

## 高马赫飞行条件下光学窗口数学模型的建立

丁亚林<sup>1,3</sup>, 仲崇亮<sup>1,2,3</sup>, 付金宝<sup>2,3</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 中国科学院航空光学成像与测量重点实验室,  
吉林 长春 130033; 2. 中国科学院大学, 北京 100049;  
3. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

**摘要:** 航空遥感器是获取地面信息的重要工具, 高马赫飞行条件下光学窗口的数学模型是开展高速航空遥感成像研究的基础。高马赫飞行会对光学窗口的形状和折射率分布造成影响, 进而影响遥感器的成像质量。为保证或提高航空遥感器成像质量, 需要研究高马赫飞行条件对窗口造成的影响, 即建立该条件下光学窗口的数学模型。首先, 给出高马赫飞行条件下有关光学窗口的问题描述, 并给定输入参数和进行分析的边界条件; 然后, 分别建立光学窗口的温度场模型和面型模型, 并进一步建立折射率与温度间的函数关系; 最后, 推导得到高马赫飞行条件下光学窗口的数学模型。

**关键词:** 航空相机; 光学窗口; 高马赫; 折射率场模型

中图分类号: V19 文献标志码: A 文章编号: 1007-2276(2013)03-0747-05

## Mathematical model of optical window under high-mach flight condition

Ding Yalin<sup>1,3</sup>, Zhong Chongliang<sup>1,2,3</sup>, Fu Jinbao<sup>2,3</sup>

(1. Key Laboratory of Airborne Optical Imaging and Measurement, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;  
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;  
3. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

**Abstract:** Aerial remote sensor is very important for obtaining ground information. For high-mach flight condition, the mathematical model of optical window is the foundation for developing research on remote imaging. The shape and refractive index distribution of optical window are affected by high-mach flight condition, so that the image quality of remote sensor would also be affected. It is necessary to establish mathematical model of optical window in order to improve image quality. Firstly, optical window under high-mach flying condition was described and input parameters and boundary conditions of analysis were defined. Secondly, the temperature field model and deformation model of optical window were established. Then, the characteristics of refractive index was presented as a function of temperature. Finally, the mathematical model of optical window under the condition of high-mach flight was derived.

**Key words:** aerial camera; optical window; high-mach; refractive index field model

---

收稿日期: 2012-07-21; 修订日期: 2012-08-26

基金项目: 国家“863”计划

作者简介: 丁亚林(1964-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事空间遥感稳定成像技术方面的研究。Email:dingyl1964@sohu.com

## 0 引言

航空遥感器是获取地面信息的重要工具,光学窗口是整个光学系统的重要组成。窗口的作用包括:将相机与外界环境隔离,使相机处于稳定的工作环境内;透过一定波长范围的光能量和光信息。一方面,窗口直接暴露于外界环境,需承受复杂环境的影响;另一方面,窗口安装在机载平台舱壁上,相当于在相机光学系统前面加一面透镜,直接参与成像。为保证高马赫数飞行时航空遥感器的成像质量,需研究该条件对窗口造成的影响。

国外研究起步早<sup>[1-3]</sup>,美苏等国从 20 世纪 60 年代就开始进行光学窗口的研制工作,并经过不断改造,成功用于空间站上,在航天方面,美国的 SR71 “黑鸟”上的光学窗口工作在高马赫条件下,国外的研究机构对高速飞行下的气动光学效应及其校正进行了深入的研究。我国起步较晚,根据作者的查阅,有关航空相机的研究<sup>[4-6]</sup>,空间相机的研究<sup>[7-13]</sup>及航天窗口方面的研究比较丰富<sup>[14-17]</sup>,但关于高速飞行航空窗口分析的相关文献较少<sup>[18]</sup>。航空窗口和航天窗口虽然原理类似,但在使用、外界环境、形式及分析方法上等均存在差别。

影响窗口成像质量的因素有很多,包括设计误差、制造安装误差、动静载荷、气流扰动、温度梯度等。高马赫飞行时,气动加热产生的大温度梯度是影响窗口光学性能的主要因素,而折射率场的改变是本质原因。所以,建立高马赫飞行条件下光学窗口的折射率场模型是研究该条件对窗口的影响及高马赫飞行时窗口对相机成像质量影响的核心。通过对窗口的热光学研究,揭示高马赫飞行对窗口特性影响的内在规律和作用机理,具有重要的理论意义,为保证相机成像质量所采取的必要校正措施提供理论依据。

## 1 问题描述

某型航空相机采用单层窗口,窗口与飞机蒙皮相连,飞行过程中由于气动摩擦生热,外表面达到稳态时的平均温度为 150 ℃,内表面处于相机温控环境中,平均温度保持在 50 ℃。窗口选用熔石英材料,初始形状为圆盘状,相关参数为:直径  $d=500 \text{ mm}$ ;厚度  $h=45 \text{ mm}$ ;密度  $\rho=2.19 \text{ g/cm}^3$ ;泊松比为 0.15;杨氏模量  $E=72\,000 \text{ MPa}$ ;热膨胀系数  $\alpha=0.5\times10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}$ ;比热容  $C=750 \text{ J/(kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C)}$ ;热导率为  $1.4 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{ }^\circ\text{C})$ 。

一方面,气动加热效应下,窗口的热胀冷缩性质使其面型发生改变;另一方面,由于内外表面存在较大的温度差,在整个窗口内部将形成明显的温度梯度,而折射率与温度有关,也就是说,在窗口内部,折射率为变值。高马赫飞行的气动加热效应影响窗口面型的同时,也影响窗口内部折射率场的分布,研究该条件对窗口光学性质的影响,在建立窗口折射率场分布模型时,应该包括窗口面型模型。

研究中,对窗口进行轴向分层,如图 1 所示。

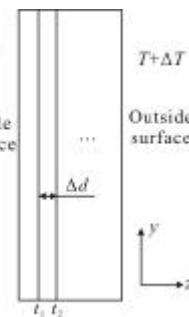


图 1 某型全景式胶片航空相机成像原理图

Fig.1 Imaging schematic diagram of a certain type of panoramic film aerial camera

当分层数目无限多时:层间距离无限小,厚度  $\Delta d \rightarrow 0$ 、层内温度趋于定值,即:

$$\lim_{\Delta d \rightarrow 0} (t_2 - t_1) = 0$$

此时可以认为该层窗口具有相同的光学性质,如果可以通过推导得到每层窗口的变形情况和折射率值,就可以得到高马赫飞行条件对整个光学窗口的影响情况。此处需要声明:窗口内表面位于  $xy$  坐标面,光轴与  $z$  轴重合。

## 2 窗口内部温度场分布模型的建立

首先对窗口进行有限元分析,以气动加热产生的温度和内部温控温度作为热分析的边界条件,以柔性约束作为结构分析的边界条件,得到高马赫飞行时窗口的位移场云模型如图 2 所示。

从图 2 中可以看到,窗口形状发生改变,内表面向内凹,外边面向外凸,且外表面的变形大于内表面。利用窗口的轴对称性,对 1/4 窗口进行仿真分析,如图 3 所示。

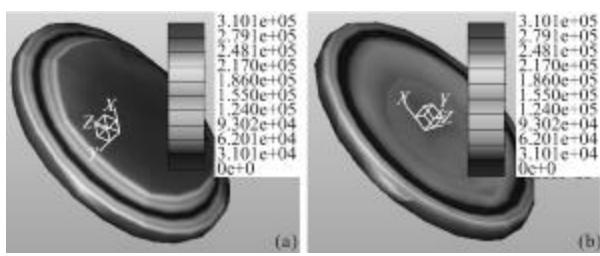


图2 光学窗口位移场云图

Fig.2 Nephogram of displacement field of optical window

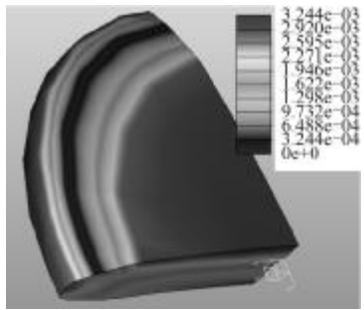


图3 1/4 窗口位移场云图

Fig.3 Nephogram of displacement field of quarter optical window

由图3中很明显看到,窗口延中轴方向的变化并不均匀,窗口中心线延光轴的变化曲线如图4所示。

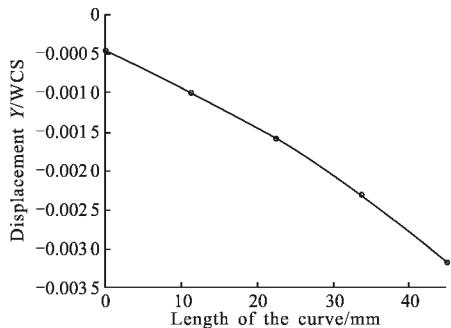


图4 窗口轴线位移曲线

Fig.4 Window axis displacement curve

根据窗口变形的不均匀性,通过拟合的方法建立窗口变形前后中心轴上的点的对应关系,将内表面与窗口中心轴的焦点定为坐标原点,经拟合得到:

$$z_{af} = z_{bf} + a(e^{b \cdot z_{bf}} - e^{c \cdot z_{bf}}) \cdot 10^{-4} \quad (1)$$

式中: $z_{bf}$ 为变形前窗口z轴上的点, $z_{af}$ 为变形后 $z_{bf}$ 的对应点; $a=13.93$ ; $b=0.016\ 91$ ; $c=-0.063\ 04$ 。

在轴向温度梯度下,窗口发生变形,由平面透镜变为正弯月透镜,如图5所示。

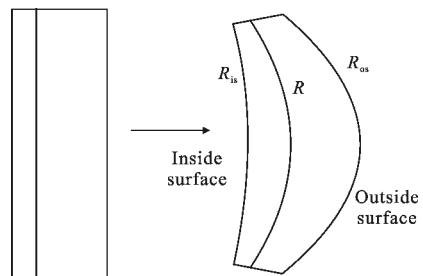


图5 窗口形变示意图

Fig.5 Window deformation schematic

图6为计算曲率半径的原理图。

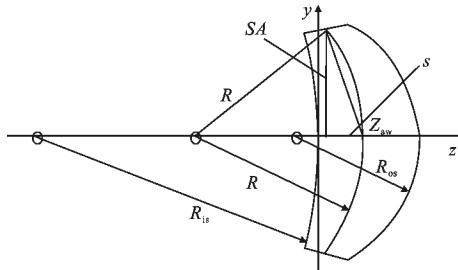


图6 求解曲率半径原理图

Fig.6 Schematic for solving the curvature radius

图中: $s$ 表示窗口表面中心的变形量; $R$ 表示变形后的曲率半径; $SA$ 表示窗口半径。由公式

$$(R-s)^2 + SA^2 = R^2 \quad (2)$$

计算得到变形后窗口内外表面曲率半径分别为: $R_{is}=15\ 384\ 615\ mm$ 和 $R_{os}=7\ 142\ 857\ mm$ 。

假设窗口形状不发生变化,则 $z$ 由0到45的变化过程中, $R$ 从 $R_{is}$ 变到 $R_{os}$ ,由点(0, 15 384 615), (45, 7 142 857)确定 $R$ 与 $z$ 之间的函数关系为:

$$R=A_1z+B_1 \quad (3)$$

式中: $A_1=-183\ 150$ , $B_1=15\ 384\ 615$ 。由于面型的改变,将公式(1)带入公式(3)得到:

$$R=A_1 \cdot [z_{bf} + a(e^{b \cdot z_{bf}} - e^{c \cdot z_{bf}}) \cdot 10^{-4}] + B_1 \quad (4)$$

窗口温度场云模型如图7所示。

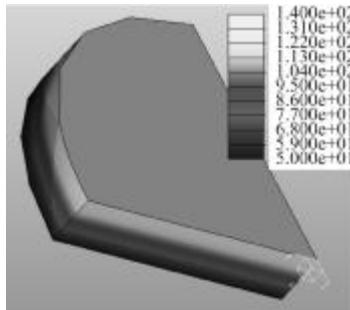


图7 1/4 光学窗口温度场云图

Fig.7 Nephogram of 1/4 optical window temperature field

由静态分析知：如果窗口形状不变，则温度沿轴方向均匀分布， $T$  与  $z$  成线性关系。 $z$  由 0 到 45 的变化过程中， $T$  从 50 °C 变到 150 °C，由点(0, 50), (45, 150)确定  $T$  与  $z$  之间的函数关系为：

$$T = A_2 z + B_2 \quad (5)$$

式中： $A_2 = \frac{20}{9}$ ； $B_2 = 50$ 。

由于面型的改变，将公式(1)带入公式(5)得：

$$T = A_2 \cdot [z_{bf} + a(e^{b \cdot z_{bf}} - e^{c \cdot z_{bf}}) \cdot 10^{-4}] + B_2 \quad (6)$$

公式(6)为窗口的温度场分布模型。

### 3 高马赫飞行条件下光学窗口的数学模型

#### 3.1 折射率与温度间的函数关系

与温度和压强相关的空气折射率可以表示为<sup>[19]</sup>：

$$n_{air} = 1 + \frac{(n_{ref}-1)P}{1.0 + (T-15) \cdot (3.4785 \times 10^{-3})} \quad (7)$$

公式(7)中：

$$n_{ref} = 1 + \left[ 6432.8 + \frac{2949810\lambda^2}{146\lambda^2-1} + \frac{25540\lambda^2}{41\lambda^2-1} \right] \times 1.0 \times 10^{-8} \quad (8)$$

式中： $T$  表示温度(°C)； $P$  表示相对大气压力(无单位)， $\lambda$  表示波长(μm)。真空环境中，由公式(7)知真空折射率  $n_{vacuum}=1$ ，此时折射率与波长、温度及压强无关。玻璃的绝对折射率随温度变化值之间的关系为：

$$n_{abs} = \frac{n^2 - 1}{2n} \left[ D_0 \Delta T + D_1 \Delta T^2 + D_2 \Delta T^3 + \frac{E_0 \Delta T + E_1 \Delta T^2}{\lambda^2 - \lambda_{ik}^2} \right] \quad (9)$$

式中： $n$  为标准温度和压力条件下的相对折射率； $\Delta T = T - 20$  为相对 20 °C 的温度变化值， $D_0$ 、 $D_1$ 、 $D_2$ 、 $E_0$ 、 $E_1$ 、 $\lambda_{ik}$  这六个参数由玻璃供应商给出。

对熔石英材料  $D_0=D_1=D_2=E_0=E_1=\lambda_{ik}=0$ ，即：

$$n_{abs} = \frac{n^2 - 1}{2n} \left[ D_0(T - 20) + \frac{1}{\lambda^2} \right] \quad (10)$$

式中： $n=1.458$  为标准条件下对 d 光的折射率； $D_0=2.237 \times 10^{-5}$ 。

#### 3.2 窗口的数学模型

对于一般情况，高马赫飞行条件下的窗口模型为：

$$\begin{cases} n_{abs} = \frac{n^2 - 1}{2n} \left[ D_0 \Delta T + D_1 \Delta T^2 + D_2 \Delta T^3 + \frac{E_0 \Delta T + E_1 \Delta T^2}{\lambda^2 - \lambda_{ik}^2} \right] \\ R = A_1 \cdot [z_{bf} + a(e^{b \cdot z_{bf}} - e^{c \cdot z_{bf}}) \cdot 10^{-4}] + B_1 \end{cases}$$

式中： $n$  为标准温度和压力条件下材料的相对折射率； $D_0$ 、 $D_1$ 、 $D_2$ 、 $E_0$ 、 $E_1$ 、 $\lambda_{ik}$  是与材料相关的六个参数，具体参数值由玻璃供应商提供； $a$ 、 $b$ 、 $c$  为采用最小

二乘法对  $z_{bf}$  和  $z_{bf}$  进行拟合的拟合系数； $A_1$ 、 $B_1$  为线性回归拟合参数，具体计算公式为：

$$B_1 = R_{is}, A_1 = \frac{R_{os} - B_1}{h}$$

式中： $R_{is}$  为窗口内表面曲率半径； $R_{os}$  为窗口外表面曲率半径；

$\Delta T = T - 20$  为相对 20 °C 的温度差值，且：

$$T = A_2 \cdot [z_{bf} + a(e^{b \cdot z_{bf}} - e^{c \cdot z_{bf}}) \cdot 10^{-4}] + B_2$$

$A_2$ 、 $B_2$  的计算公式为：

$$B_2 = T_{is}, A_2 = \frac{T_{os} - B_2}{h}$$

式中： $T_{is}$  为窗口内表面温度； $T_{os}$  为窗口外表面温度；

对模型的讨论：该模型给出了高马赫飞行条件下光学窗口内部折射率分布情况和窗口的变形情况，即给出该条件下窗口内部任意点的折射率值和所在面的曲率半径值。高马赫飞行使窗口产生了大温度梯度，其对窗口的影响包括两个方面：改变了窗口的形状——由平面透镜变为半弯月透镜；改变了窗口的折射率分布——由常值折射率分布变为层状折射率场形式分布。而窗口的数学模型将高马赫飞行条件对光学窗口两方面的影响均体现了出来。

如图 8 所示， $M(x_1, y_1, z_1)$  表示窗口上任一点。

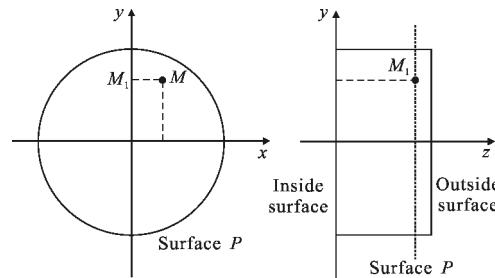


图 8 窗口上点坐标示意图

Fig.8 Point coordinate diagram on the optical window

由  $z$  轴坐标决定了  $M$  点位于平面  $P$  上，同一层窗口具有相同的温度值和折射率值，即  $M$  点与  $M_1$  点折射率相同， $M_1$  位于  $yz$  坐标平面内，且  $z_{bf}=z_1$ ，带入窗口数学模型中，得到窗口上任意点  $M$  的折射率值。更进一步，根据同层具有相同曲率半径的性质，可以得到窗口上任意点  $M$  所在层  $P$  的曲率半径值。

### 4 总 结

文中结合实际问题建立窗口有限元模型并进行

分析,得到光学窗口温度场模型及变形模型,根据分层的基本假设,利用材料折射率与温度间的关系进行理论分析和计算,建立了高马赫飞行条件下光学窗口的数学模型。该模型是进一步研究高马赫飞行条件下窗口光传输模型的基础,对于开展高马赫飞行条件下光学窗口对遥感器成像质量影响分析具有重要研究意义,同时也为提高航空遥感器成像质量所采取的必要校正措施提供理论依据。

### 参考文献:

- [1] Applewhite R W. The effects of thermal gradients on the mars observer camera primary mirror[C]//SPIE, 1992, 1690: 376-386.
- [2] Thomas H J. Thermal effect in optical system [C]//SPIE, 1979, 193: 101-107.
- [3] James I G, Donald H G. Multiple docking adapter window for the S-190 experiment[J]. Applied Optics, 1974, 13(11): 2629-2637.
- [4] Zhang Hongwen, Leng Xue, Zhang Jizhao, et al. Design of focal plane-curtain shutter and its performance test[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(3): 587-592. (in Chinese)
- [5] Li Yanwei, Yuan Guoqin. Accuracy analysis of forward image displacement compensation device for aerial scan color CCD camera [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(11): 2439-2443. (in Chinese)
- [6] Huang Pu, Xiu Jihong, Li Jun, et al. Disturbance estimation and compensation of position control of lensbarrels in aerial cameras[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(4): 803-810. (in Chinese)
- [7] Zhang Lei, Yao Jinsong, Jia Zhixue, et al. Development of trusses made of carbon fiber composites for coaxial space remote sensors [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(9): 1967-1973. (in Chinese)
- [8] Li Wixiong, Yan Dejie, Xu Shuyan, et al. Modification of geocentric distance error of space camera [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(5): 1126-1133. (in Chinese)
- [9] Hu Jun, Wang Dong. Real-time dynamic integration detection technology of space camera on the ground [J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(9): 2177-2185. (in Chinese)
- [10] Zhang Ying. Imaging MTF of space camera under vibration and simulation [J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(9): 2146-2153. (in Chinese)
- [11] Chen Liheng, Li Yanchun, Luo Zhitao, et al. Thermal design and testing of CCD for space camera[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(9): 2117-2122. (in Chinese)
- [12] Jia Xuezhi, Wang Dong, Zhang Lei, et al. Optimizing design and precision experiment of focusing mechanism in lightweight space camera [J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(8): 1824-1831. (in Chinese)
- [13] Wang Yun, Yan Changxiang. Computation of image motion velocity vector for space camera based on difference method [J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(5): 1054-1060. (In Chinese)
- [14] Niu Xiaoming, Wu Qingwen. The analysis of on orbit thermal stability for optical window of space CCD camera [J]. Optics and Precision Engineering, 1998, 6 (6): 45-50. (in Chinese)
- [15] Zhao Lixin. Thermal-optical evaluation to optical windows of space camera [J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18 (10): 1440-1444. (in Chinese)
- [16] Liao Zhibo, Jiao Wenchun, Fu Ruimin. Thermal optics property simulation of optical window for remote sensing[J]. Journal of Applied Optics, 2011, 32(3): 407-410. (in Chinese)
- [17] Song Zhaohui. Application of artificial neural network to the thermal-optical performance research of the space optical window [D]. Changchun: Changchun institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2000. (in Chinese)
- [18] Li Yanwei, Zhang Hongwen, Zhan Lei, et al. Influence of high altitude environment on optical window in aerial remote sensor [J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 42 (9): 1035-1039. (in Chinese)
- [19] Kohlrausch F. Praktische Physik [M]. B G Teubner, 1998, 1: 408-408.