

两轴正交圆切口单轴柔性铰反射镜支撑结构

李海星,丁亚林,史磊,宋玉龙

(中国科学院航空光学成像与测量重点实验室 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,
吉林 长春 130033)

摘要: 在实际工程应用背景下,基于实际材料参数测试结果,借助有限元分析手段系统分析了切口半径 r 和最薄切口部位厚度 t 对圆切口单轴柔性铰柔度系数和等效转动半径 dc 的影响趋势,并归纳总结出简化的圆切口单轴柔性铰弯曲变形计算模型。为验证该模型的可靠性,搭建了相应的实验装置。与实测值相比,简化模型的计算误差优于 10%,可满足工程应用要求。在此基础上,提出了基于圆切口单轴柔性铰链的两轴反射镜柔性支撑结构简化计算模型,该模型可大大减少经典理论模型的计算工作量,为此类反射镜柔性支撑结构的参数化设计和尺寸优化提供了参考依据。

关键词: 单轴柔性铰链; 柔度系数; 等效转动半径; 反射镜柔性支撑

中图分类号: TH123 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)07-1765-05

Mirror support structure with two mutually perpendicular single-axis circular flexure hinges

Li Haixing, Ding Yalin, Shi Lei, Song Yulong

(Key Laboratory of Airborne Optical Imaging and Measurement, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

Abstract: On the background of practical engineering application, comprehensive research on the effect of bending compliance and equivalent rotation radius dc with different cutout radius r and the minimum section thickness t of the single-axis circular flexure hinge, has been performed through Finite Element Analysis (FEA) by using tested material property. A simplified model which was used to calculate bending deformation of single-axis circular flexure hinge, had also been drawn from series analysis results study. A test setup had been constructed to verify the simplified model. And the difference between calculated value and tested result was within 10%, it indicates that the simplified model can satisfy engineering requirement. Based on the simplified model, a simplified model which was used to calculate deformation of two-axis flexure mirror support structure was proposed, and it can save lots of effort by using traditional theoretical model to design this kind of flexure mirror mount. This model acts as a good reference for the parameter design and size optimization of this kind of flexure mirror support structure.

Key words: single-axis flexure hinge; compliance; equivalent rotation radius; flexure mirror mount

收稿日期: 2012-11-15; 修订日期: 2012-12-13

基金项目: 国家高技术研究发展计划(2007AA701203)

作者简介: 李海星(1980-),男,助理研究员,主要从事航空光学遥感器结构设计及力学分析方面的研究。

Email: windchaser_lhx@163.com

0 引言

反射镜柔性支撑结构在协调镜体与其支撑结构的温度变形差异、缓解支撑点处的温变附加机械载荷、降低镜体温度应力起着关键作用。由于具有形状简单、易于加工等优点,基于圆弧切口柔性铰的柔性支撑结构在大尺寸光学反射镜结构支撑领域得到了广泛的应用^[1-2]。

柔性铰链的基本结构尺寸和系统配置参数共同决定了反射镜柔性支撑结构的工作特性。自从 20 世纪 60 年代以来, J.M.Paros、N. Lobontiu、S.T. Smith、吴鹰飞和周兆英、陈贵敏等相继提出,推导并简化发展了圆切口单轴柔性铰的柔度模型^[3-8], Schotborgh 等人还提出了一种无量纲图解法的柔性铰链设计方法^[8]。这些研究成果为柔性铰链的设计提供了宝贵的理论依据,具体使用和适用范围也各不相同。

文中分析了单轴柔性铰链转动过程, 得出了单轴柔性铰链弯曲转角 θ_2 以及等效转动半径 dc 与其自由端特征点平动位移之间的几何关系。推导得出了简化的单轴柔性铰链弯曲变形计算模型。基于实际材料测试,系统研究了切口半径 r 、最薄切口厚度 t 对圆切口单轴柔性铰链弯曲柔度系数、等效转动半径与其几何参数的影响。建立了基于圆切口柔性铰的两轴反射镜柔性支撑结构简化计算模型。

1 单轴柔性铰链转动分析模型

1.1 转动过程分析

单轴柔性铰主要是利用其面内弯曲柔度进行工作的,转动分析模型如图 1 所示。

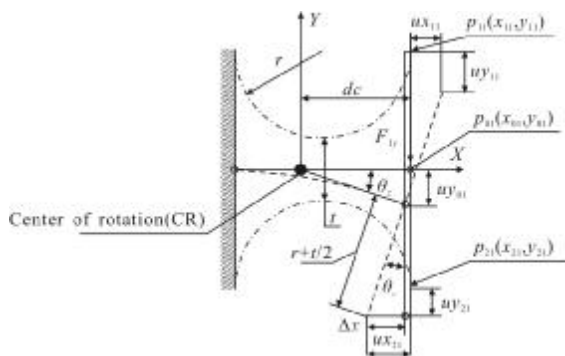


图 1 单轴柔性铰转动分析模型

Fig.1 Bending analysis model of single-axis flexure hinge

假设 $p_{01}(x_{01}, y_{01})$ 、 $p_{11}(x_{11}, y_{11})$ 和 $p_{21}(x_{21}, y_{21})$ 分别为柔性铰自由端的中心、上端和下端的点。在自由端 p_{01} 处弯曲载荷(F_{1y} 或 M_{1z})的作用下,自由端会同时产生角位移 θ_2 和线位移 uy_{01} ,则存在如下的几何关系。

$$\sin\theta_2 = \frac{\Delta x}{r+t/2} = \frac{uy_{01}}{dc} \tag{1}$$

式中: r 、 t 分别为切口半径和最薄部位厚度; Δx 为 p_{21} 和 p_{01} 在 X 方向的位移之差; uy_{01} 为 p_{01} 在 Y 方向的位移; dc 为等效转动半径。

变形前 p_{01} 、 p_{11} 和 p_{21} 三点坐标关系如下:

$$\begin{cases} x_{11} = x_{21} = x_{01} = dc \\ y_{11} + y_{21} = y_{01} = 0 \end{cases} \tag{2}$$

由坐标旋转变换可得:

$$\sin\theta_2 = \frac{\Delta x}{r+t/2} = \frac{ux_{21} - ux_{11}}{2r+t} \tag{3}$$

$$dc = \frac{uy_{01}}{\sin\theta_2} = \frac{uy_{21} + uy_{11}}{ux_{21} - ux_{11}} \cdot \frac{2r+t}{2} \tag{4}$$

公式(3)和(4)揭示了转动过程中柔性铰链自由端转角 θ_2 、等效转动半径 dc 与自由端上下对称两点的平动位移分量,以及柔性铰链特征参数 r 和 t 之间的关系。

1.2 弯曲变形计算

柔性铰链所连接部件的刚度一般远大于柔性铰链,可视为刚体。柔性铰链可视作非常规扭转弹簧。其简化受力分析模型如图 2 所示。

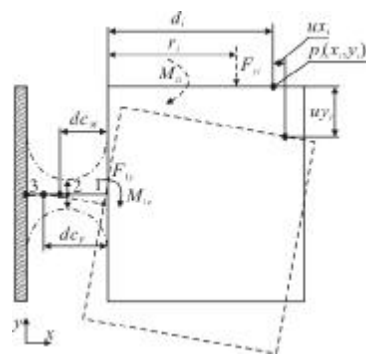


图 2 简化的单轴柔性铰受力分析模型

Fig.2 Simplified bending model of the single-axis flexure hinge

假设柔性铰链左端(点3)固支,右端(点 1)与被连构件相连。被连构件承受弯曲力 F_{yi} 和弯矩 M_{zi} ,目标点 $p_i(x_i, y_i)$ 的变形计算过程如下:

1.2.1 载荷移置

按照公式(5)和(6),将所有弯曲力 F_{yi} 和弯矩 M_{zi}

向柔性铰链的 1 点处进行平移。

$$M_{1z} = \sum M_{zi} + \sum F_{yi} \cdot r_i \quad (5)$$

$$F_{1y} = \sum F_{yi} \quad (6)$$

1.2.2 变形求解

目标点 p_i 的弯曲变形可分解为弯曲力 F_{1y} 所致位移和弯矩 M_{1z} 所引起位移的线性叠加。则存在：

$$\{\Delta p_i\} = \{\Delta p_{iM}\} + \{\Delta p_{iF}\} \quad (7)$$

式中： $\{\Delta p_{iM}\}$ 为 M_{1z} 所引起的位移向量； $\{\Delta p_{iF}\}$ 为 F_{1y} 所引起的位移向量。

在小变形范围内，由坐标旋转变换可得 $\{\Delta p_{iM}\}$ 和 $\{\Delta p_{iF}\}$ 的表达形式如下：

$$\{\Delta p_{iM}\} = \begin{Bmatrix} \Delta x_{iM} \\ \Delta y_{iM} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{iM}(\cos \theta_{2M} - 1) - y_{iM} \sin \theta_{2M} \\ x_{iM} \sin \theta_{2M} + y_{iM}(\cos \theta_{2M} - 1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -y_{iM} \cdot \theta_{2M} \\ x_{iM} \cdot \theta_{2M} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\{\Delta p_{iF}\} = \begin{Bmatrix} \Delta x_{iF} \\ \Delta y_{iF} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{iF}(\cos \theta_{2F} - 1) - y_{iF} \sin \theta_{2F} \\ x_{iF} \sin \theta_{2F} + y_{iF}(\cos \theta_{2F} - 1) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -y_{iF} \cdot \theta_{2F} \\ x_{iF} \cdot \theta_{2F} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

从而，目标点 p_i 总变形量的简化计算表达式如下：

$$\{\Delta p_i\} = \begin{Bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -y_{iM} \cdot \theta_{2M} - y_{iF} \cdot \theta_{2F} \\ x_{iM} \cdot \theta_{2M} + x_{iF} \cdot \theta_{2F} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_i \cdot C_{i-z-Mz} & -y_i \cdot C_{i-z-Fy} \\ (d_i + dc_M) \cdot C_{i-z-Mz} & (d_i + dc_F) \cdot C_{i-z-Fy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_{1z} \\ F_{1y} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

公式(10)给出了单轴柔性铰链自由端任意目标点 p_i 的弯曲变形简化计算公式，其中的 C_{i-z-Mz} 和 C_{i-z-Fy} 称为弯曲柔度系数， dc_M 和 dc_F 称为等效转动半径，它们与柔性铰链的结构尺寸相关。

2 转动特性参数

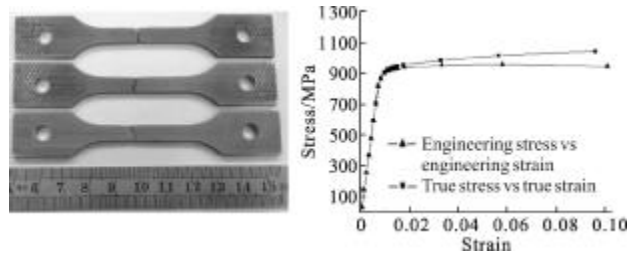
2.1 有限元分析

有限元分析已成为设计中一种非常重要的虚拟试验手段，可为设计人员提供具有足够精度的分析结果。文中利用有限元分析的手段研究了结构参数对圆切口柔性铰弯曲柔度系数 C_{i-z-Mz} 和 C_{i-z-Fy} ，以及等效转动半径 dc 的影响。

2.1.1 有限元建模

为提高有限元分析结果的置信度，对试件材料力学性能进行了实际测试。图 3 是实际试样及其应力-应变曲线。

在进行网格剖分时，采用了具有较高计算精度的等参数 6 面体单元。同时对柔性铰链的切口敏感部位进行了局部细化(最薄部位剖分 4-6 层)，所构建的有限元分析模型如图 4 所示。



(a) TC4 拉伸试样 (b) TC4 真实应力-应变曲线
(a) TC4 tension test specimen (b) True stress-strain curve of TC4

图 3 钛合金试样及应力应变曲线

Fig.3 TC4 tension test specimen and true stress-strain curve

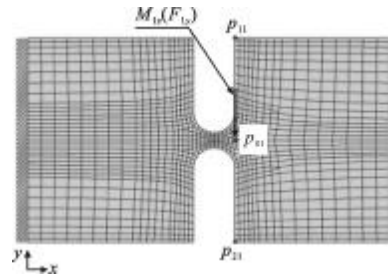
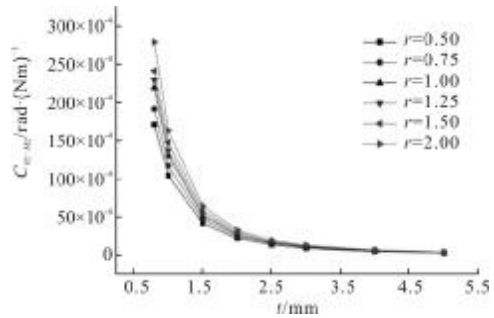


图 4 单轴柔性铰有限元分析模型

Fig.4 Finite element model of the single-axis flexure hinge

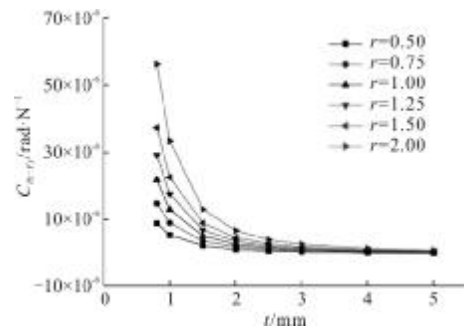
2.1.2 弯曲柔度系数

弯曲柔度系数 C_{i-z-Mz} 和 C_{i-z-Fy} 随柔性铰链几何尺寸的变化趋势如图 5 所示。



(a) C_{i-z-Mz} 随 t 的变化规律

(a) C_{i-z-Mz} vs t



(b) C_{i-z-Fy} 随 t 的变化规律

(b) C_{i-z-Fy} vs t

图 5 弯曲柔度随 t 的变化趋势

Fig.5 Bending compliance vs different t value

弯曲柔度系数分析结果表明:

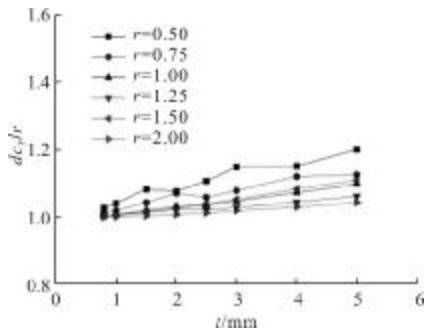
(1) 切口半径一定, $C_{\theta-Mz}$ 和 $C_{\theta-Fy}$ 随切口最薄部位厚度尺寸 t 的增大而减小;

(2) 当 t 增大到一定程度时, 不同切口半径的弯曲柔度系数趋于一致;

(3) 对于同一柔性铰链, $C_{\theta-Mz}$ 比 $C_{\theta-Fy}$ 大 1~2 个数量级, 这是由于纯弯矩和弯曲力作用下转动中心位置的不同而造成的。

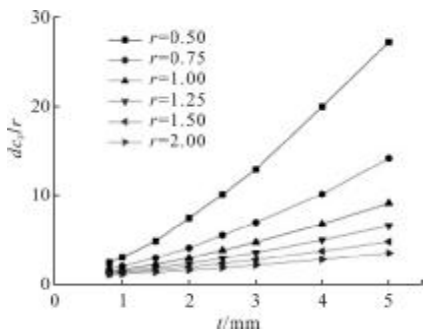
2.1.3 等效转动半径

研究表明单轴柔性铰链的纯弯曲和端部弯曲的本质区别在转动中心位置的不同。图 6 是等效转动半径与 r 比值(dc_M/r 和 dc_F/r)随最薄切口部位厚度 t 的变化规律曲线。



(a) 纯弯曲等效转动半径比随 t 的变化趋势

(a) Trend of the equivalent rotation radius vs different t value under pure bending moment



(b) 端部弯曲转动半径比随 t 的变化趋势

(b) Trend of the equivalent rotation radius vs different t value under end bending force

图 6 等效转动半径随最薄切口厚度 t 的变化趋势

Fig.6 Trend of the equivalent rotation radius vs different minimum thicknesses of the hinge cutout section

从图 6 的曲线走势可看出:随着 t 的增加, dc_M/r 和 dc_F/r 随之增大; 然而, dc_M/r 的变化范围仅限于 1~1.2 之间, 而 dc_F/r 变动幅度很大, 在 1~30 之间; t

一定, 切口半径 r 越小, 等效半径与 r 的比值越大。

上述分析表明:

(1) 纯弯曲的转动中心接近柔性铰链的几何中心点 2(如图 2), 而端部弯曲的转动中心远离柔性铰链的几何中心点;

(2) 随着柔性铰链刚度的增加, 转动中心偏离几何中心的程度增加, 且端部弯曲的偏离程度大于纯弯曲。

2.2 实验对比

为验证上述简化的单轴柔性铰链弯曲变形计算模型(公式(10))的可靠性。在使用有限元分析得出的弯曲柔度系数、等效转动半径 dc 的基础上, 设计了如图 7(a)所示的单轴柔性铰链力学性能实验装置^[9], 通过该装置可对柔性铰进行端部弯曲和纯弯曲力学性能实验, 图 7(b)是部分弯曲试件的实物照片。



(a) 实验装置

(a) Test setup



(b) 弯曲试样

(b) Test specimen

图 7 单轴柔性铰实验装置及弯曲试样

Fig.7 Test setup and specimen of the single-axis flexure hinge

表 1 给出了两组不同结构参数的单轴柔性铰链弯曲变形简化计算结果和实验结果。弯曲力 $F_{yi}=100\text{ N}$, 加载点和目标点位置的相关参数详见表 1。

表 1 计算值和实验结果对比

Tab.1 Comparison of the calculated value and experiment test results

Parameter/mm				Displacement u_y /mm		Error
r	t	r_i	d_i	Calculated values	Test results	
1	1	6	6	66.95×10^{-3}	62.13×10^{-3}	7.76%
1.5	2	5	5	15.34×10^{-3}	14.09×10^{-3}	8.87%

表中数据表明:

(1) 计算值和实测值具有较好的一致性,相对误差优于 10%。这说明公式(8)和(9)中的 $\cos\theta_M \doteq 1$ 和 $\cos\theta_F \doteq \theta_M$, 以及 $\cos\theta_F \doteq 1$ 和 $\sin\theta_F \doteq \theta_F$ 简化处理可满足工程分析要求;

(2) 随着柔性铰链刚度的增加,等效转动半径的拟合误差也会增大,从而使得简化计算模型的计算误差也有所增加。

3 反射镜柔性支撑简化建模

为满足反射镜支撑的运动学约束关系,往往采用多个如图 8 所示的两轴正交柔性支撑结构。这样既可保证足够的结构支撑刚度,又能满足温度应力调节需求。

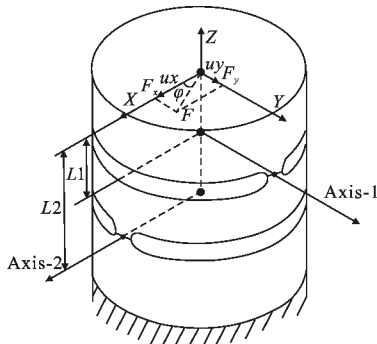


图 8 反射镜柔性支撑结构示意图

Fig.8 Scheme of the two-axis flexure mirror mount

除了柔性铰链的局部特征参数之外,该柔性支撑结构还包括两个结构配置参数(如图 8),它们分别是加载端距两个柔性轴几何中心的距离 $L1$ 和 $L2$ 。

假设在其加载端施加如图 8 所示的弯曲力 F ,该柔性支撑结构的弯曲变形计算过程如下:

(1) 载荷分解

按照公式(11)将力 F 向 X 轴和 Y 轴进行分解。

$$\begin{cases} F_x = F \cdot \cos\phi \\ F_y = F \cdot \sin\phi \end{cases} \quad (11)$$

(2) 弯曲变形计算

$$\begin{cases} ux = (L1 - r + dc_M) \cdot F_x \cdot (L1 - r) \cdot C_{\xi-Mz} + \\ (L1 - r + dc_M) \cdot F_y \cdot C_{\xi-Fy} \\ uy = (L2 - r + dc_M) \cdot F_y \cdot (L2 - r) \cdot C_{\xi-Mz} + \\ (L2 - r + dc_M) \cdot F_x \cdot C_{\xi-Fy} \end{cases} \quad (12)$$

弯曲载荷分量 F_x 和 F_y 分别会使柔性轴 1 和柔性轴 2 发生弯曲转动。计算方法与单轴柔性铰链的计算方法类似,从而自由端的计算弯曲变形计算表

达式如公式(12)所示。

4 结论

推导出了简化的单轴柔性铰链弯曲变形计算模型。在实际材料实验基础上,研究了圆弧切口单轴柔性铰链的弯曲柔度系数 $C_{\xi-Mz}$ 和 $C_{\xi-Fy}$,以及等效转动半径 dc ,随其几何参数 r 和 t 的变化趋势,揭示了纯弯矩和弯曲力作用下单轴柔性铰链弯曲变形的本质区别。进行了实物弯曲变形实验,实验结果和简化模型计算结果相对误差优于 10%,满足工程应用要求。

基于所给出的单轴柔性铰链弯曲变形简化模型,提出了基于圆切口单轴柔性铰链的两轴柔性支撑结构计算模型,该模型为此类反射镜柔性支撑结构的参数优化设计提供了参考依据。

参考文献:

- [1] Sun Baoyu. Design of flexible supporting structure for optical space remote sensor [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2009, 41(7): 184-186. (in Chinese)
- [2] Fan Lili, Zhang Jingxu, Yang Fei, et al. Impact of the supports of primary mirror in euqtorial telescope on its surface deformation [J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(1): 173-177. (in Chinese)
- [3] 范李立, 张景旭, 杨飞, 等. 极轴式望远镜主镜支撑结构对镜面变形的影响[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(1): 173-177.
- [4] Paros J M, Weisbord L. How to design flexure hinges [J]. Machine Design, 1965, 37(27): 151-156.
- [5] Nicolae Lobonitu. Compliant Mechanisms Design of Flexure Hinges[M]. New York: CRC Press, 2003.
- [6] Smith S T, Badami V G, Dale J S, et al. Elliptical flexure hinges [J]. Review of Scientific Instrument, 1997, 68 (3): 1474-1483.
- [7] Wu Yingfei, Zhou Zhaoying. Design of flexure hinges [J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(6): 136-140. (in Chinese)
- [8] Chen G M, Liu X Y, Gao H W, et al. A generalized model for conic flexure hinges[J]. Review of Scientific Instruments, 2009, 80(7): 055106.
- [9] Schotborgh Wouter O, Kokkeler Frans G M, Hans Tragter, et al. Dimensionless design graphs for flexure elements and a comparison between three flexure elements [J]. Precision Engineering, 2005, 29: 41-47.
- [10] Li Haixing, Ding Yalin, Hui Shouwen, et al. Design of compliance factor experiment setup for single-axis flexure hinge [J]. Opt Precision Eng, 2011, 19(7): 1552-1557. (in Chinese)