

轨道角动量叠加态的产生及其检验

柯熙政, 薛 璞

(西安理工大学 自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: 带有螺旋相位分布的波束都具有轨道角动量(Orbital Angular Momentum, OAM), 其螺旋相位取决于 OAM 态拓扑荷数。理论分析了叠加涡旋光束的相位及光场分布, 然后将叠加态涡旋光束的相位分布图加载到空间光调制器上产生了多态涡旋光束, 讨论了不同拓扑荷数叠加时光场衍射图的分布情况。实验结果表明, 叠加态的涡旋光束光场衍射图随着叠加光束拓扑荷数的正负以及数值而呈一定规律性变化, 即当叠加的两束光拓扑荷数为异号时, 衍射产生的光斑数为两束光拓扑荷数绝对值之和; 当叠加的两束光拓扑荷数为同号时, 衍射产生的光斑数为两束光拓扑荷数之差的绝对值。通过此性质可以检验涡旋光束的拓扑荷数, 为叠加涡旋光束在自由空间光复用通信系统的拓扑荷数检测提供了新的方法。

关键词: 轨道角动量; 空间光调制器; 涡旋光束; 检验

中图分类号: TN919.12 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.0417007

Generation of Orbital Angular Momentum superpositions and its test

Ke Xizheng, Xue Pu

(Institute of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: The beam with helical phase distribution has Orbital Angular Momentum(OAM), whose helical phase depends on the topological charge of OAM state. The phase distribution and the light field distribution of the superposition vortex beams were analyzed theoretically, and then the phase distribution pattern was loaded onto the spatial light modulator to generate the superposition vortex beams. The light of the field diffraction pattern with different topological charges superposition was discussed. The experimental results show that the optical field diffraction pattern of the superposition state varies regularly with the positive and negative values of the superposition of the beam topological charge and the numerical value, namely when the superposition of two optical topological charges is different symbol, the number of diffraction spots is the sum of the absolute values of the two optical topological charges; when the superposition of two optical topological charges is same symbol, the number of diffraction spots is the absolute value of the difference between the two optical topological charges. By this property, the topological charge of the vortex beam can be detected, which provides a new method for the topological charge detection of the superposed vortex beams in the free space optical communication system.

Key words: Orbital Angular Momentum; spatial light modulator; vortex beam; test

收稿日期: 2017-11-05; 修订日期: 2017-12-03

基金项目: 国家自然科学基金(61377080, 60977054); 陕西省重点产业创新链(2017ZDCXL-GY-06-01)

作者简介: 柯熙政(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事无线激光通信方面的研究。Email: xzke@263.net

0 引言

自 Allen^[1]等人指出带有相位因子 $\exp(-il\theta)$ (l 为轨道角动量的拓扑荷数, θ 为方位角) 的涡旋光束具有轨道角动量以来,其在量子信息处理^[2-6]、粒子操纵^[7]和自由空间光通信^[8-10]等方向的研究受到了人们的广泛关注。而涡旋光束的产生^[11-12]与检测^[13],是涡旋光束理论及应用研究的重要前提和关键性问题。Jennifer^[14]等提出利用反射纯相位型液晶空间光调制器产生涡旋光束的方法。Yoshiyuki Ohtake^[15]等人利用空间光调制器动态控制产生了拉盖尔-高斯光束,实现了可编程相位调制。Sztul^[16]等人利用涡旋光束进行了双缝干涉实验,利用涡旋光束的双缝干涉条纹可实现对涡旋光束 OAM 的测量。A.mair^[17]等人提出使用两路光进行符合技术的原理对其中一路涡旋光束的轨道角动量进行检测,但使用这种方法检测 N 个 OAM 态,至少需要额外的 N 个光子。Lavery^[18]等人提出一种基于坐标转换的高效 OAM 态检测方法,然而由于每个 OAM 态在横向位置都存在一定宽度,这将导致相邻横向位置光斑出现叠加,当叠加区域较大时,将区分不出 OAM 态。杨春勇^[19]等人通过模拟自由空间光传输中叠加态涡旋光的相位图,观测相位特征与拓扑荷数之间的关联来检测初始涡旋光束拓扑荷数,但并未通过相位图进行实验研究,进而分析叠加态涡旋光束的光场分布规律。而文中就在此研究的基础上,首先仿真制作出叠加态的涡旋光束相位图,根据相位图的分布特征简单确定各叠加光束的拓扑荷数,其次将模拟的叠加态相位图加载到空间光调制器上,通过光束衍射得到叠加态涡旋光束,将模拟仿真与实验结果作对比,分析了不同拓扑荷数叠加时,涡旋光束衍射光场的分布规律。此结果为两路涡旋光束进行同轴干涉叠加检测提供了一种可行的检测方法,从仿真和实验两个方面说明了此方法可以较为准确地得到未知拓扑荷数。

1 理论基础

拉盖尔-高斯(LG)光束是一种含有轨道角动量的涡旋光束,相位结构呈螺旋分布,光束中心光强为零处为相位奇点^[20]。LG 光的复振幅可以表示为^[21]:

$$U^l(r, \theta, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(l+l+p)!}} \frac{1}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \times$$

$$\left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^{|l|} L_p^{|l|}\left[\frac{2r^2}{w^2(z)}\right] \exp(-il\theta) \quad (1)$$

式中: l 为 LG 光束的拓扑荷数; p 为径向指数; $w(z)$ 为 LG 光传输至 z 处的光斑半径; r 为径向距离; θ 为方位角; $L_p^{|l|}(\cdot)$ 为缔合拉盖尔多项式。

为方便研究,文中只考虑径向指数 $p=0$ 的情况,则携带 OAM 的 LG 光束在束腰位置($z=0$)处的归一化振幅可以表示为:

$$U^l(r, \theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w_0} \exp\left[-\frac{r^2}{w_0^2}\right] \times \sqrt{\frac{1}{|l|!}} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w_0}\right)^{|l|} \exp(-il\theta) \quad (2)$$

讨论拓扑荷数分别为 l_1 和 l_2 的叠加 LG 光束,叠加后的光场表达式可以表示为^[22]:

$$U^{l_1, l_2}(r, \theta) = U^{l_1}(r, \theta) + U^{l_2}(r, \theta) = A(r)B(r, l_1)\exp(-il_1\theta) + A(r)B(r, l_2)\exp(-il_2\theta) \quad (3)$$

式中: $A(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w_0} \exp\left[-\frac{r^2}{w_0^2}\right]$, $B(r, l) = \sqrt{\frac{1}{|l|!}} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w_0}\right)^{|l|}$ 。

为了得到叠加后总的相位,对公式(3)做变换可以得到叠加相位公式 Ψ_p 为公式(4):

$$\Psi_p = \frac{U^{l_1, l_2}(r, \theta)}{A(r)B(r, l_1)} = \exp(-il_1\theta) + \frac{B(r, l_2)}{B(r, l_1)} \exp(-il_2\theta) \quad (4)$$

式中: $\frac{B(r, l_2)}{B(r, l_1)} \propto \left(\frac{r\sqrt{2}}{w_0}\right)^{|l_2-l_1|}$, 理论分析可知,当 $l_2 > l_1 > 0$, $r \rightarrow 0$ 时, $\frac{B(r, l_2)}{B(r, l_1)} \rightarrow 0$, 叠加光束的相位就近似等于 $\exp(-il_1\theta)$, 所以在 r 趋于小的区域,叠加光束的相位分布只与 $U^{l_1}(r, \theta)$ 的相位分布有关,即叠加光束的相位分布由拓扑荷数绝对值相对较小的相位分布决定;而当 r 趋于大的区域时, $\exp(-il_1\theta)$ 远远小于 $\frac{B(r, l_2)}{B(r, l_1)} \exp(-il_2\theta)$, 故叠加光束的相位分布与 $U^{l_2}(r, \theta)$ 的相位分布有关,即叠加光束的相位分布由拓扑荷数绝对值相对较大的相位分布决定。

将公式(3)的指数项展开,得到:

$$\frac{U^{l_1, l_2}(r, \theta)}{A(r)B(r, l_1)} = \cos(l_1\theta) + \zeta(r, l_1, l_2) \cos(l_2\theta) - i[\sin(l_1\theta) + \zeta(r, l_2, l_1) \sin(l_2\theta)] \quad (5)$$

式中： $\zeta(r, l_1, l_2) \triangleq \frac{B(r, l_2)}{B(r, l_1)} = \sqrt{\frac{|l_1|!}{|l_2|!}} \left(\frac{r\sqrt{2}}{W_0} \right)^{|l_2|-|l_1|}$ ，考虑到 $A(r)B(r, l_1) \in R$ ，所以叠加的总相位角为：

$$\Theta_{W_0}^{l_1, l_2}(r, \theta) = \arctan \left[\frac{\sin(l_1\theta) + \sqrt{\frac{|l_1|!}{|l_2|!}} \left(\frac{r\sqrt{2}}{W_0} \right)^{|l_2|-|l_1|} \sin(l_2\theta)}{\cos(l_1\theta) + \sqrt{\frac{|l_1|!}{|l_2|!}} \left(\frac{r\sqrt{2}}{W_0} \right)^{|l_2|-|l_1|} \cos(l_2\theta)} \right] \quad (6)$$

根据以上理论分析得到不同的拓扑荷数叠加涡旋光束的相位分布，如图 1 所示。

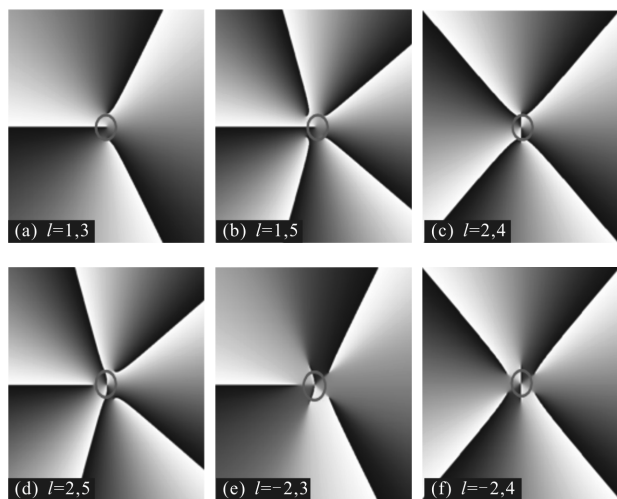


图 1 不同拓扑荷数叠加后的相位图

Fig.1 Phase diagram of the superposition of different topological charges

图 1(a)是 $l=1, 3$ 对应的相位图，中心分叉数为 1，外围分叉数为 3；图 1(b)是 $l=1, 5$ 对应的相位图，中心分叉数为 1，外围分叉数为 5；图 1(c)是 $l=2, 4$ 对应的相位图，中心分叉数为 2，外围分叉数为 4；图 1(d)是 $l=2, 5$ 对应的相位图，中心分叉数为 2，外围分叉数为 5；图 1(e)是 $l=-2, 3$ 对应的相位图，中心分叉数为 5，外围分叉数为 3；图 1(f)是 $l=-2, 4$ 对应的相位图，中心分叉数为 6，外围分叉数为 4。图 1 得到的相位图与单拓扑荷数相位图相比中心并不是封闭的，而是出现了叉点。由图 1(a)~(d)可以看出当两个不同拓扑荷数 l_1, l_2 分别取正数时，拓扑荷数较大的表示外围的分叉个数，拓扑荷数较小的表示中心的分叉个数；由图 1(e)和图 1(f)对比可以看出，当叠加的两个拓扑荷数为一正一负时，绝对值大的拓扑

荷数表示外围的分叉个数，而中心的分叉个数则由两个拓扑荷数取绝对值后的和决定。可以看出，在已知两束叠加涡旋光束正负的情况下，可以根据观测叠加光场的相位分布来确定未知光束的拓扑荷数，即当叠加的两个拓扑荷数 l_1, l_2 分别取同号，且 $l_1 < l_2$ 时，相位图外围分叉个数 $N=l_2$ ，相位图中心的分叉个数 $N=l_1$ ；而当叠加的两个拓扑荷数为 l_1, l_2 异号，且 $|l_1| < |l_2|$ 时，相位图外围的分叉个数 $N=l_2$ ，而相位图中心的分叉个数 $N=|l_1|+|l_2|$ 。

2 数值模拟及实验

根据前面的理论研究，设计实验装置示意图如图 2 所示，由氦氖激光器(632.8 nm)发出的激光，经过透镜组成的扩束系统，使光束直径达到 6 mm，以便空间光调制器能够精准地调节光束的波前。实验中所用的是杏林睿光科技有限公司所生产的液晶空间光调制器，型号为 RC-SLM-R2，其可以接收的波长范围为 400~760 nm，对实验中所用到的波长为 632.8 nm 的激光器相位调制范围为 $0 \sim 2\pi$ ，由于 SLM 只能有效地调节水平偏振的光束，因此经过偏振分束器(PBS)将垂直偏振的光滤掉，高斯光束准直入射到加载相位叠加图的 SLM 上，SLM 将入射的高斯光束转化为所需的轨道角动量叠加态，最后经过傅里叶透镜进行傅里叶变换，在焦平面上用 CCD 观测所得图像。

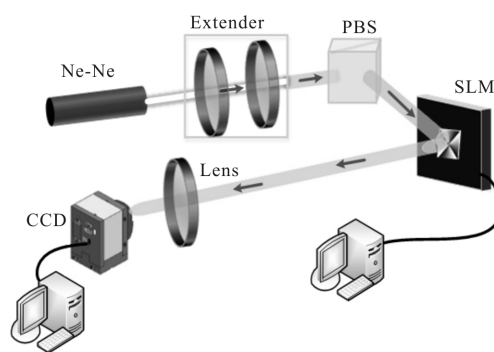


图 2 实验装置示意图

Fig.2 Experiment device diagram

根据前述理论进行衍射仿真，并按照实验装置图进行实验，实验中使用的激光器波长 $\lambda=632.8 \text{ nm}$ ，透镜焦距 $f=200 \text{ mm}$ ，传输距离 $z=10 \text{ m}$ ，光束束腰半径 $\omega_0=3 \text{ mm}$ 。利用螺旋相位图可以制备单个涡旋光束，在此基础上，将不同拓扑荷数的螺旋相位图进行

叠加,制备出叠加态涡旋光束。将模拟叠加相位图加载到空间光调制上,观测其衍射效果,当拓扑荷数 l_1, l_2 分别取不同的数值时,将实验结果与仿真结果进行对比分析。

2.1 异号 l 值叠加涡旋光束的制备及检验

图 3 是拓扑荷数 l_1, l_2 为异号的数值模拟和实验观测结果。其中图 3(a)和图 3(e)分别是 $l=2, -2$ 的衍射仿真图和实验图,观测其光斑数为 4;图 3(b)和图 3(f)分别是 $l=3, -3$ 的衍射仿真图和实验图,观测其光斑数为 6,图 3(c)和图 3(g)分别是 $l=-2, 3$ 的衍射仿真图和实验图,观测其光斑数为 5;图 3(d)和图 3(h)分别是 $l=-3, 4$ 的衍射仿真图和实验图,观测其光斑数为 7。

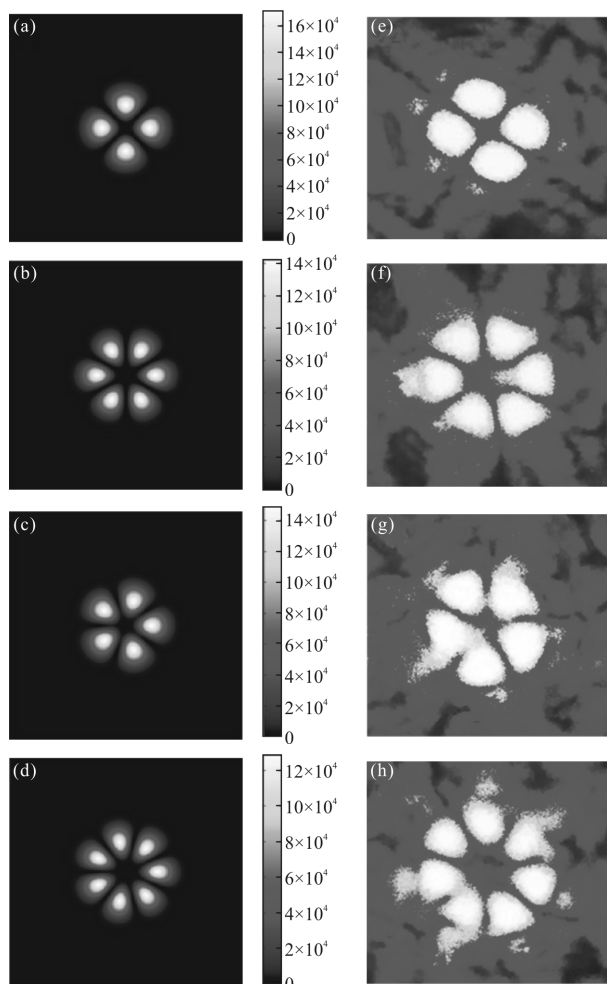


图 3 不同异号拓扑荷数涡旋光束叠加光场数值模拟的仿真结果和实验结果

Fig.3 Results of numerical simulation of superposition of vortex beams with different number of topological charges and experimental results

对比图 3(a)~(d)光场模拟图可以得出,当两束涡旋光叠加干涉的拓扑荷数 l_1, l_2 为异号时,叠加生成的衍射光场图不再是圆环状的光场分布图,而是呈裂纹状的光斑,可将其称为“花瓣状”。由图 3(a)~(d)衍射仿真的光亮斑对比可得光亮斑数 $N=|l_1|+|l_2|$,并且由图 3(a)~(d)对比可知,当 $|l_1|=|l_2|$ 时,叠加所生成的衍射光场图呈中心对称,且根据衍射光场图的裂纹光亮斑数 N 可以推导出初始叠加相位的拓扑荷数分别为 $\frac{N}{2}$ 和 $-\frac{N}{2}$;而 $|l_1| \neq |l_2|$ 时,叠加生成的衍射光场图不是中心对称的,光斑只是简单的呈分裂状,且裂纹光亮斑数等于两束涡旋光拓扑荷数的绝对值之和。观察可知随着叠加光斑数 N 的增大,光强是逐渐减弱的,当 N 达到一定数值时,光强会非常微弱以致接收端很难检测。

图 3(e)~(h)得出的实验图与图 3(a)~(d)仿真图相吻合,当两束叠加的拓扑荷数为异号时,生成的衍射光场图呈花瓣状,且具有上述讨论的规律性。这也证实了理论叠加光场公式的正确性,同时也验证了利用仿真异号叠加态相位图生成叠加态涡旋光束的可行性。

2.2 同号 l 值叠加涡旋光束的制备及检验

图 4 是拓扑荷数 l_1, l_2 为同号的数值模拟和实验结果。其中图 4(a)和图 4(e)分别是 $l=1, 4$ 的衍射仿真图和实验图,观测其光亮斑数为 3;图 4(b)和图 4(f)分别是 $l=1, 5$ 的衍射仿真图和实验图,观测其光亮斑数为 4;图 4(c)和图 4(g)分别是 $l=1, 3$ 的衍射仿真图和实验图,观测其光斑数为 2;图 4(d)和图 4(h)分别是 $l=2, 4$ 的衍射仿真图和实验图,观测其光斑数为 2。

对比图 4(a)~(d)光场模拟图可以看出,当两束涡旋光叠加干涉的拓扑荷数 l_1, l_2 为同号时,叠加生成的衍射光场图不再是前面讨论的简单的裂纹状,而是整体是一个圆形的分裂光斑。由图 4(a)~(d)衍射仿真的光亮斑对比可得出光亮斑的个数 $N=|l_1-l_2|$ 。图 4(c)和图 4(d)对比可以看出当两个叠加拓扑荷数的差值 $|l_1-l_2|$ 相等时,光亮斑的形状大致相同,并且随着 l_1+l_2 值的不断增大,光亮斑变得越来越窄,且光斑中心的暗圈越来越大,当 l_1+l_2 的值足够大时,光斑趋向于一条亮线,这个时候在接收端检测就非常困难。当两路拓扑荷数都为负数的情况与上面分析结果相同。

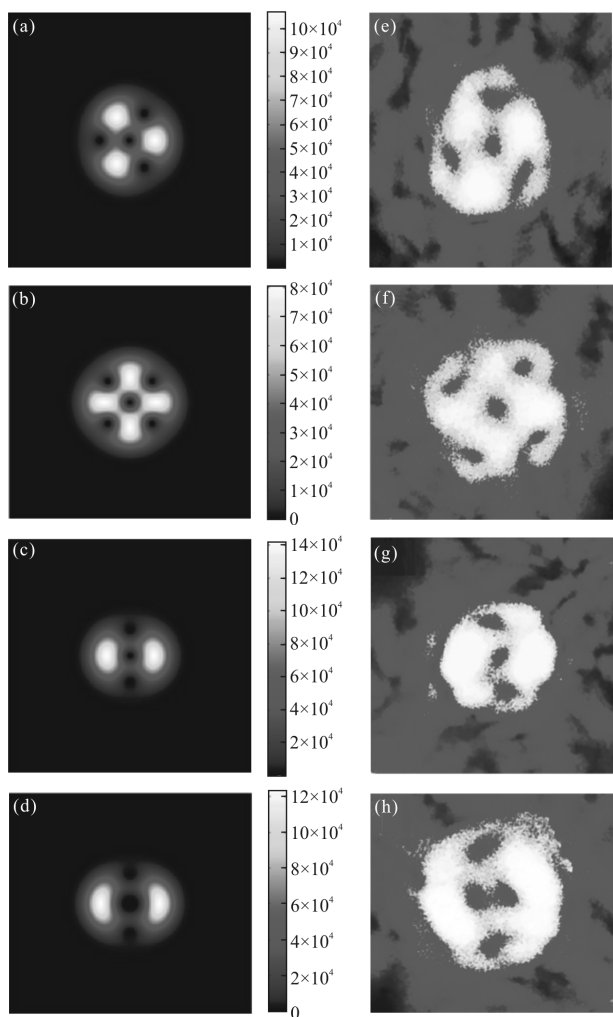


图 4 不同同号拓扑荷数涡旋光束叠加光场模拟的仿真结果和实验结果

Fig.4 Simulation results of optical field superposition of vortex beams with different topological charges and experimental results

图 4(e)~(h)得出的实验图与图 4(a)~(d)仿真图吻合,与上述仿真结果所得到的规律相符,证实了仿真生成的同号叠加态相位图产生叠加态涡旋光束的可行性,观察图 4(e)~(h)可以看出同号的两个拓扑荷数叠加生成的衍射光场图带有明显的螺旋特性,这也再一次验证了叠加生成的衍射图形还是涡旋光束,且其具有螺旋相位分布。

3 结论

理论上分析了两束涡旋光束的光场以及相位分布公式,根据仿真结果得出可以利用光束叠加后的相位分布特征来简单地判定参与叠加光束的拓扑荷

数,将模拟仿真得到的叠加相位图加载到 SLM 上,观测光场衍射图,仿真和实验得出根据光场衍射图的光斑变换规律也可以判定参与叠加光束的拓扑荷数。

当两束涡旋光束拓扑荷数 l_1, l_2 取同号,且 $l_1 < l_2$ 时,叠加相位图的外围分叉个数为绝对值较大的拓扑荷数,即 $N=l_2$,叠加相位图中心的分叉个数为绝对值较小的拓扑荷数,即 $N=l_1$,叠加后的光场衍射图整体为圆形,且其衍射的光斑裂纹数 N 为两个拓扑荷数的绝对值之差,即 $N=|l_1-l_2|$ 。当两束涡旋光束拓扑荷数差值 $|l_1-l_2|$ 相等时,衍射光亮斑的形状大致相同,光斑中心会出现暗圈,并且随着 l_1+l_2 值的不断增大,光亮斑会变得越来越窄,且光斑中心的暗圈越来越大,当 l_1+l_2 的值足够大时,光斑会趋向于一条亮线。

当两束涡旋光束拓扑荷数 l_1, l_2 取异号,且 $|l_1| < |l_2|$ 时,叠加相位图外围的分叉个数为绝对值较大的拓扑荷数,即 $N=l_2$,而叠加相位图中心的分叉个数为两束光拓扑荷数绝对值的和,即 $N=|l_1+l_2|$;叠加后衍射产生的光斑不再为普通的圆环状,而是成分裂的花瓣状,当两束拓扑荷数为等量异号时,呈中心对称分布,光斑的裂纹数为两个拓扑荷数的绝对值之和,即 $N=|l_1+l_2|$ 。

两束不同拓扑荷数的涡旋光进行同轴干涉叠加时,在已知一束涡旋光拓扑荷数的情况下,可以根据上述讨论的叠加态相位图的分布规律以及光场衍射图光斑的分布规律判断参与叠加光束的另一拓扑荷数,但是当两束涡旋光束拓扑荷值的绝对值之和或之差过大时,则很难之间检验出拓扑荷数的大小。涡旋光束叠加态的产生及特性的研究对涡旋光的复用及检测具有重要的意义,对整个轨道角动量复用通信具有很大的推进作用。

参考文献:

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Phys Rev A*, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] Terriza G M, Torres J P, Torner L. Management of the angular momentum of light: preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum[J]. *Phys Rev Lett*, 2001, 88(1): 1-14.
- [3] Paterson C. Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of single photons for optical communication[J].

- Phys Rev Lett*, 2005, 94(15): 477–481.
- [4] Su T, Scott R P, Djordjevic S S, et al. Demonstration of free space coherent optical communication using integrated silicon photonic orbital angular momentum devices [J]. *Opt Express*, 2012, 20(9): 9396–9402.
- [5] Gibson G, Courtial J, Padgett M J. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum [J]. *Opt Express*, 2004, 12(22): 5448–5456.
- [6] Bouchal Z, Celechovský R. Mixed vortex states of light as information carriers[J]. *New Journal of Physics*, 2004, 6(6): 1–15.
- [7] Vickers J, Burch M, Vyas R, et al. Phase and interference properties of optical vortex beams[J]. *Journal of the Optical Society of America A Optics Image Science & Vision*, 2008, 25(3): 823–827.
- [8] Gelechovsky R, Bouchal Z. Generation of variable mixed vortex fields by a single static hologram [J]. *Journal of Modern Optics*, 2006, 53(4): 473–480.
- [9] Ke Xizheng, Guo Xinlong. Realization of optical phase information encode by using orbital angular momentum of light beam [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2015, 32(1): 69–76. (in Chinese)
- [10] Lv Hong, Ke Xizheng. Research on the beam with orbital angular momentum used in encoding and decoding of optical communication [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29 (2): 331–335. (in Chinese)
- [11] Couillet P, Gil L, Rocca F. Optical vortices [J]. *Opt Commun*, 1989, 73(89): 403–408.
- [12] Yao A M, Padgett M J. Orbital angular momentum: Origins, behavior and applications [J]. *Advances in Optics & Photonics*, 2011, 3(2): 161–204.
- [13] Ke Xizheng, Xu Junyu. Experimental study on interference and detection of vortex beams with orbital angular momentum [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43 (9): 192–197. (in Chinese)
- [14] Curtis J E, Koss B A, Grier D G. Dynamic holographic optical tweezers [J]. *Optics Communications*, 2002, 207 (1–6): 169–175.
- [15] Ohtake Y, Ando T, Fukuchi N, et al. Universal generation of higher-order multiringed Laguerre-Gaussian beams by using a spatial light modulator [J]. *Optics Letters*, 2007, 32 (11): 1411–1413.
- [16] Sztul H I, Alfano R R. Double-slit interference with Laguerre-Gaussian beams[J]. *Optics Letters*, 2006, 31(7): 999–1001.
- [17] Mair A, Vaziri A, Weihs G, et al. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons [J]. *Nature*, 2001, 412: 313–316.
- [18] Berkhout G C, Lavery M P, Courtial J, et al. Efficient sorting of orbital angular momentum states of light [J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 105(15): 153601.
- [19] Yang Chunyong, Ding Liming, Hou Jin, et al. Simulation on measurement of topological charge for Laguerre-Gauss beams by multiplexing [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(9): 237–242. (in Chinese)
- [20] Gibson G, Courtial J, Padgett M, et al. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum [J]. *Optics Express*, 2004, 12(22): 5448–5456.
- [21] Courtial J, Robertson D A, Dholakia K, et al. Measurement of the rotational quency shift imparted to a rotating light beam possessing orbital angular[J]. *Phys Rev Lett*, 1998, 81 (15): 3217–3219.
- [22] Anguita J A, Herreros J, Djordjevic I B. Coherent multimode OAM superpositions for multidimensional modulation [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2014, 6(2): 1–11.