

月面成像合成孔径激光雷达性能分析

徐显文, 洪光烈, 张琨锋, 胡以华, 舒 嵘

(中国科学院上海技术物理研究所 空间主动光电技术与系统实验室, 上海 200083)

摘 要: 合成孔径激光雷达(SAL)是一种高分辨率的主动式成像雷达,具有全天时、作用距离远的特点。以嫦娥一号绕月卫星平台为例,分析了基于月面成像的合成孔径雷达的若干问题。首先,详细推导了光外差探测信号的复数表达形式。然后,在光子受限状态下,运用统计光学原理,分析了探测信号的统计特性和信噪比。最后,基于绕月卫星平台,推导了 SAL 系统的相关参数和探测器获得的单个像元光子数,论证了该系统在理论上的可行性。

关键词: 合成孔径激光雷达; 信噪比; 光子数; 光子受限

中图分类号: TN958 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)03-0621-05

Performance analysis of lunar imaging synthetic aperture ladar

Xu Xianwen, Hong Guanglie, Zhang Kunfeng, Hu Yihua, Shu Rong

(Key Laboratory of Space Active Opto-Electronics technology, Shanghai Institute of Technical Physics
Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

Abstract: Synthetic aperture ladar(SAL) is a kind of high-resolution active imaging ladar, which operates under day and night and long distance conditions. Taking the platform of lunar satellite Chang'e-1 as an example, several problems about SAL were analyzed based on lunar surface imaging. Then, using the theory of statistical optics, the statistical characteristics and signal-to-noise ratio of detect signal in photon-limited regime were analyzed. Finally, the related parameters and total number of photons of SAL system was derived based on the lunar satellite platform and it was proved to be feasible in theory.

Key words: synthetic aperture ladar; signal-to-noise ratio; number of photons; photon-limited

收稿日期: 2012-07-22; 修订日期: 2012-08-19

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2009CB724004)

作者简介: 徐显文(1986-), 男, 博士生, 主要从事合成孔径激光雷达方面的研究。Email: xuxianwen3@163.com

导师简介: 胡以华(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事光电信息处理技术方面的研究。Email: yh_hu@263.net

0 引言

合成孔径激光雷达 (Synthetic Aperture Ladar, SAL) 是一种新型的主动式成像雷达, 它综合了普通激光雷达和微波合成孔径雷达的传统优势, 不仅克服了普通激光雷达波束窄、搜索目标困难等缺点、还能提供比合成孔径雷达更高的分辨率, 适合于大面积的地面或空间成像^[1]。特别是当观测距离达到 1 000 km 甚至更远时, 它是唯一能够在有限的光学孔径条件下达到厘米级分辨率的成像雷达^[2]。与此同时, 由于激光波长短, 雷达平台极小的抖动都会造成极大的相位误差^[3]。激光在大气中传输产生的闪烁效应将导致光束强度起伏、光束扩展、光束漂移和像点抖动等现象, 影响 SAL 的远距离探测能力和相位聚焦成像^[4]。目前我国正在大力发展探月工程, 由于绕月卫星平台相对稳定, 月球表面无大气层, 空间环境良好, 因此基于月球成像的合成孔径激

光雷达将最先成为可能^[5]。

1 光学外差探测

SAL 的成像原理与微波合成孔径雷达 (SAR) 基本相同, 区别仅在于发射信号的波段和探测接收的方式不同。距离向上, SAL 通过发射宽带信号(如啁啾信号)经脉冲压缩后实现高分辨率; 方位向上, 利用雷达平台和目标之间的相对运动产生的多普勒频移信号, 经合成孔径处理来获得超衍射极限分辨率。在光波波段, 要获得回波信号的幅度和相位信息, 只能采用外差探测方式^[6]。设本征信号为 $E_L \exp[2\pi i(f_0 + \frac{1}{2} \dot{f}t)t]$, 其中 $\dot{f} = \Delta f_{ch} / \tau_{pul}$, (Δf_{ch} 为线性调频范围, τ_{pul} 脉冲时间), 单个距离单元对应的回波信号为 $E_L \exp\{2\pi i[f_0 + \frac{1}{2} \dot{f}(t+\Delta t)](t+\Delta t) + i\phi_{s0}\}$ (Δt 为对应距离单元的时间延时, ϕ_{s0} 为随机相位), 则探测器输出电流为:^[7]

$$I_d = \eta_d \frac{q_e}{h\nu} \int_{area} \frac{1}{2} \left| E_L \exp[2\pi i(f_0 + \frac{1}{2} \dot{f}t)t] + E_s \exp\{2\pi i[f_0 + \frac{1}{2} \dot{f}(t+\Delta t)](t+\Delta t) + i\phi_{s0}\} \right|^2 dx dy = \eta_d \frac{q_e}{h\nu} \left[\frac{1}{2} A_d \bar{E}_L^2 + A_d \bar{E}_s^2 + A_d \sqrt{\eta_h} \bar{E}_L \bar{E}_s \cos(2\pi \Delta f t + \phi_s) \right] \quad (1)$$

$$\text{由功率 } P = \frac{h\nu N}{\tau_{pul}} = \frac{1}{2} A_d \bar{E}^2 \text{ 得}$$

$$I_d = q_e \eta_d \frac{N_L + N_s}{\tau_{pul}} + 2q_e \eta_d \frac{\sqrt{\eta_h N_L N_s}}{\tau_{pul}} \cos(2\pi \Delta f t + \phi_s) \quad (2)$$

其中, τ_{pul} 为脉冲宽度; A_d 为光敏面积; η_d 为探测器的量子效率; q_e 为电子电量; η_h 外差相干效率; N_L 脉冲时间内的平均本征信号光子数; N_s 平均回波信号光子数; $\Delta f = \dot{f} * \Delta t$; $\phi_s = \phi_{s0} + 2\pi(f_0 \Delta t + \frac{1}{2} \dot{f} \Delta t^2)$ 。实际上, 探测器的输出包括 M 个距离单元, 且为了满足奈奎斯特采样定律的要求, 脉冲时间内至少需要 $2M$ 次采样。把采样数据进行离散傅里叶变换(DFT)得:

$$D(\Delta f) = \frac{\tau_{pul}}{2M} \sum_{m=0}^{2M-1} 2q_e \eta_d \frac{\sqrt{\eta_h N_L N_s}}{\tau_{pul}} \cos(2\pi \Delta f t_m + \phi_s) \cdot \exp(-2\pi i \Delta f t_m) = q_e \eta_d \sqrt{\eta_h N_L N_s} \exp(i\phi_s) \quad (3)$$

将 $D(\Delta f)$ 除以 $q_e \eta_d (\eta_h N_L)^{1/2}$ 就得到合成孔径处理所需要的数据

$$D'(\Delta f) = N_s^{1/2} \exp(i\phi_s) \quad (4)$$

2 性能分析

与光学直接探测不同, 光学外差探测由于本征信号散粒噪声的存在, 无法得到确切的回波信号光子数。回波信号光子数是符合某个概率密度函数的随机变量。要得到其概率密度函数, 必须先计算其载噪比(CNR)和信噪比。

2.1 载噪比

光学外差探测中不考虑散斑效应时的信噪比称为载噪比。光子受限状态下, 信号 $\eta_d (N_L + N_s)$ 的主要噪声源为散粒噪声(shot noise), 其中 $N_s = \frac{1}{2} \frac{A_d \tau_{pul}}{h\nu} \bar{E}_s^2$ 表示单脉冲内接收到的光子数, N_L 同理。回波信号 D 加噪声(复数形式)可以表示为 $r \exp(i\phi)$, 且 $r = \sqrt{n}$ (n 为探测到的光子数)。随机变量 D' 加上噪声满足中心为 $N_s^{1/2} \exp(i\phi_s)$ 宽度为 σ'^2 的二维高斯分布^[8]:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi \sigma'^2} \exp\left(-\frac{(x-s)^2 + y^2}{2\sigma'^2}\right) \quad (5)$$

其中 $\sigma'^2 = \frac{1}{2\eta_d\eta_h}$ (方便起见假设 $\phi_s = 0$, 如图 1 所示)。

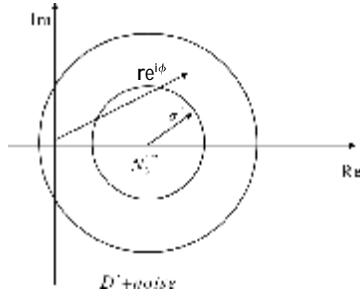


图 1 加噪声的二维高斯分布
Fig.1 Two-dimensional Gaussian distribution of plus noise

由图 1 得 $\langle n \rangle = \langle r^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle = s^2 + 2\sigma'^2$, $\langle n^2 \rangle = \langle r^4 \rangle = \langle x^2 + y^2 \rangle^2 = s^4 + 8s^2\sigma'^2 + 8\sigma'^4$ 。因此 n 的一维分布方差为:

$$\text{var}(n) = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = 4s^2\sigma'^2 + 4\sigma'^4 \quad (6)$$

其中, $s = N_s^{1/2}$ 。因此载噪比为:

$$\text{CNR} = \frac{N_s}{\sqrt{\text{var}(n)}} = \frac{N_s}{\sqrt{4N_s\sigma'^2 + 4\sigma'^2}}$$

代入 $\sigma'^2 = \frac{1}{2\eta_d\eta_h}$ 得

$$\text{CNR} \approx \begin{cases} \sqrt{\frac{\eta_d\eta_h N_s}{2}} & \text{当 } N_s \gg \frac{1}{\eta_d\eta_h} \\ \eta_d\eta_h N_s & \text{当 } N_s \ll \frac{1}{\eta_d\eta_h} \end{cases} \quad (7)$$

由上式可得, 无散斑情况下, 当 $N_s \gg 1/\eta_d\eta_h$ 时, CNR 将正比于光子数的平方根。当 $N_s \ll 1/\eta_d\eta_h$ 时, CNR 正比于信号光子数。

2.2 信噪比

在光相干成像系统中, 散斑效应将成为最主要的限制因素。探测器在散斑场中的位置不同, SAL 图像中某个像元对应的总的光子数 N_p 也不同(假设整个场景具有相同的反射特性)。因此, 要分析 SAL 系统的信噪比, 必须同时考虑散斑噪声和散粒噪声的影响。

根据参考文献[9], 从某个像元得到的散斑光子数 N_p 的概率密度函数:

$$P_s(N_p) = \frac{1}{N_0} \exp\left(-\frac{N_p}{N_0}\right) \quad (8)$$

其中, $N_0 = \langle N_p \rangle$ 为散斑光子数的统计平均, 因此 N_p 的方差为:

$$\text{var}(N_p) = \langle N_p^2 \rangle - \langle N_p \rangle^2 = 2N_0^2 - N_0^2 = N_0^2 \quad (9)$$

由公式(5)并令 $s^2 = N_p$, 得信号光子数 n (包括散斑噪声) 的概率密度函数为:

$$P_T(n) = \int_0^\infty P_{N_p}(n) P_s(N_p) dN_p \quad (10)$$

由公式(5)、(9)得:

$$\langle n \rangle = \int_0^\infty n P_T(n) dn = \int_0^\infty \int_0^\infty n P_{N_p}(n) dn P_s(N_p) dN_p = \int_0^\infty (N_p + 2\sigma'^2) P_s(N_p) dN_p = N_0 + 2\sigma'^2 \quad (11)$$

$$\langle n^2 \rangle = \int_0^\infty n^2 P_T(n) dn = \int_0^\infty \int_0^\infty n^2 P_{N_p}(n) dn P_s(N_p) dN_p = \int_0^\infty (N_p^2 + 8N_p\sigma'^2 + 8\sigma'^4) P_s(N_p) dN_p = 2N_p^2 + 8N_0\sigma'^2 + 8\sigma'^4 = 2(N_0 + 2\sigma'^2)^2 \quad (12)$$

n 的方差:

$$\text{var}(n) = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 = (N_0 + 2\sigma'^2)^2$$

因此, 光子受限状态下, 合成孔径成像的信噪比

$$\text{SNR} = \frac{N_0}{\sqrt{\text{var}(n)}} = \frac{N_0}{\sqrt{(N_0 + 2\sigma'^2)^2}} = \frac{N_0}{N_0 + 1/(\eta_d\eta_h)} \approx \begin{cases} 1 & \text{当 } N_0 \gg 1/(\eta_d\eta_h) \\ \eta_d\eta_h N_0 & \text{当 } N_0 \ll 1/(\eta_d\eta_h) \\ \frac{1}{2} & \text{当 } N_0 = 1/(\eta_d\eta_h) \end{cases} \quad (13)$$

根据上式, 当散斑噪声成为最主要的噪声源时, 合成孔径激光雷达成像的信噪比将出现饱和效应。即当 N_0 无限增大时, 信噪比并不会增大, 而是保持为 $\text{SNR} \approx 1$ 。当 $N_0 = 1/(\eta_d\eta_h)$ 时, 信噪比仅下降为饱和状态的一半。当 $N_0 \ll 1/(\eta_d\eta_h)$, 信噪比与平均光子数 N_0 成正比。因此, SAL 系统中单个像元接收到的平均光子数达到少量甚至几个时, 信噪比即可达到饱和状态。以 $\eta_d = 0.75, \eta_h = 0.15$ 为例, 当 $N_0 \gg 9$ 时, 信噪比即达到饱和状态。

要提高信噪比, 一方面可以采用两个偏振分量, 这样可以将信噪比提高 $\sqrt{2}$ 倍, 但是对于相干探测系统, 该方法会大大增加系统的复杂度。另一方面可以在图像中对多个像元进行叠加, 但是这将导致分

分辨率的下降。第三就是采用多次曝光的方式,对散斑场的不同部分进行多次采样。信噪比的提升倍数与曝光次数的平方根相等。不过该方法将明显增加系统的成像时间和激光发射能量。

3 方程式设计

由公式(13)可得,当探测器从场景中单个像元获得的光子数 N_0 满足 $N_0 \approx 1/(\eta_d \eta_h)$ 时,图像将具有较好的信噪比。以嫦娥一号 (CE-1) 绕月卫星平台为例,假设 SAL 系统的基本参数如下(假设激光器具有足够的脉冲重复频率):

- (1) 激光中心波长 $\lambda=1.55 \mu\text{m}=1.55 \times 10^{-6} \text{m}$
- (2) 激光输出功率 $P=1 \text{kW}$;
- (3) 发射孔径面积 $\pi(\frac{D_T}{2})^2 = \pi(\frac{0.2 \text{m}}{2})^2$;
- (4) 接收孔径面积 $\pi(\frac{D_R}{2})^2 = \pi(\frac{0.6 \text{m}}{2})^2$;
- (5) 场景距离 $R=200 \text{km}$ (CE-1 卫星的轨道高度为 200km);
- (6) 平台速度 $v=2.7 \times 10^3 \text{m/s}$ (CE-1 卫星的在轨飞行速度为 2.7km/s);
- (7) 月球表面的反射效率 $\rho=0.13$ 且假设为朗伯体;
- (8) 激光信号的传输效率 $\eta_t=0.5$ 。

推导的参数

- (1) 合成孔径长度,即足印大小:

$$F = (\frac{\lambda}{D_T})R = 1.55 \text{m} (\Rightarrow D_T = \lambda R / F);$$

- (2) 像元尺寸 $\rho = \frac{D_T}{2} = 0.1 \text{m}$;

- (3) 接收立体角

$$\Omega = \frac{\pi(D_T/2)^2}{R^2} = \frac{\pi(0.6/2 \text{m})^2}{(2 \times 10^5 \text{m})^2} = 7 \times 10^{-12} \text{sr};$$

- (4) 驻留时间 $\tau_{dw} = \frac{F}{v} = 0.574 \text{ms}$;

- (5) 成像时间 $\tau_{im} = 2\tau_{dw} = 1.15 \text{ms}$;

- (6) 每个像元对应的脉冲个数 $M = \frac{F}{\rho} = 16$;

- (7) 脉冲时间 $\tau_{pul} \geq \frac{\tau_{dw}}{M} = \frac{\rho}{v} = 37 \mu\text{s}$ 。

根据公式(5)和(6),每个方位向单元至少需要发射一个激光脉冲,则脉冲重复频率^[10](Pulse Repetition

Frequency, PRF)为:

$$\text{PRF} = \frac{v}{\rho} = 2.7 \times 10^4 \text{ pulse/s}$$

根据奈奎斯特采样定律, SAL 的采样率为:

$$f_{SA} \geq \frac{2M}{\tau_{pul}} \geq \frac{2Fv}{\rho^2} = 837 \text{ kHz}$$

对于距离 δl 为的目标单元,激光信号传输的往返时间 $\delta t = \frac{2\delta l}{c}$,产生的中频分量频率 $\delta f = \delta t \cdot f$,当 δl 等于距离分辨单元 ρ 时,得到啁啾信号的调频范围为:

$$\Delta f_{ch} = \frac{c}{2\rho} = 1.5 \text{ GHz}$$

单位立体角内月球表面散射的回波功率 $J = \frac{P}{2}$ 。

$\frac{\rho \cos \theta}{\pi} \text{ W/ster}$ (其中 θ 为斜视角,通常 $\cos \theta \approx 1$),探测器得到回波功率^[11]为:

$$P_F = \frac{P}{2} \frac{\rho}{\pi} \Omega \eta_t = \frac{P}{2\pi} \frac{\pi(\frac{D_R}{2})^2}{R^2} \rho \eta_t W$$

单个极化方向上,探测器从单个像元获得的信号光子数为:

$$N_0 = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{hc} P_F \tau_{dw} (\frac{\rho}{F})^2 = 5 \times 10^{24} \lambda \frac{P}{4\pi} \frac{\pi(\frac{D_R}{2})^2}{R^2} \rho \eta_t \frac{\lambda R}{2\rho v} \cdot (\frac{\rho}{F}) = \frac{1}{hc} \frac{P}{32} \frac{\lambda^2}{F^2} \frac{\rho D_R^2}{Rv} \rho \eta_t = 677 \text{ photons} \quad (14)$$

根据公式(13),发射功率、孔径大小、驻留时间等因素都将影响到单个像元对应的光子数 N_0 ,对于小的 N_0 ,要提高信噪比,需要进行多次曝光(例如将 $\text{SNR}=0.1$ 提升至 $\text{SNR}=0.9$ 需要进行 81 次曝光)。因此对于一个理想的 SAL 系统, N_0 需要满足 $N_0 = 1/(\eta_d \eta_h)$ 。上述月面成像系统中, $N_0 = 667 \gg 1/(\eta_d \eta_h)$ (假设 $\eta_d = 0.75$, $\eta_h = 0.15$),因此该月面成像合成孔径激光雷达系统在理论上是可行的。但是就目前的技术水平,要获得大功率、大带宽的线性调频信号并非易事。若采用内调制,由于激光器的调制速率有限,要同时保证调制宽度和脉冲重复频率并不容易。另外线性调频脉冲会引入非线性误差,需要进行非线性误差校正,影响系统的成像分辨率,并且脉冲的重复性也得不到保证^[12]。若采用外调制,受限于器件的缘故,目前的激光调制器调制带宽大多在几百兆赫兹量级,很难实现 GHz 量级的调制带宽。除此之外,目前

SAL 的成像算法和误差补偿算法还是参照传统的微波合成孔径技术进行处理,研究 SAL 专用的算法也尤为重要(例如将相位梯度自聚焦算法运用于 SAL 图像时,相位梯度估计的 Cramer-Rao 下限将会对 SAL 图像分辨率产生影响^[13])。因此,月面成像合成孔径激光雷达的工程化实现还面临着很多难题。

4 结束语

综上所述,合成孔径激光雷达作为一种高分辨率的成像激光雷达,具有全天时、作用距离远的特点和合成孔径雷达无法比拟的巨大优越性。月面成像合成孔径激光雷达尽管在理论上存在可行性,但就目前的技术而言,其走向工程化还面临着很多困难(如大功率大带宽激光器、相关光学器件、SAL 成像算法和误差补偿算法等等)。随着各种相关技术的发展,各种技术难题会一一得到解决,并在国民经济和国防领域获得重要的应用。因此,对合成孔径激光雷达的研究具有非常重要的意义。

参考文献:

- [1] Li Fan, Wu Shuangyang, Zheng Yongchao, et al. Overview of the development of synthetic aperture lidar [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, 35(1): 55-59. (in Chinese)
李番, 邬双阳, 郑永超, 等. 合成孔径激光雷达技术综述 [J]. *红外与激光工程*, 2006, 35(1): 55-59.
- [2] Robert L Lucke, Lee J Rickard. Synthetic aperture lidar (SAL): fundamental theory, design equations for a satellite system, and laboratory demonstration [R]. *Naval Research Laboratory Report*, 2002, NRL /FR/ 7218-02-10, 051.
- [3] 张澄波. 综合孔径雷达: 原理、系统分析与应用[M]. 北京科学出版社, 1989.
- [4] 戴永江. 激光雷达原理[M]. 国防工业出版社, 2002.
- [5] Li Jinming, Hu Yihua, Wang Enhong, et al. Imaging of satellite-to-satellite synthetic aperture lidar [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011 40(9): 1668-1672. (in Chinese)
李今明, 胡以华, 王恩宏, 等. 星对星合成孔径激光雷达成像[J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(9): 1668-1672.
- [6] 郭培源. 光电检测技术与应用 [M]. 北京航空航天大学出版社, 2006.
- [7] Meng Zhaohua, Hong Guanglie, Hu Yihua, et al. Research on chirped amplitude modulation coherent lidar [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 33(8): 2446-2450. (in Chinese)
孟昭华, 洪光烈, 胡以华, 等. 啁啾调幅相干探测激光雷达关键技术研究[J]. *光学学报*, 2010, 30(8): 2446-2450.
- [8] Lucke R L, Rickard L J. Photon-limited synthetic aperture imaging for planet surface studies [J]. *Appl Opt*, 2002, 41(24): 5084-5095.
- [9] Goodman J W. *Statistical Optics* [M]. Qin Kecheng Transl, New York: Wiley-Interscience, 1985.
- [10] Jackson C R, Apel J R. *Synthetic Aperture Radar marine User's Manual* [M]. U.S Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, 2005.
- [11] 周世椿. 高级红外光电工程导论 [M]. 中科院上海技术物理研究所研究生部, 2010.
- [12] Zhang Kunfeng, Hong Guanglie, Xu Xianwen, et al. Realization method of range resolution of sub-millimeter in widely tunable laser radar [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(10): 2674-2679.
张琨锋, 洪光烈, 徐显文, 等. 宽调谐激光雷达亚毫米级距离分辨的实现方法 [J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(10): 2674-2679.
- [13] Philip Gatt, Don Jacob, Bert Bradford, et al. Performance bounds of the phase gradient autofocus algorithm for synthetic aperture lidar [C]//SPIE, 2009, 7323: 73230P-1-73230P-8.