

采用多像素光子计数器的探测率与虚警率

张国青¹, 刘丽娜², 朱长军¹

- (1. 西安工程大学 理学院 物理系, 陕西 西安 710048;
2. 西安理工大学 理学院 物理系, 陕西 西安 710048)

摘要: 为了完善多像素光子计数器 (MPPC) 在激光测距和激光雷达等方面应用的理论基础, 对 MPPC 作为激光测距或激光雷达光探测器的探测率与虚警率进行了系统研究, 运用泊松理论提出了基于 MPPC 的探测率与虚警率模型, 推导了相应的解析表达式, 并进行了数值分析, 发现了一些传统探测器不存在的有趣特性。数值结果显示, 利用多像素光子计数器作为激光测距的光接收器时, 即使不使用门控(选通)技术, 仅仅依靠等效光电子数探测阈值调节技术就可以达到实际应用中激光测距的系统要求。其灵敏度可达到光子量级, 并能进行光子数分辨。该模型和结果对于促进 MPPC 在激光测距和激光雷达方面的应用, 实现高灵敏度快速探测有一定的理论和实用价值。

关键词: 多像素光子计数器; 激光测距; 激光雷达; 探测率; 虚警率

中图分类号: O439 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)07-1819-06

Detection and false-alarm probabilities based on Multi-Pixel Photon Counter

Zhang Guoqing¹, Liu Lina², Zhu Changjun¹

- (1. Department of Physics, School of Science, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048, China;
2. Department of Physics, School of Science, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

Abstract: In order to perfect the theoretical basis of Multi-Pixel Photon Counter (MPPC) serving as the detector of laser ranging or laser radar, the detection and false-alarm probability of MPPC were studied in this paper. The model of the detection and false-alarm probability based on MPPC was proposed and the analytical expressions were derived by using Poisson theory. The numerical analysis was also done. Some interesting characteristics were found which were not existed in conventional single point detectors. The numerical results show that the system requirements of laser ranging can be obtained just by adjusting the photoelectron equivalent threshold of MPPC, without the gating technology, if using MPPC as the detector. The sensitivity can reach the photon level and the photon number can be resolved. This model and results have certain significance in theory and to promote the application of MPPC in laser range and laser radar for high sensitivity and fast detection.

Key words: Multi-Pixel Photon Counter; laser ranging; laser radar; detection probability; false-alarm probability;

收稿日期: 2012-11-09; 修订日期: 2012-12-10

基金项目: 陕西省科技厅自然科学基金(2012JQ8009); 教育厅自然科学基金(12JK0975); 西安工程大学博士科研启动金(BS1126)

作者简介: 张国青(1982-), 男, 讲师, 博士, 主要从事光探测器方面的研究。Email: zhangg_356@163.com

0 引言

近年来,一种在常温下即具有脉冲光子数分辨能力的单光子探测器——多像素光子计数器(MPPC)逐渐受到重视^[1]。它由数百至数万个直径为几到几十微米的雪崩光电二极管(APD)单元阵列集成在同一个单晶硅片上构成。MPPC具有目前最优秀的光子数分辨能力,响应速度快(~1 ns),结实耐用,体积小、易于集成,工作电压低,不受磁场干扰,可靠性好、成本低廉等诸多优点,在高能物理、天体物理、核医学成像以及生命科学等弱光信号探测领域的部分场合已经成为传统光电倍增管的替代品^[1-2],并有望全面取代光电倍增管^[1]。从MPPC的特性和工作原理来看,其在激光雷达和测距方面也有着比较大的应用前景。然而国内外关于MPPC应用于激光雷达和测距方面的报道还很少。Kyu Tak Son等人首次报道了将MPPC作为激光测距机的探测器的可行性实验^[3-4],展示了MPPC对激光短脉冲的响应特性,对测距精度进行了估算。在国内,2011年田玉珍等人^[5]将光子计数测距法与脉冲测距法相结合,利用MPPC进行了远距离非合作目标测距的实验研究,研究了目标反射的随机光子的统计分布特性,分析了不同算法对测距精度的影响。

然而,基于MPPC的探测率与虚警率的系统研究还未见报道。由于MPPC不同于传统的单点探测器(如PIN探测器、线性雪崩光电二极管(APD)、光电倍增管(PMT)、盖革模式APD(或叫SPAD)等),所以基于MPPC的探测率与虚警率的理论有所不同。另一方面,MPPC可以进行等效光子数阈值调节,这是传统探测器所不具备的,利用这个特性可以剔除背景光噪声和探测器自身的暗计数(暗噪声),从而提升探测率和虚警率的指标。文中对MPPC作为激光测距的探测器的探测率与虚警率进行了系统研究,推导了MPPC探测率与虚警率的解析表达式,以典型的MPPC参数为例,进行了数值分析。

1 理论模型

考虑一个相干脉冲激光器,重复频率为 f ,周期 $T=1/f$ 。当其发射的光脉冲照射到非合作目标发生漫反射时,被探测器收集到的光子数分布遵循负二项

式分布^[6],在绝大多数情况下,泊松分布是负二项式分布的很好近似^[7]。如果探测器收集到的平均光子数恒定,则输出脉冲幅度的概率分布为:

$$p_{ps}(k) = \frac{(\mu\eta+n)^k \exp[-(\mu\eta+n)]}{k!} = \frac{(s+n)^k \exp(s+n)}{k!} \quad (k=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

式中: k 为光电子数; $p_{ps}(k)$ 表示输出脉冲幅度为 k 个光电子数等效幅度的概率; μ 为入射到MPPC光敏面的每个光脉冲包含的平均光子数; η 为MPPC的光子探测效率; n 为噪声电子数; $s=\mu\eta$ 为信号光电子数。

设门控时间为 T_g ,将 T_g 分为 N 等分,每一份时间称为一个时间道,在一个时间道内噪声电子数的均值为 n 。设MPPC信号的光电子数等效阈值为 th ,可取值:0.5 p.e. (photoelectron equivalent)、1.5 p.e.、2.5 p.e.、3.5 p.e. … (非负整数+0.5)。这里光子数等效阈值之所以取半整数,是为了剔除由于电子学噪声和后脉冲而引起的错误计数^[1]。假设在某个光脉冲探测周期中,MPPC在第 βN 个时间道中探测到光信号($0 < \beta \leq 1$),该时间道中的信号光电子数为 s (平均光子数为 μ)。要想使MPPC成功探测到脉冲光信号,需要同时满足两个条件:(1)前 $\beta N-1$ 个时间道没有噪声电子触发的雪崩脉冲高于阈值 th 的事件;(2)在第 βN 个时间道中总的初始电子(光电子 s +噪声电子 n)触发的雪崩脉冲幅度高于 th 。

则由公式(1)可知满足条件(1)的概率为:

$$\left(\sum_{k=0}^{th-0.5} \frac{n^k \exp(-n)}{k!} \right)^{\beta N-1} \quad (2)$$

式中: $\sum_{k=0}^{th-0.5} \frac{n^k \exp(-n)}{k!}$ 为前 $\beta N-1$ 个时间道中任意一个时间道内噪声电子触发的雪崩脉冲幅度小于阈值 th 的概率。

类似地,满足条件(2)的概率为:

$$\sum_{k=th+0.5}^{\infty} \frac{(n+s)^k \exp(n+s)}{k!} \quad (3)$$

则MPPC的探测率为:

$$P_D = \left(\sum_{k=0}^{th-0.5} \frac{n^k \exp(-n)}{k!} \right)^{\beta N-1} \sum_{k=th+0.5}^{\infty} \frac{(n+s)^k \exp(n+s)}{k!} \quad (4)$$

为了下面讨论简便,令:

$$x = \sum_{k=0}^{th-0.5} \frac{n^k \exp(-n)}{k!} \quad (5)$$

$$y = \sum_{k=th+0.5}^{\infty} \frac{(n+s)^k \exp[-(n+s)]}{k!} \quad (6)$$

对于 MPPC 激光测距的虚警率, 则分为两种情况: (1) 在前 $\beta N-1$ 个时间道中有噪声脉冲高于阈值; (2) 在前 βN 个时间道中均没有雪崩脉冲高于阈值, 而在后 $N-\beta N$ 个时间道中有噪声脉冲高于阈值。

对于情况(1), 由于每一个时间道中, 噪声是随机的, 所以雪崩脉冲幅度小于阈值的事件概率相等, 均为 x 。因此前 $\beta N-1$ 个时间道中, 均没有噪声雪崩脉冲幅度高于阈值的概率为:

$$x^{(\beta N-1)} \quad (7)$$

则在前 $\beta N-1$ 个时间道中有噪声脉冲高于阈值的概率为:

$$1-x^{(\beta N-1)} \quad (8)$$

对于情况(2), 在后 $N-\beta N$ 个时间道中, 有噪声脉冲高于阈值的概率的推导过程类似于公式(8), 易得:

$$1-x^{(N-\beta N)} \quad (9)$$

显然第 βN 个时间道中总的初始电子 $(s+n)$ 触发的雪崩脉冲幅度小于 th 的概率为 $1-y$, 所以情况(2)的总概率为:

$$x^{(\beta N-1)}(1-y)(1-x^{(N-\beta N)}) \quad (10)$$

于是可以得出, 在阈值为 th 时, MPPC 的虚警率等于情况(1)和(2)的概率的和:

$$P_{FA} = 1 - x^{(\beta N-1)} + x^{(\beta N-1)}(1-y)(1-x^{(N-\beta N)}) =$$

$$1 - \left(\sum_{k=0}^{th-0.5} \frac{n^k \exp(-n)}{k!} \right)^{\beta N-1} + \left(\sum_{k=0}^{th-0.5} \frac{n^k \exp(-n)}{k!} \right)^{\beta N-1}$$

$$\sum_{k=0}^{th-0.5} \frac{(n+s)^k \exp[-(n+s)]}{k!} 1 - \left(\sum_{k=0}^{th-0.5} \frac{n^k \exp(-n)}{k!} \right)^{N-\beta N} \quad (11)$$

另一方面, 由于探测率和虚警率之间有如下简单的关系:

$$P_D + P_{FA} + x(1-y) = 1 \quad (12)$$

式中: $x(1-y)$ 为在 N 个时间道中均未探测到任何脉冲的概率, 则虚警率:

$$P_{FA} = 1 - P_D - x(1-y) = 1 - x^{(\beta N-1)}y - x(1-y) \quad (13)$$

这是虚警率的另一表达式, 和公式(11)是等价的。

观察公式(4)、(11)容易看出, MPPC 的探测率和虚警率随着光电子数等效阈值 th 的改变而改变, 这与传统探测器的阈值调节技术是不同的概念, 是传

统探测器所不具备的。

2 分析与讨论

为了对上述理论的合理性进行验证, 选取以下参数取值进行数值分析: 以一个典型的 MPPC 的参数为例(S10362-11-050U, Hamamatsu Inc., 室温 25 °C 下暗计数率=300 kcps/mm², 光探测效率 $\approx 30\%$ @532 nm), 由于其雪崩响应时间可达约 1 ns^[8], 所以可取每个时间道的长度为 1 ns, 于是一个时间道(1 ns)内的平均暗计数为 3×10^{-4} count。

图 1 为根据公式(4)和(11)算得的不同总噪声电子数情形下, MPPC 的探测率和虚警率随信号光电子数 s 变化的曲线。其中其他参数取值为: 阈值 $th=0.5$, $\beta=0.005$, 时间道数取值 $N=200$ 。当不考虑背景光子激发的噪声电子时, 一个时间道内总的噪声电子数等于 MPPC 的暗计数(i.e. $n=3 \times 10^{-4}$ count)。由图 1 可以看出, 探测率和虚警率随着 s 的增加分别增加与减小, 而探测率几乎不随噪声电子数的变化而变化(探测率曲线几乎重合)。根据 P_{FA} 的另一表达式(13)算得的结果与公式(11)算得的结果是一致的。当 $s > 1$ 时, 虚警率迅速下降。即使总的噪声电子数比 MPPC 的暗计数高 1 个量级, 即 $n=3 \times 10^{-3}$ count, 虚警率 P_{FA} 只需在信号光电子数 $s > 6$ 时就可 $< 0.1\%$, P_D 也只需在信号光电子数 $s > 9$ 时就可 $> 99.99\%$ 。这说明利用 MPPC 做为激光测距机光探测器的灵敏度可达到光子量级。

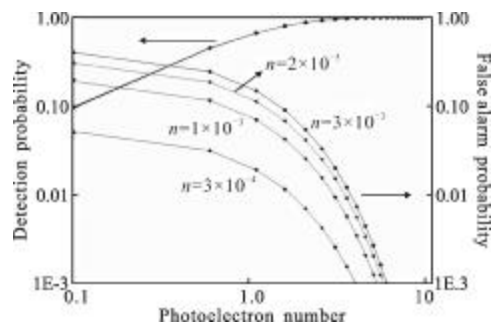


图 1 不同总噪声电子数情形下, MPPC 的探测率和虚警率随信号光电子数的变化曲线

Fig.1 Detection and false alarm probability of the MPPC versus photoelectron number under different total number of noise electrons

图 2 为不同等效光电子数阈值条件下, MPPC

的探测率与虚警率随信号光电子数变化的曲线。该图取一个时间道内总的噪声电子数 100 倍于 MPPC 的暗计数,即 $n=3 \times 10^{-2}$ count,用来模拟强背景光的情形。其他参数取值和图 1 相同。图中不同形状的点的连线分别对应着等效光电子数探测阈值 th 为 0.5 p.e.、1.5 p.e.、2.5 p.e.、3.5 p.e. 时的 P_D 和 P_{FA} 。由图可以看出,随着探测阈值的逐步提高,虚警率 P_{FA} 呈量级减小。当 $th=2.5$ p.e. 时,虚警率 P_{FA} 始终小于 0.1%。虽然探测率随着阈值的提高在减小,但是当信号光电子数 $s > 10$ 以后,探测率几乎不随阈值发生变化,均接近于 1。详细计算结果显示在 $th=2.5$ p.e. 条件下,单脉冲 $P_D \geq 99.99\%$ 的条件为信号光电子数 $s \geq 14$,对应着 46.7 个人射光子。这说明,适当地提高 MPPC 的等效光电子数探测阈值,可以在几乎不损失 P_D 的条件下,大幅度地降低 P_{FA} 。

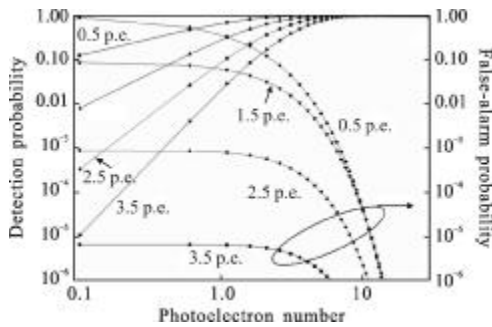


图 2 不同等效光电子数阈值条件下,MPPC 的探测率和虚警率随信号光电子数变化的曲线

Fig.2 Detection and false alarm probability of the MPPC versus photoelectron number under different photoelectron equivalent threshold

图 3 为不同 β 值条件下,即当信号光子在门(选通)开启的不同时刻到达 MPPC 时,探测率与虚警率随信号光电子数变化的曲线。图中 $\beta=0.005, 0.5, 1$ 的曲线分别对应着信号光子在门开启的初始时刻、中间时刻和最后时刻到达 MPPC。由图可见,信号光子在门开启的初始时刻到达 MPPC 时,探测率与虚警率最佳。而光子在门开启的最后时刻到达 MPPC 时,探测率减小了近 3 个量级,虚警率大幅度增加,几乎接近 1。在实际应用的很多场合,事先并不知道目标的大概距离和景深,因此,门开启的时刻和宽度不易确定,所以不能保证系统始终能达到探测率与虚警率最佳,这会造成系统性能很不稳定。因此,

需要寻求其他方法来克服这个问题。下面的结果和论证展示了这个问题的一种解决方法。

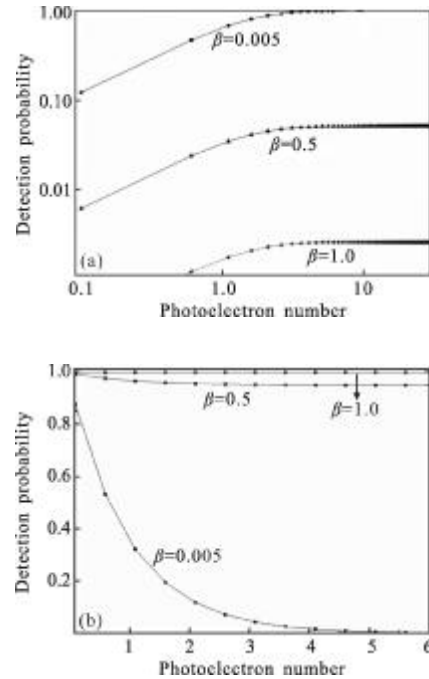


图 3 不同 β 值条件下,MPPC 的探测率和虚警率随信号光电子数的变化曲线

Fig.3 Detection and false alarm probability of the MPPC versus photoelectron number under different β value

图 4 为最坏情形下(即 $\beta=1$),探测率与虚警率随门控(选通)时间的变化曲线。图 4(a)和(b)的探测阈值分别取 $th=2.5$ p.e. 和 4.5 p.e.。图中不同形状的点连成的线对应不同的信号光电子数。计算过程中每一道的时间保持 1 ns 不变,背景噪声电子依然取 MPPC 的暗计数的 100 倍(强背景光情形)。由图可以看出,当 $th=2.5$ p.e. 时,随着门控时间的增加, P_D 缓慢下降, P_{FA} 缓慢增加,而当 $th=4.5$ p.e. 时, P_D 和 P_{FA} 几乎不随着门控时间的增加而发生任何变化。因此,调节等效光电子数探测阈值 th 的另一个重要的作用是:适当提高 th 可以使 P_D 和 P_{FA} 对门控时间不敏感。

由图 4(b)还可以看出,当门控时间高达 10^5 ns (0.1 ms),而信号光电子数大于 10 个时, P_D 依然接近 1, P_{FA} 小于 1%。详细计算结果显示,门控时间为 10^5 ns,信号光电子数 $s=20$ 时, $P_D=99.997\%$, $P_{FA}=0.0002\%$,完全满足实际应用中激光测距的系统要求(即 $P_D \geq 99.99\%$, $P_{FA} \leq 0.1\%$)。 10^5 ns 的门控时间意味着

激光脉冲周期 $\geq 10^5$ ns, 即重复频率需 ≤ 10 kHz, 这一条件在通常的激光测距技术中很容易实现。基于这个结果, 可以得出如下结论: 即使在最坏情形下 ($\beta=1$), 不使用门控(选通)技术, 仅仅依靠适当地提高 MPPC 的等效光电子数阈值就可实现实际激光测距的系统要求。利用多脉冲测距技术, 可进一步降低对最小信号光电子数的要求, 从而进一步提高探测灵敏度。在实际应用中, 探测灵敏度和探测时间(取决于激光脉冲个数的选取)可以折中优化选择。

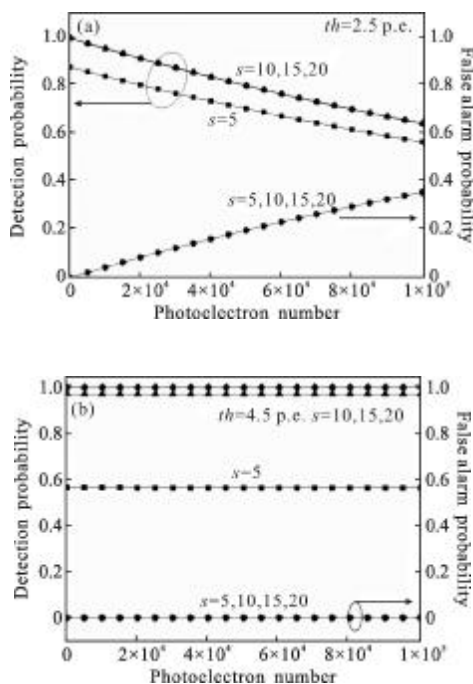


图 4 最坏情形下(即 $\beta=1$), 探测率与虚警率随门控(选通)时间的变化曲线

Fig.4 Detection and false alarm probability of the MPPC versus gate time under worst case ($\beta=1$)

和传统的光探测器相比, 利用 MPPC 作为激光测距机光探测器的灵敏度远远高于 PIN 探测器和工作在线性模式下的 APD^[1,9], 与 PMT 和 SPAD 的灵敏度相当。不过 SPAD 和 PMT 都是单点探测器, 对于 SPAD, 在短脉冲光中无论有多少个光子照射到探测器上, 其响应幅度都一样^[10], 从而无法进行等效光电子数阈值的调节, 无法剔除背景光产生的噪声电子和探测器的暗噪声电子, 这严重限制了探测率和虚警率性能指标的提高。同时 SPAD 也无法进行光子个数分辨, 使得实际探测的光子数并不准确。对于 PMT, 它有一定的增益涨落, 无法准确分辨同时到达

探测器的光子个数^[11], 从而也无法调节等效光电子数阈值(th), 不利于探测率和虚警率指标的提升。另外, 当有一个初始电子触发雪崩时, PMT 和 SPAD 将会有一段时间无法响应入射的光信号, 该段时间称为探测器的死时间^[1]。而对于 MPPC, 虽然 MPPC 的每一个 G-APD 单元都有死时间, 在此期间该单元无法响应光信号, 但是其他绝大部分的单元都处于探测光子的“就绪”状态, 因此, 当入射光子到达 MPPC 时, 它依然有很大的概率探测到光子, 从而使得探测概率和光子计数速率大大提高。

3 结论

提出了 MPPC 的探测率与虚警率模型, 推导了相应的解析表达式, 并以典型 MPPC 的参数为例进行了数值分析。数值结果显示, 利用 MPPC 作为激光测距的光接收器时, 不使用门控(选通)技术, 仅仅依靠适当地提高 MPPC 的等效光电子数阈值就可实现实际激光测距的系统要求。系统灵敏度可达到光子量级, 并能进行光子数分辨。适当地提高 MPPC 的等效光电子数阈值, 不仅能在几乎不损失探测率的前提下, 大幅度降低系统的虚警率, 而且可以使探测率和虚警率对门控时间不敏感。因此, 用 MPPC 做为激光测距机的光探测器相比于传统的光探测器有明显而独特的优势, 在激光测距和激光雷达方面, 有较大的应用前景。

参考文献:

- [1] Renker D, Lorenz E. Advances in solid state photon detectors [J]. J Instrum(JINST), 2009(4): 04004.
- [2] Zhang Heyong, Guo Jin, Zhao Shuai, et al. Research on Fano factor for pseudo-thermal light field based on multi-pixel photon counter [J]. Chinese Journal of Lasers, 2011, 38(10): 1008010-1-1008010-6. (in Chinese)
张合勇, 郭劲, 赵帅, 等. 基于多像素光子计数器的赝热光场 Fano 因子研究[J]. 中国激光, 2011, 38(10): 1008010-1-1008010-6.
- [3] Kyu Tak Son, Chin C Lee. Multiple-target laser rangefinding receivers using silicon photomultiplier arrays [C]//Electronic Components and Technology Conference, 2009: 2131-2136.
- [4] Kyu Tak Son, Chin C Lee. Multiple-target laser rangefinding receiver using a silicon photomultiplier array [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2010,

- 59(11): 3005-3011.
- [5] Tian Yuzhen, Zhao Shuai, Guo Jin. Analysis of non-cooperative target photon counting laser ranging [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(5): 0514002-1-0514002-8. (in Chinese)
田玉珍, 赵帅, 郭劲. 非合作目标光子计数激光测距技术研究[J]. *光学学报*, 2011, 31(5): 0514002-1-0514002-8.
- [6] Fouche D G. Detection and false-alarm probabilities for laser radars that use Geiger-mode detectors [J]. *Applied Optics*, 2003, 42(27): 5388-5398.
- [7] Goodman J W. *Statistical Optics*[M]. New York: Wiley, 1985.
- [8] Otono H, Yamashita S, Yoshioka T, et al. Study of MPPC at liquid nitrogen temperature [C]//International Workshop on new Photon-Detectors, Proceedings of Science, 2007: 1-6.
- [9] Xu Qingqing, Chen Jianxin, Zhou Yi, et al. Mid-wavelength infrared InAs/GaSb type II superlattice detectors[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(1): 7-9. (in Chinese)
徐庆庆, 陈建新, 周易, 等. InAs/GaSb II 类超晶格中波红外探测器[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(1): 7-9.
- [10] Yang Hao, Wang Chao, Sun Zhibin, et al. High speed single-photon detector at 1 550 nm wavelength [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(2): 325-329. (in Chinese)
杨皓, 王超, 孙志斌, 等. 高速近红外 1 550 nm 单光子探测器[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(2): 325-329.
- [11] Jeremy L O' Brien, Akira Furusawa, Jelena Vučković, Photonic quantum technologies [J]. *Nature Photonics*, 2009, 3:687-695.