



## 烟花算法在SAR图像属性散射中心参数估计中的应用

周志洪 陈秀真 马进 夏正敏

### Application of firework algorithm into parameter estimation of attributed scattering centers in SAR images

Zhou Zhihong, Chen Xiuzhen, Ma Jin, Xia Zhengmin

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3788/IRLA20210581>

#### 您可能感兴趣的其他文章

##### Articles you may be interested in

#### 基于狼群算法的SAR图像属性散射中心参数估计

Parameter estimation of attributed scattering centers in SAR images based on wolf pack algorithm

红外与激光工程. 2021, 50(4): 20200409 <https://doi.org/10.3788/IRLA20200409>

#### 基于最小能量准则的参数估计圆周SAR三维成像方法

Parameter estimation of circular SAR 3-D imaging method based on the minimum energy criterion

红外与激光工程. 2019, 48(7): 726001 <https://doi.org/10.3788/IRLA201948.0726001>

#### 相干激光探测中微动参数估计的克拉美-罗界

Cramer-Rao bounds for micro-motion parameters estimation in coherent laser detection

红外与激光工程. 2017, 46(7): 706002 <https://doi.org/10.3788/IRLA201746.0706002>

#### 多元经验模态分解及在SAR图像目标识别中的应用

Multivariate empirical mode decomposition with application to SAR image target recognition

红外与激光工程. 2021, 50(4): 20200236 <https://doi.org/10.3788/IRLA20200236>

#### 图像分块匹配的SAR目标识别方法

SAR target recognition based on image blocking and matching

红外与激光工程. 2021, 50(10): 20210120 <https://doi.org/10.3788/IRLA20210120>

#### 结合多决策准则稀疏表示的SAR图像目标识别方法

Combination of multiple decision principles based on sparse representation-based classification for target recognition of SAR image

红外与激光工程. 2021, 50(8): 20210138 <https://doi.org/10.3788/IRLA20210138>

## 烟花算法在 SAR 图像属性散射中心参数估计中的应用

周志洪<sup>1,2</sup>, 陈秀真<sup>1,2\*</sup>, 马 进<sup>1,2</sup>, 夏正敏<sup>1,2</sup>

(1. 上海交通大学 网络安全技术研究院, 上海 200240;  
2. 上海市信息安全综合管理技术研究重点实验室, 上海 200240)

**摘要:** 针对合成孔径雷达 (SAR) 属性散射中心估计问题, 提出基于烟花算法的方法。首先, 在图像域对 SAR 图像中高能量区域进行分割解耦, 获得单个独立散射中心在图像域的表现形式。在此基础上, 以属性散射中心参数化模型为基础, 构建优化问题, 对分离出来的单个散射中心进行最优参数的搜索。在此阶段, 引入烟花算法进行参数寻优。该算法具有强大的全局和局部搜索能力, 在保证优化精度的条件下避免陷入局部最优, 从而保证散射中心参数估计的可靠性。在原始图像中剔除求解后的单个散射中心, 对残余图像进行高能量区域分割, 序贯估计下一个散射中心的属性参数。最终, 获取输入 SAR 图像上所有散射中心的参数集。实验中, 首先基于 MSTAR 数据集中的 SAR 图像进行参数估计验证, 通过参数估计结果与原始图像的对比以及基于估计参数集对原始图像进行重构, 反映了提出算法的有效性。此外, 实验还基于估计得到的属性参数进行 SAR 目标识别算法验证, 通过与其他参数估计算法在相同条件下进行识别性能的对比, 进一步体现了提出方法在属性散射中心参数估计上的性能优势。

**关键词:** 合成孔径雷达; 属性散射中心; 参数估计; 烟花算法

**中图分类号:** TP753 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20210581

## Application of firework algorithm into parameter estimation of attributed scattering centers in SAR images

Zhou Zhihong<sup>1,2</sup>, Chen Xiuzhen<sup>1,2\*</sup>, Ma Jin<sup>1,2</sup>, Xia Zhengmin<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Network Security Technology, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;  
2. Shanghai Key Laboratory of Integrated Administration Technologies for Information Security, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of synthetic aperture radar (SAR) attribute scattering center estimation, a method based on the firework algorithm was proposed. First, segmentation and decoupling of high-energy regions in the SAR image are performed in the image domain to obtain the representation of a single independent scattering center in the image domain. Afterwards, based on the parametric model of the attribute scattering center, an optimization problem was constructed to search for the optimal parameters of the separated single scattering center. At this stage, the firework algorithm was introduced to optimize the parameters. The algorithm has strong global and local search capabilities, and avoids falling into the local optimum thus ensuring the optimization accuracy and the reliability of the estimation of the scattering center parameters. The single scattering center after solution was eliminated from the original image, and the residual image was segmented into

收稿日期: 2021-12-02; 修订日期: 2022-02-20

基金项目: 上海市工业强基专项 (GYQJ-2018-3-03)

作者简介: 周志洪, 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为车联网安全、网络安全检评等。

通讯作者: 陈秀真, 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为大数据与人工智能应用、网络空间安全综合管理新技术等。

high-energy regions. And the attribute parameters of the next scattering center were estimated by inertia. Finally, the parameter set of all scattering centers on the input SAR image was obtained. In the implementation, the parameter estimation verification was performed based on the SAR images in the MSTAR dataset. The comparison of the parameter estimation results with the original image and the reconstruction of the original image based on the estimated parameter set reflect the effectiveness of the proposed algorithm. In addition, the experiment also validates the SAR target recognition algorithm based on the estimated attribute parameters. By comparing the recognition performance with other parameter estimation algorithms under the same condition, the performance superiority of the proposed method in the attribute scattering center parameter estimation was further demonstrated.

**Key words:** synthetic aperture radar; attributed scattering center; parameter estimation; firework algorithm

## 0 引 言

合成孔径雷达 (Synthetic aperture radar, SAR) 具备全天时、全天候的高分辨率成像能力, 在军民领域都有着广泛运用。与清晰直观的光学图像不同, SAR 图像反映目标的电磁散射特性, 其中目标的外观特点不明显, 给图像解译带来了障碍。为量化描述 SAR 图像的分布特性, 研究人员通过散射中心模型的方式对局部散射现象进行建模, 最为代表性的是属性散射中心模型<sup>[1-3]</sup>。属性散射中心模型包含了与目标局部结构相关联的属性参数, 如相对强度、位置、长度等。基于属性散射中心的 SAR 目标识别方法也充分验证了属性参数对于区分不同目标的有效性<sup>[4-7]</sup>。然而, 属性散射中心模型形式复杂, 参数估计十分复杂。早期, 研究人员通过图像域分治策略, 实现逐个散射中心的序贯估计。在对单个散射中心进行参数估计时, 通常采用较为经典的优化算法, 如模拟退火、粒子群算法、狼群算法等<sup>[8-11]</sup>。根据压缩感知理论, 参考文献 [12-14] 设计了基于稀疏表示的属性散射中心估计算法, 认为单幅 SAR 图像的属性散射中心在整个参数空间属于稀疏分布。稀疏表示方法避免了图像域的局部解耦过程, 但其最终结果与图像域的一致性往往难以保证, 具有较强的随机性。为此, 从确保散射中心参数物理意义的角度, 图像域的散射中心估计算法具有更强的可靠性。

文中在传统图像域属性散射中心估计方法的基础上, 引入烟花算法, 实现对单个散射中心的参数优化。对于图像域解耦的单个散射中心图像区域, 通过烟花算法获得最佳的属性参数。烟花算法启发于烟花燃放过程, 由 Tan 和 Zhu 在 2010 年设计提出<sup>[15]</sup>。

其中, 每一个烟花被视为解空间的一个可行解, 烟花爆炸产生一定数量火花的过程则反映邻域搜索的过程。每个烟花爆炸半径和产生的火花数不同, 适应度较差的烟花爆炸半径更大, 这让优化算法具有全局搜索能力; 适应度较差的烟花爆炸半径更小, 这让优化算法具有局部搜索能力。不同烟花按照各自适应度进行动态分配和交互使得优化算法在全局和局部搜索能力之间达到平衡。此外, 烟花算法加入了变异火花增加了种群的多样性, 避免算法陷入局部最优。目前, 烟花算法已经在任务分配、图像处理等领域得到了广泛应用和验证, 具有更高的精度和稳健性<sup>[16-18]</sup>。为此, 文中将烟花算法引入到单个属性散射中心的参数估计中, 获得更为可靠的估计结果。实验中, 采用 MSTAR 数据集对提出方法进行验证, 分别测试了方法对于 SAR 图像的估计结果以及对于基于属性散射中心匹配的识别方法的贡献。实验结果证明了提出方法的有效性和相比现有几类方法的优越性。

## 1 属性散射中心模型

作为描述高频区域雷达目标局部散射特性的参数化模型, 属性散射中心模型相比先前的 GTD 模型具有更强的物理层和信号层描述能力。参考文献 [4-7] 基于属性散射中心设计 SAR 目标方法, 验证了其在提高目标识别稳健性方面的显著优势。基于属性散射中心模型描述单个散射中心的散射特性如下:

$$E_i(f, \phi; \theta_i) = A_i \cdot \left( \frac{f}{f_c} \right)^{\alpha_i} \cdot \exp \left( \frac{-j4\pi f}{c} (x_i \cos \phi + y_i \sin \phi) \right) \cdot \operatorname{sinc} \left( \frac{2\pi f}{c} L_i \sin(\phi - \bar{\phi}_i) \right) \cdot \exp(-2\pi f \gamma_i \sin \phi) \quad (1)$$

式中:  $f$  代表入射波频率;  $\phi$  为方位角;  $\theta_i = [A_i, \alpha_i, x_i, y_i, L_i, \bar{\phi}_i, \gamma_i]$  为属性参数集,  $A_i$  代表不同散射中心的相对幅度,  $x_i, y_i$  记录散射中心位置;  $\alpha_i$  为频率依赖因子, 其取值与局部结构直接相关; 对于分布式散射中心,  $L_i$  和  $\bar{\phi}_i$  分别表示其长度和方向角; 对于局部式散射中心,  $\gamma_i$  指代方位依赖性参数。

对于一幅包含目标的 SAR 图像, 其中存在若干个散射中心。那么基于属性散射中心模型可以对目标整体的散射特性描述如下:

$$E(f, \phi; \theta) = \sum_{i=1}^P E_i(f, \phi; \theta_i) \quad (2)$$

式中:  $\theta = \{\theta_i\} (i = 1, 2, \dots, P)$  为目标的属性散射中心集;  $P$  代表散射中心数目。

## 2 方法描述

### 2.1 图像域参数估计流程分析

尽管属性散射中心模型描述精度更高, 但随之而来的参数估计问题也愈加复杂。总体而言, 待分析的 SAR 图像数据可以表示为:

$$D(f, \phi) = E(f, \phi; \theta) + N(f, \phi) \quad (3)$$

式中:  $E(f, \phi; \theta)$  为公式 (2) 描述的模型分量;  $N(f, \phi)$  图像中的噪声分量, 一般建模为高斯分布。在极大似然估计的框架下, 目标属性散射中心集合的联合估计过程描述如下:

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \min_{\theta} \|D - E(\theta)\|^2 \quad (4)$$

公式 (4) 给出属性散射中心参数估计的理想形式。然而, 由于模型自身的复杂度以及散射中心参数数目较多, 这种联合估计的优化过程非凸, 很容易陷入局部最优, 导致估计结果不稳健、不准确。为此, 研究人员提出了图像域分治策略, 即根据有效散射中心在图像域的显著特点实现单个散射中心的图像区域分离<sup>[8-11]</sup>。在此基础上, 可采用优化算法实现单个散射中心的参数估计, 进而序贯获得所以散射中心的参数。根据现有文献报道, 图像域解耦的属性散射中心参数估计算法流程一般可区分为图像域解耦、单个散射中心参数估计以及序贯估计三个步骤。首先, 对输入 SAR 图像进行分析, 采用图像分割算法获取其中能量最大的区域, 作为单个散射中心的图像域表现形式。然后, 对于解耦后的单个散射中心数据, 在属性散射中心模型的约束下进行优化求解, 获得最佳属性

参数。此处, 需要引入适当的优化算法, 确保参数估计的正确性。最后, 在原始图像中剔除已估计成分 (通过原始图像减去散射中心重构结果), 更新输入图像, 获得下一个散射中心的参数。通过序贯迭代更新, 在满足终止条件的情况下输出目标所有散射中心的属性参数集。

### 2.2 基于烟花算法的参数估计

烟花算法受启发于烟花爆炸过程, 设计过程中有效地平衡了算法的局部搜索和全局搜索, 具有较强的稳健性<sup>[15-18]</sup>。该算法根据实际求解问题, 首先在解空间设置  $N$  个烟花, 然后计算每个烟花的适应度值以及烟花的爆炸半径和火花数。对于烟花  $x_i$ , 采用公式 (5) 和公式 (6) 分别计算器爆炸半径  $A_i$  与火花数  $S_i$ :

$$A_i = \hat{A} \times \frac{f(x_i) - y_{\min} + \varepsilon}{\sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_{\min}) + \varepsilon} \quad (5)$$

$$S_i = M \times \frac{y_{\max} - f(x_i) + \varepsilon}{\sum_{i=1}^N (y_{\max} - f(x_i)) + \varepsilon} \quad (6)$$

式中:  $\hat{A}, M$  均为常数, 用于限制最大爆炸幅度和火花总数。

对于适应值较小的烟花, 它能在较小范围内产生较多火花, 从而获得强大的局部搜索能力。反之, 对于适应值较大的烟花, 它能在较大范围产生较少火花, 从而获得强大的全局搜索能力。同时, 为增强种群多样性, 烟花算法通过随机选定烟花进行变异操作 (如, 高斯变异)。此外, 对于超过可行域的火花, 则设置一定的映射关系映射到可行域。为保持种群中的优秀信息, 在爆炸和变异操作后, 在初始烟花及产生火花中选择  $N$  个个体构成下一代烟花, 直至迭代结束。烟花算法的具体实施按照以下步骤:

Step1: 随机产生  $N$  个初始烟花;

Step2: 计算每个烟花在爆炸操作中的爆炸半径和火花个数;

Step3: 根据爆炸半径和火花个数生成爆炸火花和变异火花;

Step4: 在烟花、爆炸火花及变异火中选取当前最优值;

Step5: 若满足迭代终止条件则输出最优值并停止迭代, 否则进入 Step6;

Step6: 按照既定规则选取  $N$  个新烟花, 并进入



Step2。

鉴于烟花算法所具有的特点和优势,文中将其引入到属性散射中心参数估计中。对于图像域解耦得到的单个散射中心数据,采用烟花算法求解其最佳属性参数。按照序贯估计的策略,获得 SAR 图像中所有属性散射中心的参数集。

### 3 实验与分析

#### 3.1 实验准备

文中基于 MSTAR 数据集中的 SAR 图像样本对所提方法进行测试。该数据集中包含了图 1 所示的

10 类车辆目标 SAR 图像。这些图像的分辨率达到 0.3 m,直观可见目标的局部散射现象明显。文中实验中,采用所提方法对 MSTAR SAR 图像进行散射中心参数估计。由于这些 SAR 图像的散射中心参数真值未知,只能通过对比估计参数与目标局部强散射的对应性(主要是位置参数)以及重构图像与原始图像的一致性对估计结果的有效性进行初步评估。除此之外,由于属性散射中心已在 SAR 目标识别方法中得到广泛运用,文中通过对比文中参数估计结果与其他现有散射中心参数估计对识别结果的贡献进一步评估所提方法的有效性。



图 1 MSTAR 目标的光学及 SAR 图像

Fig.1 Optical and SAR images of MSTAR targets

#### 3.2 参数估计性能测试

采用所提方法对 MSTAR 数据集中的一幅 SAR 图像进行典例验证,选取 15 作为散射中心数目的上限,获得具体的参数估计结果如表 1 所示。图 2 所示为位置参数在被估计 SAR 图像上的投影结果,可见与目标局部强散射中心吻合性较强,说明估计结果中位置参数的精度具有较高的精度。图 3(a)所示为基

于估计散射中心重构的目标图像,采用经典的图像相关作为测量度,计算其与被估计 SAR 图像的相似度达到 0.92,表明重构结果与原始图像具有很强的相关性,说明散射中心各类属性参数估计结果的有效性。图 3(b)为被估计图像与重构图像对比(相减)之后的残差分量。直观可见,重构残差主要是被估计图像中的背景成分,由于杂波、噪声等因素噪声。通过对被

表 1 一幅 MSTAR SAR 图像的属性散射中心参数估计结果

Tab.1 Parameter estimation results of attributed scattering centers in a MSTAR SAR image

No.	$ A $	$x_p/m$	$y_p/m$	$L_p/m$	$\alpha$	$\gamma_p$	$\phi_p$
1	513.62	-1.97	7.53	0.00	0.00	0.00	0.00
2	483.50	-8.08	12.28	2.57	0.00	0.00	0.17
3	216.39	3.18	3.75	0.00	0.00	1.82	0.00
4	131.06	10.60	-1.87	0.00	0.00	3.70	0.00
5	164.36	-5.68	6.08	0.00	0.00	0.00	0.00
6	138.23	-14.85	3.40	0.00	0.00	-0.18	0.00
7	133.72	6.99	1.63	0.00	1.00	0.00	0.00
8	523.03	-4.67	2.71	5.94	1.00	0.00	0.29
9	120.12	-13.06	7.07	0.00	0.00	0.00	0.00
10	148.23	6.69	-5.80	2.50	0.00	0.00	-0.02
11	95.01	-10.32	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00
12	88.15	1.26	1.89	0.00	1.00	-0.19	0.00
13	86.96	0.99	7.27	0.00	1.00	-0.19	0.00
14	83.63	-2.94	10.30	0.00	1.00	0.00	0.00
15	80.11	-8.16	6.75	0.00	0.00	-0.19	0.00

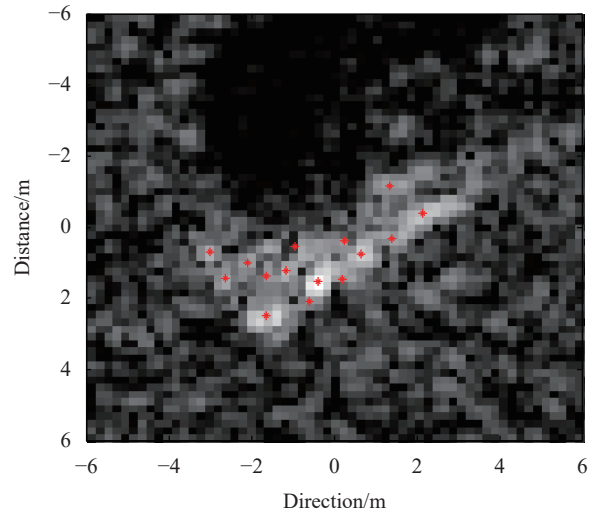


图 2 估计得到的散射中心位置示意

Fig.2 Illustration of locations of estimated scattering centers

估计 SAR 图像中目标散射中心的估计,并据此重构,有效剔除了原始图像中存在的背景因素,对于针对性分析目标特性具有有力支撑。上述结果均表明所提方法对于 SAR 图像属性散射中心参数估计的有效性。

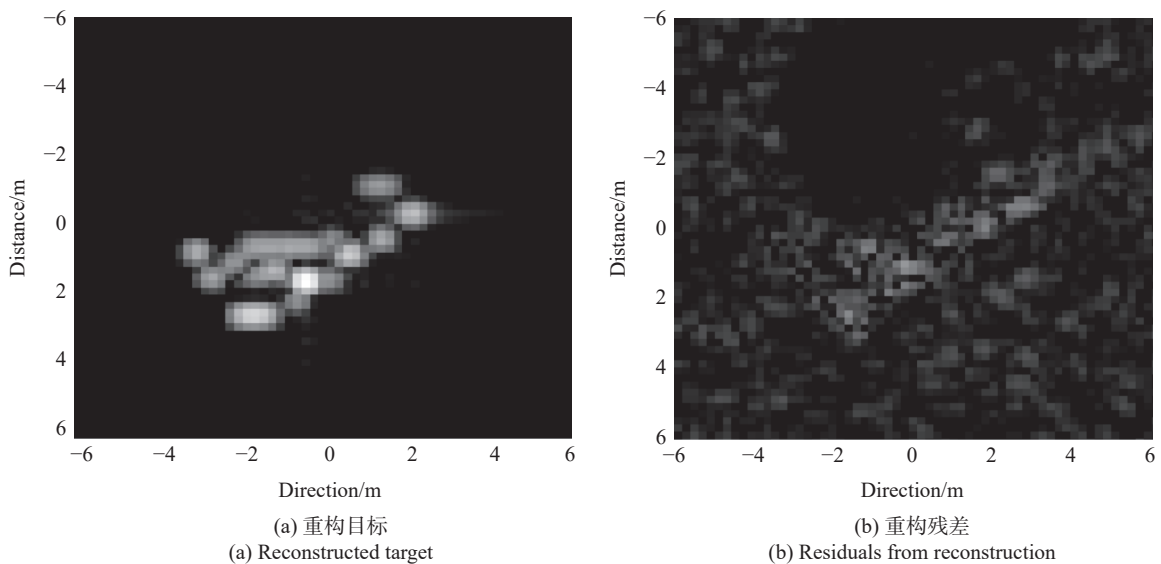


图 3 基于估计散射中心的重构目标及残差

Fig.3 Reconstructed target and residuals based on the estimated scattering centers

### 3.3 基于目标识别的性能验证

参考文献 [4-7] 均是基于属性散射中心设计 SAR 目标识别方法,其中一种典型场景就是在标准操作条件下对图 1 所示的 10 类目标进行分类,具体设置的训练和测试集参见表 2。为进一步验证提出的散射中心参数估计方法的有效性,可在同一个基于属性散射

中心的 SAR 目标识别方法上采用不同估计算法的结果,进而对比识别性能。按照这一思路,文中采用现有文献中多种不同属性散射中心估计算法进行属性散射中心提取,进而采用参考文献 [5] 中的散射中心匹配方法对表 2 中的 10 类目标的测试样本进行分类。其中,选取的散射中心估计算法包括参考文献 [8]

中基于模拟退火算法、参考文献 [9] 中基于动态粒子群算法、参考文献 [13] 中的稀疏表示估计算法。在不同算法下, 散射中心匹配识别方法取得的平均识别率如表 3 所示。对比可见, 基于所提方法估计得到的

属性散射中心可以取得最高的平均识别率, 表明其对于目标识别的贡献更大, 反映了其估计精度相对更高。因此, 通过不同散射中心提取算法对于目标识别的贡献可以间接反映了所提方法具有更强的有效性。

表 2 10 类目标的训练和测试样本

Tab.2 Training and test samples of the ten targets

Class	BMP2	BTR70	T72	T62	BDRM2	BTR60	ZSU23/4	D7	ZIL131	2S1
Training (17°)	232	233	231	299	298	256	299	299	299	299
Testing (15°)	195	196	196	273	274	195	274	274	274	274

表 3 散射中心匹配识别方法在不同提取算法下的平均识别率

Tab.3 Average recognition rates of the scattering center matching method using different parameter estimation algorithms

Parameter estimation algorithm	Average recognition rate
Simulated annealing	98.16
Dynamic particle swarm optimization	98.56
Sparse representation	98.74
Proposed	99.02

## 4 结 论

文中针对 SAR 图像目标属性散射中心估计问题, 提出基于烟花算法的参数优化方法。在传统图像域分治的基础上, 在对每一个属性散射中心进行参数估计是引入烟花算法。烟花算法通过模拟烟花燃放过程在解空间进行全局和局部搜索, 可以获得稳健性更强、精度更高的估计结果。实验中, 基于 MSTAR 数据集对所提方法进行性能测试。首先, 基于 MSTAR SAR 图像开展参数估计的典例演示, 通过比较估计位置参数和图像强散射点的位置以及重构图像与原始图像的相似度验证了所提方法的有效性。然后, 通过比较不同参数估计算法对于 SAR 目标识别的贡献进一步反映了所提方法的优越性能。

### 参考文献:

[1] Guo K Y, Yin H C, Sheng X Q. Research on scattering center modeling for radar target [J]. *Chinese Journal of Radio*

*Science*, 2020, 35(1): 106-115. (in Chinese)

[2] Wen G J, Zhu G Q, Yin H C, et al. SAR ATR based on 3D parametric electromagnetic scattering model [J]. *Journal of Radar*, 2017, 6(2): 115-135. (in Chinese)

[3] Ding B Y, Zhong J R, Ma C H, et al. SAR target reconstruction visualization enhancement based on attributed scattering center model [J]. *Journal of Radar*, 2013, 2(4): 499-506. (in Chinese)

[4] Liu Y. Target recognition of SAR images based on multi-level matching of attributed scattering centers [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2019, 33(11): 192-198. (in Chinese)

[5] Ding B Y, Wen G J, Yu L S, et al. Matching of attributed scattering center and its application to synthetic aperture radar automatic target recognition [J]. *Journal of Radar*, 2017, 6(2): 157-166. (in Chinese)

[6] Zhang T, Cao D R. SAR target recognition method based on attributed scattering center matching with robustness to noise corruption [J]. *Journal of China Academy of Electronics and Information Technology*, 2019, 14(6): 557-563. (in Chinese)

[7] Ding B Y, Wen G J, Zhong J R, et al. A robust similarity measure for attributed scattering center sets with application to SAR ATR [J]. *Neurocomputing*, 2017, 219: 130-143.

[8] Zhang H, Zhang S L, He S J. Parameter estimation of attributed scattering centers in SAR images based on amplitude-phase separation and DPSO [J]. *Journal of China Academy of Electronics and Information Technology*, 2019, 14(9): 993-1000. (in Chinese)

[9] Jiang W, Li W Z. A new method for parameter estimation of attributed scattering centers based on amplitude-phase separation [J]. *Journal of Radar*, 2019, 8(5): 606-615. (in Chinese)

[10] Duan J, Zhang L, Sheng J L, et al. Parameter decouple and estimation of independent attributed scattering centers [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012,

- 34(8): 1853-1859. (in Chinese)
- [11] Chen C. Parameter estimation of attributed scattering centers in SAR images based on wolf pack algorithm [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2021, 50(4): 20200409. (in Chinese)
- [12] Zhan R H, Hu J M, Zhang J. A novel method for parametric estimation of 2D geometrical theory of diffraction model based on compressed sensing [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(2): 419-425. (in Chinese)
- [13] Li F, Jiu B, Liu H W, et al. Sparse representation based algorithm for estimation of attributed scattering center parameter on SAR imagery [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(4): 931-937. (in Chinese)
- [14] Zhnag X, Yan H Z, Zhou J J, et al. Extraction of 2D full polarization scattering centers based on group sparse representation [J]. *Electronics Optics & Control*, 2016, 23(2): 26-30. (in Chinese)
- [15] Tan Y, Zhu Y. Fireworks algorithm for optimization[C]// International Conference in Swarm Intelligence. Berlin: Springer, 2010: 355-364.
- [16] Fan H, Hou C C, Zhu Y C, et al. Soft subspace algorithm for MR image clustering based on fireworks optimization algorithm [J]. *Journal of Software*, 2017, 28(11): 3080-3093. (in Chinese)
- [17] Xue J J, Wang Y, Meng X F, et al. Binary opposite backward learning fireworks algorithm for multidimensional knapsack problem [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2017, 39(2): 451-458. (in Chinese)
- [18] Bao X X, Ye C M, Huang X. Solving job-shop scheduling problem by firework algorithm [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2017, 53(3): 247-251. (in Chinese)