}_2 + \frac{n_2' \cos \theta_2' - n_2 \cos \theta_2}{n_2'} \bar{N}_2 \quad (6)$$

$n_2, n_2'$  分别为第二个非球面入射空间和折射空间的介质折射率(文中  $n_2'=1$ ),  $\theta_2$  和  $\theta_2'$  分别为光线在第二个非球面上的入射角和折射角,  $\cos \theta_2$  和  $\cos \theta_2'$  可由下式求出:

$$\begin{cases} \cos \theta_2 = |\bar{Q}_2 \cdot \bar{N}_2| = |\alpha_2 \alpha_{N2} + \beta_2 \beta_{N2}| \\ \cos \theta_2' = \sqrt{1 - n_2^2/n_2'^2 (1 - \cos^2 \theta_2)} \end{cases} \quad (7)$$

公式(6)的分量形式为:

$$\begin{cases} \alpha_3 = \frac{n_2}{n_2'} \alpha_2 + \frac{n_2' \cos \theta_2' - n_2 \cos \theta_2}{n_1'} \alpha_{N2} \\ \beta_3 = \frac{n_2}{n_2'} \beta_2 + \frac{n_2' \cos \theta_2' - n_2 \cos \theta_2}{n_2'} \beta_{N2} \\ \gamma_3 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

### 1.2.3 光束从第二个非球面平行出射的特殊情况

从公式(8)可以看出, 若  $\beta_3=0$ , 则从第二个非球面的出射光线平行  $x$  轴, 且从图 2 中可以看出, 出射光线的垂轴高度比入射光线的垂轴高度变小了。假定平行光束中所有不同垂轴高度的入射光线, 从第二个非球面出射时都平行  $x$  轴, 则大口径入射平行光束被压缩为小口径出射平行光束, 此时非球面透镜起到缩束作用, 逆光路时此非球面透镜起扩束作用。

从以上分析及  $\beta_2$  和  $\beta_3$  表达式可知, 若透镜材料一定,  $\beta_3$  与  $\beta_2$  和  $\bar{N}_2$  有关, 而  $\bar{N}_2$  和  $\beta_2$  与第二个非球面的形状(非球面系数  $C, a_2, a_4, a_6, a_8$ )有关。当  $P_0$  一定,  $\bar{Q}_1$  一定(平行入射)时,  $\beta_2$  只是  $\bar{N}_1$  的函数, 而  $\bar{N}_1$  只是第一个非球面参数  $C, a_2, a_4, a_6, a_8$  的函数, 所以  $\beta_2$  只是第一个非球面参数  $C, a_2, a_4, a_6, a_8$  的函数。

综合上述, 若光线平行入射, 且入射光线垂轴高度一定, 则  $\beta_3$  只与大小两个非球面参数有关, 即  $\beta_3 = \beta_3(C, d, a_2, a_4, a_6, a_8)$ 。  $\beta_3$  肯定即存在大于 0 的情况, 也存在小于 0 的情况, 当然肯定也存在  $\beta_3=0$  的情况。由此看来, 只要选择合适的大小非球面参数, 就能使  $\beta_3=0$ 。

如果在平行光束中取  $k$  条不同垂轴高度的入射光线, 每一条入射光线经两次折射后出射光线的  $\beta_3$  都等于 0, 则只要  $k$  足够多, 那么整个平行入射光束经透镜出射后还为平行光束, 只是光束口径变小了。把上述描述变为一数学表达式(9):

$$\sum_k \beta_{3,k}^2(C, d, a_2, a_4, a_6, a_8) = 0 \quad (9)$$

则满足方程(9)的解就是所要求的解。

求解此方程最为普遍的方法为阻尼最小二乘法, 但是阻尼最小二乘法首先需要有一个初始结构, 其次需要用差商代替微商, 存在一个差商精度问题, 这为设计者带来一些不便。文中用全面学习策略的粒子群优化算法(CLP SO)<sup>[9]</sup>求解方程(9)。用  $\sum_k \beta_{3,k}^2$  作为 CLP SO 中的适应度函数, 搜索使  $\sum_k \beta_{3,k}^2$  等于或近

似等于 0 的两个非球面的参数  $C, d, a_2, a_4, a_6, a_8$  就是所求的解。下一节将介绍运用 CLPSO 方法设计非球面扩束透镜的设计实例。

## 2 非球面透镜扩束器设计实例及其光路模拟

### 2.1 设计实例

选用玻璃作为非球面透镜材料, 假设其折射率  $n=1.6$ 。入射光束半径为  $R=80\text{ mm}$ , 要求出射光束半径为  $r=5.5\text{ mm}$ , 非球面透镜的线度尽量小。

由于系统关于  $x$  轴旋转对称, 所以只在  $xoy$  平面内选取垂轴高度为  $0.1R, 0.2R, \dots, 1.0R$  的 10 条入射光线计算  $\sum_k \beta_{3,k}^2$ , 即求解方程的  $\sum_{k=1}^{10} \beta_{3,k}^2(C, d, a_2, a_4,$

$a_6, a_8)=0$  解。 $\beta_{3,k}$  可由公式(1)~(8)求出, 由此求出  $\sum_{k=1}^{10} \beta_{3,k}^2$ 。

下面首先根据设计要求确定非球面参数的搜索范围如表 1 所示。其次为了使入射光束中的光线相对位

置不发生变化, 即外侧光线缩束后仍在外侧, 内侧光线缩束后仍在内侧, 把光线位置也加入到适应度函数中。具体做法是, 10 条光线与第二个非球面交点的  $y$  坐标分别与  $0.1r, 0.2r, \dots, 1.0r$  差的平方和加入到适应度函数中。

值得一提的是, 参数的搜索范围可以自由确定, 它不影响 CLPSO 算法的正常工作, 这不像最小二乘法, 如果没有合适初始结构, 就不能正常工作。但是如果搜索范围并不包含所要寻找的参数, 当然也就找不到最佳的非球面参数。所以为了找到最佳非球面参数, 可以试着多次变换参数的搜索范围。

如表 2 所示, 优化后关于角度的适应度函数  $\sum_{k=1}^{10} \beta_{3,k}^2(C, d, a_2, a_4, a_6, a_8)=4.0280 \times 10^{-5}$ , 近似等于 0。压缩后光束半径约为  $5.65\text{ mm}$ , 缩束倍率  $M=80/5.65 \approx 14.16$  倍。

表 1 非球面系数的搜索范围

Tab.1 Search range of aspheric surface coefficients

	$C(1/\text{mm})$	$d/\text{mm}$	$a_2$	$a_4$	$a_6$	$a_8$
Front surface	[1/180, 1/50]	[0, 0]	[-15, 0]	$[-5 \times 10^{-8}, 8 \times 10^{-8}]$	$[-5 \times 10^{-12}, 5 \times 10^{-12}]$	$[-5 \times 10^{-16}, 5 \times 10^{-16}]$
Rear surface	[1/20, 1/4]	[100, 200]	[-15, 0]	$[-5 \times 10^{-8}, 8 \times 10^{-8}]$	$[-5 \times 10^{-12}, 5 \times 10^{-12}]$	$[-5 \times 10^{-16}, 5 \times 10^{-16}]$

表 2 非球面透镜前后表面参数的优化结果

Tab.2 Optimization results of coefficients of a front surface and a rear surface of an aspheric lens

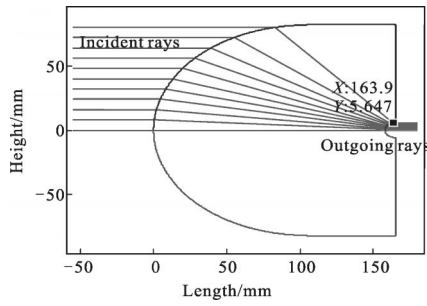
	$C(1/\text{mm})$	$d/\text{mm}$	$a_2$	$a_4$	$a_6$	$a_8$
Front surface	1/63.86	0	-0.389 8	$5 \times 10^{-10}$	$-5.0 \times 10^{-14}$	$-5.0 \times 10^{-18}$
Rear surface	1/4.51	158	-0.389 8	$-5.0 \times 10^{-10}$	$5.0 \times 10^{-14}$	$5.0 \times 10^{-18}$

### 2.2 非球面透镜缩束过程模拟

图 3(a)是半径为  $80\text{ mm}$  的光束经过由表 2 中系数确定的非球面透镜后的二维光路图, 图 3 (a)、(b)中右侧直线表示入射光, 左侧直线表示出射光。从图中可以看出, 出射光准直出射, 光束直径被大大压缩。图 3(b)是三维光路模拟图, 从图 3(b)中可以清楚的看到, 宽光束被压缩为窄光束, 且光束平行出射。从图 3 中还可以看出一现象, 就是透镜的前表面和后表面几乎完全相似。非球面系数中的  $a_4, a_6, a_8$  只是对非球面形状其微调作用, 对非球面形状起决定性作用的是  $C, a_2$ 。从表 2 中的非球面系数可以看出, 前后表面的非球面系数  $a_2$  相同, 顶点曲率半径比

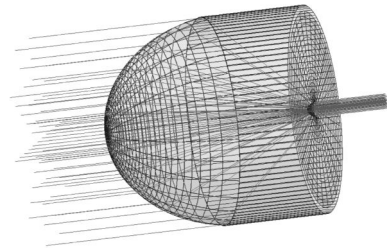
$63.86/4.51 \approx 14.16$  倍, 与光束压缩比相等。也就是说, 后表面是前表面形状的一个缩影, 这从光路可逆原理可以解释, 后表面折射是前表面折射的一种逆折射。从以上分析还看出, 非球面系数中的  $a_4, a_6, a_8$  不起决定作用, 可以把公式(1)中二次项以上的高次项舍去, 即令  $a_4=a_6=a_8=0$ , 只用二次曲面就可以达到缩束扩束的目的。由  $-1 < a_2 < 0$  可知, 透镜的前后表面为椭球面。

用 CLPSO 算法可以得到一系列优化结果, 如图 4 所示。可以从系列优化结果中选择一款最适合设计要求的结构, 还可以改变非球面系数的搜索范围, 以便得到更适合设计要求的优化结果。



(a) 缩束过程二维光路图

(a) 2D optical path of the shrinking process



(b) 缩束过程三维光路图

(b) 3D optical path of the shrinking process

图 3 光束缩束过程模拟

Fig.3 Process simulation of the compressing beam passing through an aspheric lens

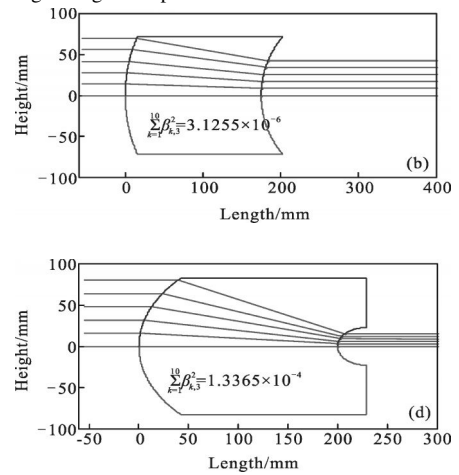
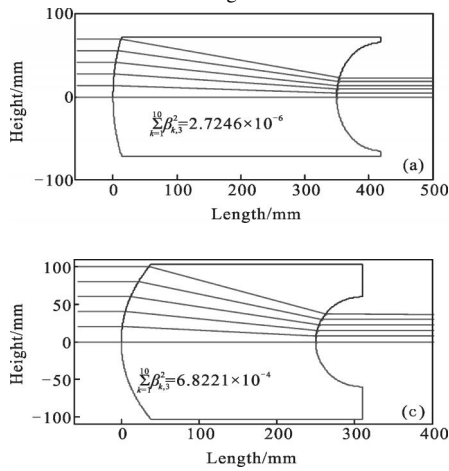


图 4 用 CLPSO 算法得到的系列优化结果(图中数值为适应度值)

Fig.4 Some optimization results obtained with CLPSO(with numbers indicating corresponding fitness values)

### 2.3 出射光束在距缩束透镜 50 cm 处的光强分布

图 5 是在  $x=220$  mm 垂轴平面上的二维光强分布。在垂轴高度 80 mm 内均匀分布的 40 万条入射光线,通过缩束透镜后在  $x=220$  mm 的垂轴平面上统计这 40 万条光线的  $y$  值分布,得到如图 5 所示的光

强分布。从图 5 可以看出,缩束后光强分布大部分区域均匀,只有光束边缘部分的光强稍大。这说明缩束后的光波基本上还是平面波,平面波特性和在缩束后并没有根本改变。

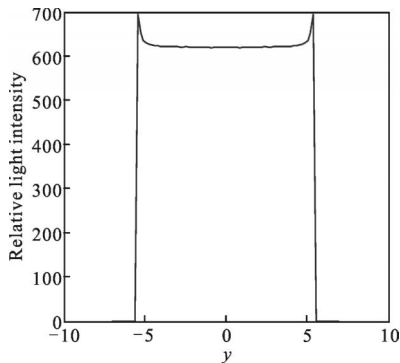


图 5 在  $x=220$  mm 处垂轴平面上的光强分布

Fig.5 Light intensity distribution on the plane perpendicular to the  $x$ -axis at  $x=220$  mm

### 3 结论

通过对非球面的光学折射特性分析,得到光线经过非球面透镜后出射光线单位方向矢量的  $y$  方向分量是非球面系数的函数,利用全面学习策略的粒子群算法得到了使 10 条出射光线的  $\sum_{k=1}^{10} \beta_{k,3}^2 = 4.0280 \times 10^{-5}$  的非球面系数,设计出了缩束倍率为 14.16 的单个非球面缩束透镜。通过光线追迹模拟单个非球面缩束镜的缩束过程,模拟证明单个缩束透镜不但能缩束而且不改变光束的平面波特性和在缩束后并没有根本改变。也说明了全面学习策略的粒子群算法用于光学设计的应用价值和

优越性。

#### 参考文献:

- [1] Zhao Yanzhong, Song Fenghua, Sun Huayan. Optical design of 1.06  $\mu\text{m}$  pulse laser expanding system with high rate variable focus[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 36(6): 891–895. (in Chinese)  
赵延伸, 宋丰华, 孙华燕. 1.06  $\mu\text{m}$  脉冲激光高倍率变焦的扩束发射光学系统设计 [J]. 红外与激光工程, 2007, 36(6): 891–895.
- [2] Fan Lina, Zhu Aimin, Liu Lin, et al. Optical design of laser beam expanding telescope[J]. *Infrared*, 2007, 28(8): 20–22. (in Chinese)  
樊丽娜, 朱爱敏, 刘琳, 等. 激光扩束望远镜的光学设计 [J]. 红外, 2007, 28(8): 20–22.
- [3] Zhao Jianke, Li Xia, Xu Liang, et al. Laser beam wave-front error reduction accuracy analysis [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(1): 79–83. (in Chinese)  
赵建科, 李霞, 徐亮, 等. 激光缩束系统波前畸变精度分析 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(1): 79–83.
- [4] Chen Zhaobing, Cao Lihua, Wang Bing, et al. Outfield experiment research of mid-wave infrared detecting system by long distance mid-infrared laser[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(7): 1700–1705. (in Chinese)  
陈兆兵, 曹立华, 王兵, 等. 中波红外激光器远距离干扰红外探测器的外场实验研究 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(7): 1700–1705.
- [5] Guo Yongxiang, Li Yingcai, Liang Tianmei, et al. Optical design of the uncoaxial three-mirror system with wide field of view [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(9): 2680–2683. (in Chinese)  
郭永祥, 李英才, 梁天梅, 等. 一种大视场离轴三反射光学系统研究[J]. 光学学报, 2010, 30(9): 2680–2683.
- [6] Yu Daoyin, Tan Hengying. Engineering Optics [M]. 3rd ed. Beijing: China Machine Press, 2011. (in Chinese)  
郁道银, 谈恒英. 工程光学 [M]. 第 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [7] Ye Jingfei, Gao Zhishan, Ye Haishui, et al. Near-infrared afocal laser beam expanding system with large zoom ratio[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2013, 21(5): 1129–1136. (in Chinese)  
叶井飞, 高志山, 叶海水, 等. 大变倍比近红外无焦激光扩束系统[J]. 光学精密工程, 2013, 21(5): 1129–1136.
- [8] Qin Hua, Sun Cunzhi. New method of circle and arc cutting [J]. *Optik*, 2012, 123(17): 1550–1554.
- [9] Liang J J, Qin A K, Ponnuthurai Nagarathnam Suganthan, et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2006, 10(3): 281–295.