

## 双曲凹面折反射全景成像系统

马相路<sup>1,2</sup>, 冯莹<sup>1</sup>, 曹毓<sup>1</sup>

(1. 国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 空军预警学院, 湖北 武汉 430019)

**摘要:** 反射镜是折反射全景成像系统的重要部件之一。针对不同场合, 出现了双曲面镜、椭球面镜、抛物面镜等反射镜构成的折反射全景成像系统, 但是它们成像畸变大、边缘分辨率低, 为了使之适合路面勘测, 提出了基于前投影模型, 采用双曲凹面镜作为反射镜的方法搭建系统, 分析了该系统对水平场景的成像特点, 对新系统进行了仿真, 并与普通双曲面镜、水平等比例镜的成像系统做了比较。结果表明, 通过优化相机透视中心到反射镜几何焦点的距离, 可以使得新系统在水平场景的成像上具有较小的畸变。

**关键词:** 全景成像系统; 双曲凹面镜; 路面勘测; 光学设计

**中图分类号:** TB853.1+5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)08-2132-05

## Concave hyperboloidal catadioptric omnidirectional imaging system

Ma Xianglu<sup>1,2</sup>, Feng Ying<sup>1</sup>, Cao Yu<sup>1</sup>

(1. College of Optoelectronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Air Force Radar Academy, Wuhan 430019, China)

**Abstract:** Mirror is an important part of catadioptric omnidirectional imaging system. Aiming at different application, several kinds of mirror such as hyperboloid surface, ellipsoidal surface, parabolic surface and some others were designed for the system. However, the image of these systems has large distortion and low resolution on the edge of picture. In order to make the system suitable for pavement survey, based on front projection model, concave hyperboloid mirror was designed. Imaging features of horizontal scene was analyzed for new system. The simulation results show that by optimization of distance between omnidirectional viewpoint and focus of mirror, new system attains low distorted imaging features compared with systems consist of hyperboloidal mirror or horizontal distortionless mirror.

**Key words:** omnidirectional imaging system; concave hyperboloidal; pavement survey; optical design

收稿日期: 2012-12-04; 修订日期: 2013-01-03

作者简介: 马相路(1986-), 男, 硕士生, 主要从事光学传感器方面的研究。Email: mxlulu@163.com

导师简介: 冯莹(1956-), 女, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事光电仪器与测控方面的研究。Email: csfengying@163.com

## 0 引言

折反射式全景成像系统主要由反射镜和相机构成<sup>[1]</sup>。针对不同的应用场合,可以使用不同的反射镜与相机搭配,出现了双曲面镜、椭球面镜、抛物面镜等反射镜构成的折反射全景成像系统<sup>[2-3]</sup>。这些系统成像范围广阔,一次成像便可覆盖水平场景 360°的范围。

传统路面勘测方法使用普通透视相机<sup>[4-5]</sup>,只能覆盖有限的角度,若要获得大范围的视场,需要架设多个相机同时采集图像。因此采用折反射式全景成像系统代替普通相机勘测路面,既简化系统结构,又节约预算,近年来越来越多地应用到监视、三维城市重建、机器人导航等领域。但是该系统直接采集到的图像畸变很大,边缘分辨率低,若对图像进行拼接,需要进行逆透视变换<sup>[6]</sup>,实时处理的计算量大,对计算机硬件提出较高要求。随后又出现了水平等比例镜<sup>[7]</sup>,采用该镜面的系统在水平场景的成像畸变较小,但是该反射镜在垂直场景的畸变很大,且构成该镜面的剖面曲线只有数值解,其中心位置加工难度大,导致全景图中央位置几乎没有成像<sup>[8]</sup>。

为适应路面勘测的应用要求,文中将加工难度较小的双曲面凹面作为反射面;从理论上计算了它在水平场景上的成像特点,通过仿真与双曲面镜相比,其远处成像仍然保持较高分辨率,与水平等比例镜相比,其垂直场景的成像畸变较小,同时在水平场景的成像保持线性。

## 1 模型建立

如图 1 所示建立坐标系。

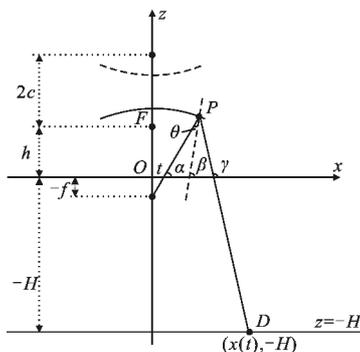


图 1 双曲面凹面反射镜

Fig.1 Concave hyperboloid mirror

相机透视中心  $O$  为原点,镜头焦距为  $f$ ,像平面距离水平场景上方  $H$  处, $O$  与双曲面凹形反射镜几何焦点距离为  $h$ 。来自水平场景  $(x(t), -H)$  处的光线经过  $P$  点反射后到达像平面,对应像点的坐标为  $(t, 0)$ 。下面建立物点水平坐标  $x(t)$  与像点水平坐标  $t$  之间的关系。

双曲线的表达式如下:

$$z = \pm a \sqrt{\left(\frac{x^2}{b^2} + 1\right)} + h + c \quad (1)$$

式中: $c^2 = a^2 + b^2$ 。等式右边第一项取正号表示双曲线上半边,如图 1 虚线双曲线所示,反射面为凸面。等式右边第一项取负号表示双曲线下半边,如图 1 实线双曲线所示,反射面为凹面。目前双曲面折反射全景成像系统普遍采用凸面反射镜,而文中采用凹面反射镜,为表区别,称采用双曲面凹面反射镜的折反射全景成像系统为双曲面凹面折反射全景成像系统。

取双曲线下半边表达式:

$$z = -a \sqrt{\left(\frac{x^2}{b^2} + 1\right)} + h + c \quad (2)$$

这里设定物点水平坐标  $x(t)$  为像点水平坐标  $t$  的函数,逆着光路推导  $x(t)$  与  $t$  之间的关系。

反射光线经过点  $(t, 0)$ 、 $(0, -f)$ ,所以该光线所在直线可以用两点式表示为:

$$\frac{x-0}{t-0} = \frac{z+f}{0+f} \quad (3)$$

整理之后为:

$$z = \frac{f}{t} x - f \quad (4)$$

入射光线与双曲面反射镜的交点为  $P(x_p, z_p)$ ,由公式(2)和(4)联立,得到关于  $x$  的方程,解这个方程,得到两个解,反射光线与双曲线的下半边相交,取较小的解  $x_p$ ,将  $x_p$  代入公式(4)可以得到  $z_p$ 。

由公式(2),方程两边对  $x$  求导,可以知道双曲线在点  $P$  处的切线斜率为:

$$k_{//} = -\frac{a}{b^2} \left(\frac{x_p^2}{b^2} + 1\right)^{-\frac{1}{2}} x_p \quad (5)$$

由于法线为切线的垂线,而且法线斜率与切线斜率互为负倒数关系,所以双曲线在  $P$  点的法线斜率为:

$$k_{\perp} = \frac{b^2}{a} \left(\frac{x_p^2}{b^2} + 1\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x_p} \quad (6)$$

由点斜式可以知道,双曲线在  $P$  点处的法线方

程为:

$$z-z_p = \frac{b^2}{a} \left( \frac{x_p^2}{b^2} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x_p} (x-x_p) \quad (7)$$

由图 1 可知,  $\beta = \alpha + \theta$ 、 $\gamma = \beta + \theta$ , 因此有  $\gamma = 2\beta - \alpha$ , 所以有

$$\tan \gamma = \tan(2\beta - \alpha) = \frac{\tan 2\beta - \tan \alpha}{1 + \tan 2\beta \tan \alpha} \quad (8)$$

又因为

$$\tan 2\beta = \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta} = \frac{2k_{\perp}}{1 - k_{\perp}^2} \quad (9)$$

$$\tan \alpha = \frac{f}{t} \quad (10)$$

将公式(9)、(10)代入公式(8)即可求出入射光线的斜率  $k = \tan \gamma$ , 由点斜式可知入射光线所在直线为:

$$z - z_p = k(x - x_p) \quad (11)$$

将  $z = -H$  代入公式(11)中, 可以得到物点水平坐标位置, 该位置即水平坐标的物象关系函数:

$$x(t) = x_p(t) - \frac{H - z_p(t)}{k(t)} \quad (12)$$

若成像是线性的, 那么物象关系函数所绘曲线也为线性, 在该条件下, 将公式(12)两边对  $t$  求导, 则求导后结果为与  $t$  无关的常数  $C$ , 再次求导, 则结果为零。可以得到:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = 0 \quad (13)$$

满足公式(13)的参数组合可以获得线性成像效果, 令

$$g(a, b, h, H, f) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = 0 \quad (14)$$

那么寻找最优参数组合的问题, 便可以转化为求解多变量非线性方程  $g(a, b, h, H, f) = 0$  的问题, 在未知数大于方程数的情况下, 这样一个方程是否有解是难以确定的, 因此该问题最终转化为关于方程  $g = 0$  的优化问题<sup>[9]</sup>。在实际应用中, 可以根据需要确定系统的相机架设高度  $H$ , 相机镜头焦距  $f$ , 以及双曲凹面镜的形状  $a$ 、 $b$ , 因此方程  $g = 0$  的变量数可以相应的减少。

## 2 仿真分析

在 3DSMax 中对水平场景开始建模, 首先绘制一  $40 \text{ m} \times 40 \text{ m}$  的棋盘, 其中每一格为  $2.5 \text{ m} \times 2.5 \text{ m}$ , 棋盘上布有棋子, 如图 2 所示。

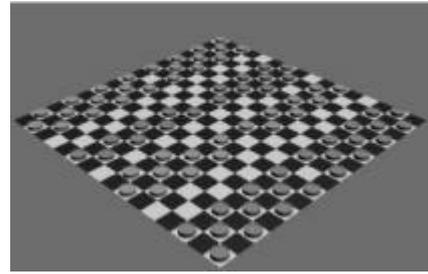


图 2 棋盘

Fig.2 Chessboard

建立日光系统, 模拟夏季中午 12 点日光, 设定相机距离棋盘的高度  $H = 3.5 \text{ m}$ , 双曲面镜的参数  $a = 0.5$ 、 $b = 0.15$ , 相机焦距  $f = 12 \text{ mm}$ , 相机透视中心离反射镜几何焦点的距离  $h$  分别选取  $4 \text{ mm}$ 、 $8 \text{ mm}$ 、 $12 \text{ mm}$ , 为便于观察,  $x(t)$  取负, 分别绘制三种情况下物象关系曲线并渲染对应的成像效果。

如图 3、图 4 所示, 随着像点水平坐标的增大, 曲线斜率随之减小, 物点成像在远处分辨率高, 近处分辨率低, 成像范围有限, 像面收缩, 产生枕形畸变。

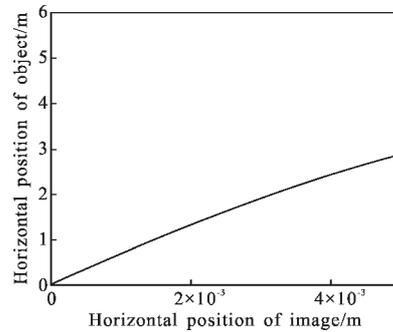


图 3  $h = 4 \text{ mm}$  时物象关系曲线

Fig.3 Object-image curve when  $h = 4 \text{ mm}$



图 4  $h = 4 \text{ mm}$  时成像效果

Fig.4 Camera image when  $h = 4 \text{ mm}$

如图 5、图 6 所示, 在  $h = 8 \text{ mm}$  时, 随着像点水平坐标的增大, 曲线斜率基本保持不变, 物点成像

在远近分辨率基本一致,成像范围比较远,像面基本无畸变。

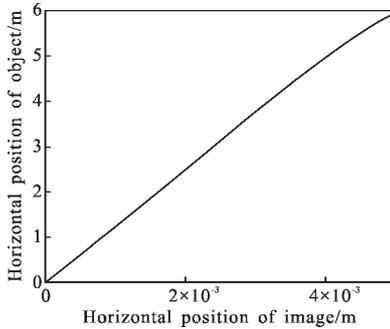


图 5  $h=8\text{ mm}$  时物象关系曲线

Fig.5 Object-image curve when  $h=8\text{ mm}$

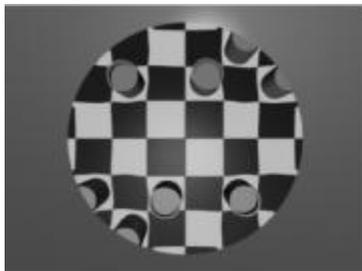


图 6  $h=8\text{ mm}$  时成像效果

Fig.6 Camera image when  $h=8\text{ mm}$

如图 7、图 8 所示,在  $h=12\text{ mm}$  时,随着物点水

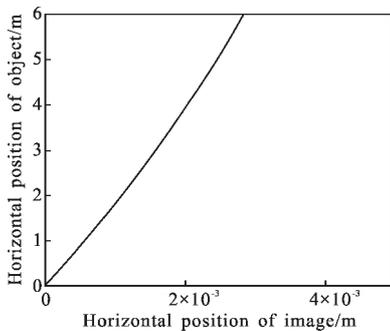


图 7  $h=12\text{ mm}$  时物象关系曲线

Fig.7 Object-image curve when  $h=12\text{ mm}$

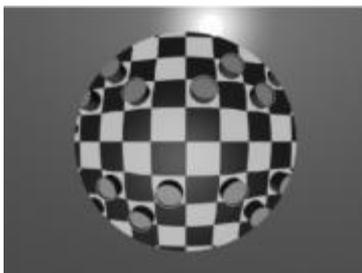


图 8  $h=12\text{ mm}$  时成像效果

Fig.8 Camera image when  $h=12\text{ mm}$

平坐标的增大,曲线斜率也随之增大,物点成像在远处分辨率低,近处分辨率高,成像范围远,相面膨胀,产生筒形畸变。

因此,随着  $h$  的增大,在同样的 CCD 尺寸下,可以观察到的成像范围也越来越远,像面从收缩变为膨胀,通过绘制物象关系曲线,求解方程  $g=0$ ,可以寻找合适的  $h$  值,使得水平场景获得近似线性的成像。

### 3 仿真比较

在同样的场景下,对由双曲面镜、水平等比例镜所构成的系统成像进行渲染,结合鸟瞰图,与新系统近似线性的成像进行比较,如图 9~图 12 所示。

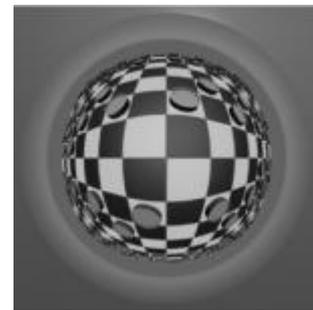


图 9 双曲面镜成像

Fig.9 Image by hyperboloidal mirror

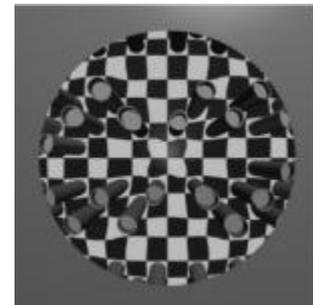


图 10 水平等比例镜成像

Fig.10 Image by horizontal distortionless mirror

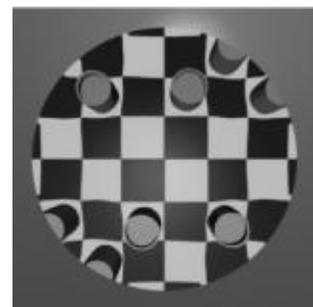


图 11 双曲凹面镜成像

Fig.11 Image by concave hyperboloid mirror

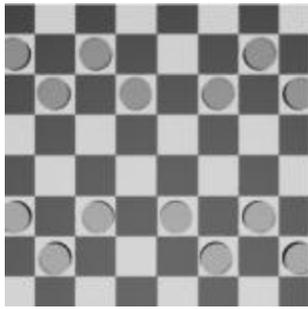


图 12 鸟瞰图

Fig.12 Airs cape

由图 9 可以看出, 双曲面镜系统成像在中心处细节丰富, 但是在远处分辨率迅速降低, 经过透视变换后可以用于路面图像拼接, 但是远处将会模糊<sup>[6]</sup>。而水平等比例镜由于只有数值解, 此处仿真采样 20 点拟合其剖面曲线, 图 10 中央位置依然不能正常成像, 且从高耸的棋子可以看出, 该镜面在垂直场景上也存在较大畸变。

以初级径向畸变为主的非线性几何畸变模型中, 无畸变像面坐标  $(x_p, y_p)$  和畸变像面坐标  $(x_d, y_d)$  之间的关系为<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} x_p = x_d + kx_d(x_d^2 + y_d^2) \\ y_p = y_d + ky_d(x_d^2 + y_d^2) \end{cases} \quad (15)$$

式中: 畸变像面和非畸变像面的原点都在对称中心,  $k$  为畸变率。以图 12 为标准作为无畸变像面, 分别采样 5 点计算图 9~图 11 的畸变率, 结果是采用双曲面镜的畸变率为  $22 \times 10^{-4}$ , 采用水平等比例镜的畸变率为  $2.1 \times 10^{-4}$ , 采用双曲凹面镜的畸变率  $0.38 \times 10^{-4}$ 。在同样场景下, 3 种镜面成像最接近鸟瞰图的是双曲凹面镜。

从文中仿真条件来看, 双曲凹面镜能覆盖直径约为 30 m 的水平场景, 若采用分辨率为 300 万像素, CCD 尺寸为 1/3 in (1 in = 2.54 cm) 的相机, 其短边为 1536 像素, 那么一个像素可以表示 1.9 cm 实际物体尺寸, 这对于识别路面小尺寸的物体是不利的。因此双曲凹面镜的视场对相机的分辨率提出了较高要求, 在有限的分辨率下, 不应一味地追求扩大视场。若采用覆盖范围更广阔的水平等比例镜, 则只能用于对测控要求不高的监视等领域。

## 4 结 论

文中提出了一种新的折反射全景成像系统, 推导了系统在水平场景上的物象关系曲线, 讨论了相机到反射镜距离对成像的影响, 仿真表明, 通过合理选取相机到反射镜距离, 可以使得新系统具有较小的畸变, 较大的成像范围, 适用于对实时性要求较高的道面勘测应用。

应继续研究该镜面物象关系函数在近似线性条件下的精确  $h$  值, 为设计该系统提供更为准确的方法。

## 参 考 文 献:

- [1] Nayar S K. Catadioptric omnidirectional camera [C]//Proc of IEEE Conf on Computer Vision and Pattern Recognition, 1997: 482-488.
- [2] Kamazawa K, Yagi Y, Yachida M. Omnidirectional imaging with hyperboloidal projection [C]//Proc of Int Conf on Intelligent Robots and Systems, 1993: 1029-1034.
- [3] Benosman R, Kang S B. Eds. Panoramic Vision: Sensors, Theory and Applications[M]. New York: Springer-Verlag, 2001.
- [4] Li Jinhui, Lou Wei, Jiang Shoushan. A study on road surface defects detecting technology with CCD camera [J]. Journal of Xi'an Institute of Technology, 2002, 22(2): 95-99. (in Chinese)
- [5] Cao Yu, Feng Ying, Wei Li'an, et al. Application of dynamic inverse perspective mapping in road surface image mosaic [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2011, 24(11): 1658-1662. (in Chinese)
- [6] Zeng Jiyong, Su Xianyu. Hyperboloidal catadioptric omnidirectional imaging system [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(9): 1138-1142. (in Chinese)
- [7] Gaspar J, Decco C, Okamoto Jr J, et al. Constant resolution omnidirectional cameras [C]//Proceedings of Third Workshop on Omnidirectional Vision, 2002: 27-34.
- [8] Lu Huimin. The Research on the omnidirectional vision system for autonomous mobile robots [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)
- [9] Dingyu Xue, Yangquan Chen. Advanced applied mathematical problem solutions with MATLAB [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [10] Weng J Y, Cohen P, Herniou M. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(10): 965-980.