

双折射晶体微粒光致旋转受其半径影响分析

张景超,朱艳英,窦红星,魏勇,沈军峰,姚远

(燕山大学 物理系,河北 秦皇岛 066004)

摘要: 利用双折射晶体微粒在具有自旋角动量的光束作用下可产生围绕自身光轴旋转的特性,在光镊实验平台上实现了双折射晶体微粒的光致旋转。为了提高晶体微粒的旋转频率,从理论和实验上对双折射晶体微粒的旋转频率受其半径的影响进行了分析。用 MATLAB 模拟出 CaCO_3 晶体微粒和 SiO_2 晶体微粒的旋转频率与其半径的三次方成反比的关系曲线,并测得相应的实验关系曲线,其结果与理论分析相吻合。在相同的激光功率下, CaCO_3 晶体微粒的最高旋转频率可达 15.1 Hz, SiO_2 晶体微粒的最高旋转频率可达 11.4 Hz。该结论可用于光致旋转在实际应用中晶体微粒大小的选择和其旋转频率的优化控制。

关键词: 光致旋转; 双折射晶体; 自旋角动量; 旋转频率

中图分类号: TN249 ;O436.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2012)01-0155-05

Analysis of radius effect on optical rotation of birefringent crystal particles

Zhang Jingchao, Zhu Yanying, Dou Hongxing, Wei Yong, Shen Junfeng, Yao Yuan

(Physics Department, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: The principle of optical rotation due to the transfer of spin angular momentum from light to particles was discussed by analyzing the interaction between beam of light and birefringent crystal particles. The optical rotation of birefringent crystal particles was realized by using the equipment of the optical tweezers in experiment. For increasing the rotation frequency of crystal particles, the relation between rotation frequency of crystal particles and radius was analyzed in the experiment and theory research. The relation curve between calcium carbonate and silicon dioxide particles' rotation frequency and radius was simulated with MATLAB, and the result showed that the rotation frequency was inversely proportional to the cube of radius, in addition, the experimental data was in agreement with the theoretical simulation. Rotation frequency was measured in experiment with the same laser power, the result showed the maximum frequency of calcium carbonate was 15.1 Hz, and the maximum frequency of silicon dioxide particles was 11.4 Hz. The rationality of the experiment was testified compared with theoretical analysis. The conclusion can be used to the choice of crystal particles and the optimization control of rotation frequency in actual application.

Key words: optical rotation; birefringent crystal; spin angular momentum; rotation frequency

收稿日期:2011-05-05; 修订日期:2011-06-07

基金项目:国家自然科学基金(50875232;60977061)

作者简介:张景超(1960-),男,教授,博士生导师,主要从事激光精密测试和光微操纵技术方面的研究。

Email:ysu-zjc@163.com

0 引言

近年来,光致旋转技术已经成为激光物理学的一个研究热点。利用光镊来研究光致旋转的方法受到广泛关注,处于圆偏振状态或椭圆偏振状态下的激光光束经过光镊系统形成旋转光学势阱,可实现对双折射晶体微粒的角向操纵。1936年,R.A.Beth^[1]首次在实验中让一束圆偏振光通过细丝悬挂的半波片,利用光束中光子的角动量实现了物体的旋转。1998年,M.E.J. Friese 等人^[2]建立了利用偏振光驱动双折射晶体微粒的理论模型,并通过实验验证其可行性。2002年,李银妹等人^[3]进一步在实验中利用光束的自旋角动量实现了微粒的光致旋转并得出了 CaCO_3 晶体微粒的旋转频率与激光功率成正比的结论。2008年,高秋娟等人^[4]利用光束的自旋角动量实现了双折射晶体微粒的光致旋转,通过实验得出不同半径的 CaCO_3 晶体微粒和 SiO_2 晶体微粒的旋转频率与激光功率之间的关系曲线,并测得微粒光致旋转的最高旋转频率可达 5 Hz。2010年,管晓微等人^[5]分析了晶体微粒光致旋转的角速度受其厚度影响的性质,并模拟了不同激光功率下晶体微粒的厚度与其旋转角速度的变化关系。光致旋转技术在微机械、微光学元件^[6]及光学涡旋^[7]等领域已有广泛的应用。

文中进一步分析了双折射晶体微粒在具有自旋角动量的光束作用下可产生围绕自身光轴旋转的特性,在给定参数下对 CaCO_3 晶体微粒和 SiO_2 晶体微粒的旋转频率与其半径关系进行数值计算及模拟,并从理论和实验两方面得出了 CaCO_3 晶体微粒和 SiO_2 晶体微粒的旋转频率与其半径的三次方成反比的关系曲线,实验结果与理论模拟相吻合。所得结果对微机械领域中的光驱动微机械马达有一定的指导意义。

1 理论分析

1.1 理论推导

偏振光作用于双折射晶体微粒时,其偏振状态会发生改变,这是因为光束中光子本身所携带的自旋角动量发生了改变,根据角动量守恒定律,双折射晶体微粒将从光束中获得相应的角动量并产生围绕自身光轴旋转的效应。

一个沿 z 轴传播的激光光束光矢量可以写成:

$$E=(E_x\hat{x}+E_y\hat{y})\exp(ikz-i\omega t) \quad (1)$$

式中: E_x 和 E_y 为复振幅; ω 为入射光的圆频率; k 为角波数; t 为入射光传播的时间。

考虑一个双折射晶体材料的薄片,其厚度为 d 。光轴位于 $x-y$ 平面,与 x 轴的夹角为 θ 。双折射晶体薄片上下两个面在 z 轴的位置为 z_0 和 z_0+d 。由此可将入射光束和出射光束的自旋角动量通量表示出来^[5,8],再运用 T.A.Nieminen 等^[9]的求解方法,可以得出双折射晶体薄片单位面积自旋角动量通量的改变量(扭力矩)为:

$$\tau=(\sigma_{\text{in}}-\sigma_{\text{out}})\frac{I}{\omega}=\frac{c\varepsilon_0}{2\omega}\{i(E_xE_y^*-E_x^*E_y)(1-\cos\Delta)+\sin\Delta[(E_xE_x^*-E_y^*E_y)\sin2\theta-(E_xE_y^*+E_x^*E_y)\cos2\theta]\} \quad (2)$$

式中: $\Delta=kd(n_o-n_e)$, n_o 和 n_e 分别为双折射晶体的 o 光折射率和 e 光折射率; I 为光场的光强度。

若入射光为圆偏振光 $E_y=\pm iE_x$,且 $\theta=0$,则双折射晶体微粒在单位面积上受到的扭力矩为:

$$\tau=\pm P_{\text{eff}}(1-\cos\Delta)/\omega \quad (3)$$

式中: P_{eff} 为激光束与微粒相互作用的有效激光功率,正负号分别代表左旋和右旋圆偏振光所产生的扭力矩。

在黏性流体中转动的双折射晶体微粒还受到流体的阻力力矩作用,该力矩与微粒的旋转角速度 Ω 成比例,设比例系数为 D ,对于所讨论的圆盘状微粒^[10] $D=32\eta r^3/3$ (r 为微粒的半径, η 为液体的粘滞系数),则双折射晶体微粒旋转时的总转动动力矩为:

$$\tau=\frac{P_{\text{eff}}(1-\cos\Delta)}{\omega}-D\Omega \quad (4)$$

公式(4)表明,随着双折射晶体微粒旋转角速度 Ω 的增加,第二项晶体微粒的阻力力矩最终将与第一项晶体微粒的扭力矩平衡,使得双折射晶体微粒的合力矩为零(即 $\tau=0$)^[11],从而实现双折射晶体微粒的持续恒定转动,通过公式(4)可得微粒的旋转角速度为:

$$\Omega=3P_{\text{eff}}(1-\cos\Delta)/32\omega\eta r^3 \quad (5)$$

实验中,入射光频率 ω 和水的粘滞系数 η 都是一定的。

1.2 数值计算及模拟

由公式(5)可得,双折射晶体微粒的转动频率为:

$$f=\Omega/2\pi=\frac{3P_{\text{eff}}(1-\cos\Delta)}{64\pi\omega\eta r^3} \quad (6)$$

式中: $0\leq 1-\cos\Delta\leq 2$ 。当 $\Delta=kd(n_o-n_e)=2\pi$ 时,晶体微

粒厚度不满足旋转条件，即晶体微粒不旋转；当 $\Delta=\pi$ 时，晶体微粒受到的力矩最大；取一般情况 $\Delta=(2m+1)\pi/2$ ，则 $1-\cos\Delta=1$ ，式中 $\omega=2\pi\nu=2\pi c/\lambda$ ，波长 $\lambda=650\text{ nm}$ ，室温 $25\text{ }^\circ\text{C}$ 时液体粘滞系数 $\eta=0.894\times 10^{-3}\text{ N}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ ，激光束经光学系统到晶体微粒处，测得的最大有效功率 $P_{\text{eff}}=8\text{ mW}$ 。将 Δ 、 ω 、 η 、 P_{eff} 代入公式(6)得 $f=3.529\times 10^{-6}/r^3$ ，根据此式利用 MATLAB7.1 进行模拟，图 1 为 CaCO_3 晶体微粒的旋转频率与其半径的关系曲线。图 2 为 SiO_2 晶体微粒旋转频率与其半径的关系曲线。

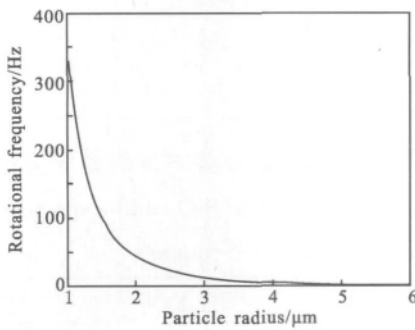


图 1 CaCO_3 微粒的旋转频率与其半径的关系曲线
Fig.1 Curve of rotation frequency about particle CaCO_3 and its radius

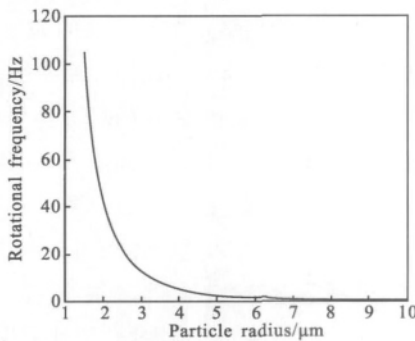


图 2 SiO_2 微粒的旋转频率与其半径的关系曲线
Fig.2 Curve of rotation frequency about particle SiO_2 and its radius

由图 1 和图 2 可以看出，双折射晶体微粒的旋转频率与其半径的三次方成反比关系，微粒半径是影响其旋转频率的主要因素。由此得出，在相同的激光功率下，半径小的微粒的旋转频率大于半径大的微粒的旋转频率。当晶体微粒半径太大时，其旋转频率值太小甚至不能实现光致旋转；当晶体微粒半径太小 ($r \ll \omega_0$ ， ω_0 为激光束束腰半径) 时，激光束又不容易捕获微粒；只有根据实际需求选择合适半径的

晶体微粒才能达到理想的实验结果。

在晶体微粒半径相同的条件下，比较图 1 和图 2， CaCO_3 晶体微粒的旋转频率比 SiO_2 晶体微粒的旋转频率大，这是由于公式(5)中的 $\Delta=kd(n_o-n_e)$ ，不同晶体中的 o 光折射率 n_o 与 e 光折射率 n_e 不同而导致的。

2 实验及结果

2.1 实验装置及步骤

实验中用到的器件有：半导体激光器及驱动光源，其激光波长为 650 nm ，输出激光功率 70 mW (激光束经光学系统到晶体微粒处，测得的最大有效功率 $P_{\text{eff}}=8\text{ mW}$)；起偏振器、 $1/2$ 波片、 $1/4$ 波片等光学元件；光学显微镜；样品操作台；CCD 摄像及数据采集系统；计算机及显示系统。实验装置如图 3 所示。

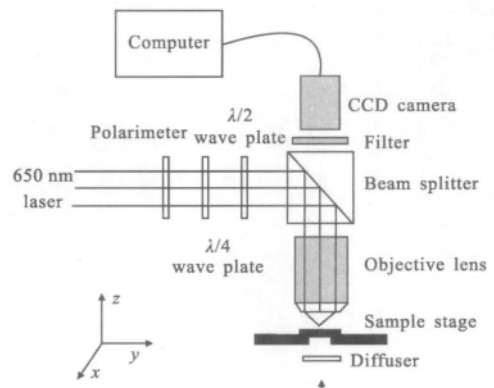


图 3 实验光路图

Fig.3 Sketch of the experimental setup

实验操作步骤如下：

(1) 配置溶液 将 CaCO_3 晶体微粒和 SiO_2 晶体微粒分别放在乳钵内进行碾磨，碾磨到第三次时，取出微粒细末，放置到盛有纯净水的锥形瓶内，对其进行电磁振荡以达到微粒粉碎，然后取出锥形瓶静止 $5\sim 6\text{ min}$ ，取出锥形瓶的中间溶液即为实验中用到的晶体微粒溶液。

(2) 调节光路 由于激光器存在漂移效应，所以进行实验之前要对光路进行微调，即达到工作台上移动时，监视器中显示的是一组同心圆；卸下物镜，放一张白纸，当激光束照到白纸上时，形成硬币大小的亮度均匀且呈圆形的光斑。将样本溶液调节到载物台合适位置，选择合适倍率的物镜，调节显微

镜调焦手轮进行对焦。

(3) 捕获微粒 看清楚溶液中的样本后,在显示屏上观察到激光光斑,移动激光光斑或样品池操纵平台,直到激光束成功捕获晶体微粒。浮在液体表面的微粒由于液体表面张力的原因不容易被捕获,沉在底部的微粒或悬浮在液体中的微粒较容易捕获。

(4) 旋转微粒 在光路中加入 1/4 波片,将其置于旋转零点,即确定 1/4 波片的光轴与线偏振光偏振方向重合的位置;为了获得椭圆或圆偏振光,缓慢旋转 1/4 波片,当 1/4 波片转到某一位置时,将入射光光束由线偏振状态转变为椭圆或圆偏振状态,使被捕获的 CaCO_3 晶体微粒和 SiO_2 晶体微粒旋转起来。

2.2 实验现象与分析

图 4 为单个 CaCO_3 晶体微粒旋转一周的图片,其晶体微粒形状为不规则椭圆薄片形状,测得其微粒厚度约为 $6\ \mu\text{m}$,晶体微粒旋转方向为逆时针方向。入射线偏振光的偏振方向与 1/4 波片的光轴夹角之间不同,晶体微粒获得的转动角速度也不同。当 1/4 波片的光轴与入射线偏振光的偏振方向之间的夹角为 45° 时,线偏振光变为圆偏振光,此时晶体微粒将获得最大的转动角速度。

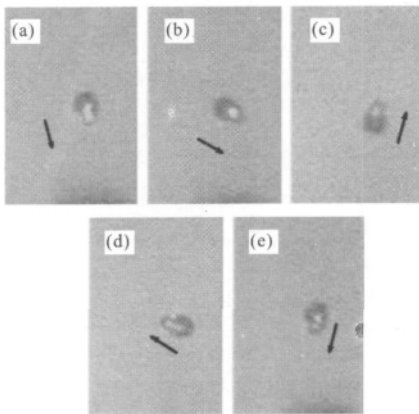


图 4 双折射晶体微粒 CaCO_3 的光致旋转
Fig.4 Optical rotation of birefringent crystal CaCO_3

在实验中观察到,并不是所有的 CaCO_3 晶体微粒和 SiO_2 晶体微粒都可以实现光致旋转;在激光功率不变的情况下,晶体微粒的形状不同所获得的旋转频率也各不相同。晶体微粒在圆偏振光的作用下可以连续旋转,当转动 1/4 波片时,晶体微粒的转动方向不发生改变,但旋转频率会发生变化。当加入 1/2 波片时,改变圆偏振光的自旋方向,微粒会先停止旋

转然后再向反方向旋转。当微粒厚度满足 $\Delta\phi=\pi$ 时,扭力矩达到最大值。

2.3 实验结果及分析

利用光镊系统产生的旋转光学势阱作用于 CaCO_3 晶体微粒和 SiO_2 晶体微粒,得到不同半径的双折射晶体微粒旋转频率的实验值(见表 1 和表 2)。

表 1 CaCO_3 晶体微粒的半径与旋转频率实验值

Tab.1 Radius of particle CaCO_3 and experimental data of rotation frequency

Item	Value									
Radius/ μm	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	6.0	7.0	
Frequency / Hz	15.1	7.8	4.4	2.8	2.0	1.4	1.0	0.6	0.3	

表 2 SiO_2 晶体微粒的半径与旋转频率实验值

Tab.2 Radius of particle SiO_2 and experimental data of rotation frequency

Item	Value									
Radius/ μm	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	
Frequency / Hz	11.4	6.0	3.6	1.5	0.8	0.4	0.3	0.2	0.1	

对上述实验数据进行处理并绘图(见图 5、图 6),可得 CaCO_3 晶体微粒的旋转频率与其半径的关系曲线及 SiO_2 晶体微粒的旋转频率与其半径的关系曲线。

由图 5 和图 6 可知,实验测得 CaCO_3 晶体微粒的最高旋转频率可达 15.1 Hz, SiO_2 晶体微粒的最高旋转频率可达 11.4 Hz。将实验得到的曲线(图 5 和图 6)与理论模拟的曲线(图 1 和图 2)进行比较可以看出,两者基本一致。但是当双折射微粒的半径很小时,其旋转频率值并不能达到理论值,且有很大的差别;当双折射微粒的半径超过某一值时,其旋转频率值很小或不能

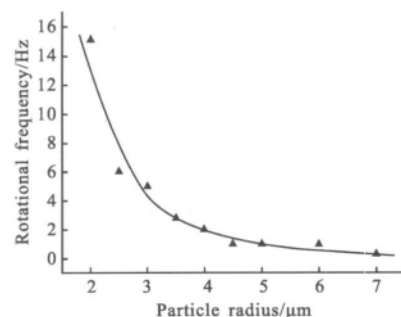
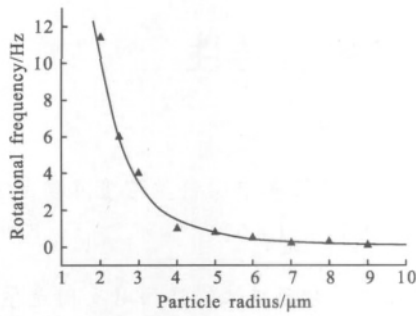


图 5 CaCO_3 微粒旋转频率与半径的实验关系曲线
Fig.5 Experimental curve of rotation frequency about particle CaCO_3 and its radius

图 6 SiO_2 微粒旋转频率与半径的实验关系曲线Fig.6 Experimental curve of rotation frequency about particle SiO_2 and its radius

旋转;只有当双折射微粒半径在 $2\sim 8\mu\text{m}$ 之间时,实验现象比较明显,实验曲线与理论曲线基本吻合。但对同一个微粒,其实验频率值要低于理论频率值,其原因是受到理论模型的近似、实验光路调节及测量误差、实验环境干扰等诸多方面的影响。例如,理论推导中假设晶体微粒是圆形薄片,而实验中的晶体微粒是近似圆形或椭圆形;激光功率有效值是在样品池和显微物镜之间测得的,实际的激光束进入样品池要先穿过一段距离的溶液,之后到达晶体微粒表面,而由于溶液对光束的反射、散射和吸收以及晶体表面的反射等影响,使得实际的激光功率有效值要比测得的值偏小。由此可知,对于偏振光作用于双折射晶体微粒光致旋转的理论推导和模型建立有待于进一步完善,实验方法和测量也需要进一步改进。

3 结论

利用携带自旋角动量的光束可以使双折射晶体微粒产生光致旋转的特点,从理论上通过 MATLAB 程序对给定参数条件下的微粒半径与其旋转频率的变化进行了模拟。实验中分别对 CaCO_3 和 SiO_2 双折射晶体微粒的旋转频率与其半径的关系进行了测量,结果表明,双折射晶体微粒的旋转频率与其半径的三次方成反比,实验结果与理论分析相吻合。

研究所得的结论可用于光致旋转在实际应用中微粒大小的选择和旋转频率的优化控制,进一步对光驱动微机械马达的实现提供了理论分析和实验数据的基础研究。

参考文献:

[1] Beth R A. Mechanical detection and measurement of the

angular momentum of light[J]. *Phys Rev*, 1936, 50: 115-125.

[2] Friese M E J, Nieminen T A, Heckenberg N R, et al. Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles[J]. *Nature*, 1998, 394: 348-350.

[3] Sun Yufen, Li Yinmei, Lou Liren. Photo-induced rotation of particles in laser trapping [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2003, 40(10): 23-28. (in Chinese)

孙玉芬,李银妹,楼立人.激光光阱中微粒的光致旋转[J].激光与光电子学进展,2003,40(10):23-28.

[4] Gao Qiujuan, Zhu Yanying, Shi Jinshan, et al. Rotation of particles by using the beam with spin angular momentum [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2008, 35(10): 1505-1510. (in Chinese)

高秋娟,朱艳英,史锦珊,等.利用具有自旋角动量的光束实现微粒的旋转[J].中国激光,2008,35(10):1505-1510.

[5] Guan Xiaowei, Zhu Yanying, Wei Yong, et al. Analysis of the thickness effect on angular velocity of optical rotation of the crystal particle [J]. *Laser & Infrared*, 2010, 40(4): 358-360. (in Chinese)

管晓微,朱艳英,魏勇,等.晶体微粒光致旋转的角速度受其厚度影响分析[J].激光与红外,2010,40(4):358-360.

[6] Zhou Chongxi, Du Chunlei, Xie Weiming, et al. Beam shaping and fiber coupling for LD stacks with micro-optical elements array[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(3): 452-455. (in Chinese)

周崇喜,杜春雷,谢伟民,等.微光学元件阵列面阵 LD 光束整形及光纤耦合 [J]. 红外与激光工程, 2009, 38(3): 452-455.

[7] Rao Ruizhong. Optical vortices and its propagation in the atmosphere [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2009, 38(8): 609-615. (in Chinese)

饶瑞中.大气中的光学涡旋及其传播 [J]. 红外与激光工程, 2009, 38(8): 609-615.

[8] Moothoo D N, Arlt J, Conroy R S, et al. Beth's experiment using optical tweezers [J]. *Am J Phys*, 2001, 69(3): 271-276.

[9] Nieminen T A, Heckenberg N R, Rubinsztein-Dunlop H. Optical measurement of microscopic torque [J]. *J Mod Opt*, 2001, 48: 405-413.

[10] Sun Yufen, Li Yinmei, Lou Liren. Optical rotation of crystal CaCO_3 micro-particle in optical tweezers [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2005, 32(3): 315-318. (in Chinese)

孙玉芬,李银妹,楼立人.光阱中 CaCO_3 晶体微粒的光致旋转[J].中国激光,2005,32(3):315-318.

[11] Gussgard R, Lindmo T. Calculation of The trapping Force in a Strongly Focused Laser Beam [J]. *Opt Soc Am (B)*, 1992, 9(10): 1922-1930.