

Sage_Husa 自适应滤波在大方位失准角初始对准的研究

杨 咚, 余 伟

(海军驻昆明 705 所军事代表室, 云南 昆明 650031)

摘 要: 由于光纤惯导系统导航精度不高, 方位角常为大角度, 因此系统初始对准的滤波方程为非线性的, 为改善非线性模型下初始对准的精度, 提出了一种改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波方法并应用于光纤惯导系统初始对准中。建立了大方位失准角初始对准的非线性误差模型, 给出了 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波方程, 对 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波不适合用在非线性滤波的缺陷进行了改进, 建立系统噪声统计的估值器, 对非线性误差方程进行了改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波仿真。仿真结果表明: 改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波能够很好地处理初始对准中的非线性问题, 提高初始对准精度, 方位失准角误差估计精度较 EKF 提高 27%。

关键词: 光纤惯导系统; 初始对准; Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波; 非线性

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2013)08-2197-05

Research on initial alignment for large azimuth misalignment angle with Sage_Husa adaptive filtering

Yang Dong, Yu Wei

(Navy Military Representative Office of 705 in Kunming, Kunming 650031, China)

Abstract: The azimuth was often a large angle because navigation accuracy of fiber-optic inertial navigation system was not high, and the filtering equations of initial alignment were non-linear. In order to improve the initial alignment accuracy of nonlinear models, a improved Sage_Husa adaptive kalman filtering method was put forward, and applied to initial alignment of fiber-optic inertial navigation system. Established initial alignment nonlinear model of large azimuth misalignment angle, contributed the system noise statistics estimators, and used improved Sage_Husa adaptive kalman filtering to simulate for nonlinear error equations. The simulation results show that the improved Sage_Husa adaptive kalman filtering could deal with nonlinear problems, improve the accuracy of initial alignment. Azimuth misalignment angle error estimation precision improved 27% than EKF.

Key words: fiber-optic initial navigation system; initial alignment; Sage_Husa adaptive kalman filter; nonlinear

收稿日期: 2012-12-06; 修订日期: 2013-01-12

基金项目: 总装“十二五”预研课题(51309030103)

作者简介: 杨咚(1973-), 男, 工程师, 主要从事惯性导航、水中兵器方面的研究。Email: yangdong@163.com

0 引言

初始对准是惯导系统的一项关键技术,对准精度和时间直接影响导航系统的性能^[1-2]。在一般情况下,当 3 个失准角均为小失准角时,初始对准的滤波方程为线性方程,常用卡尔曼滤波方法处理;但是,当导航系统在对准或者惯导系统导航精度不高时^[3],就会出现较大的方位失准角,系统初始对准的滤波方程也变为非线性方程,这就需要非线性滤波器才能估计出失准角的参数。传统的非线性初始对准方法是扩展卡尔曼滤波(EKF),其基本思想是假设噪声的统计特性已知,对非线性方程进行泰勒级数展开,将一阶展开项作为代替原方程的非线性项,对方程进行线性化滤波处理^[4]。Sage_Husa 等提出了一种在线实时估计系统及测量噪声的算法,该算法已经在许多领域得到应用,由于传统的 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波只适用于线性滤波,目前的文献中还没有涉及 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波解决非线性的问题。

文中按极大后验(MAP)噪声统计估值定义得到次优 MAP 估值器,并证明其无偏性,进而推导了适用于非线性滤波的改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波算法,为了研究方便,假设方位失准角为大角度,建立大方位失准角初始对准的误差方程,将改进的 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波方法应用到其中,通过仿真比较,验证了该算法的优越性,为光纤惯导系统的大方位失准角初始对准提供了理论基础。

1 大方位失准角初始对准非线性方程

由于对准过程中通常不考虑位置误差的影响,根据 Bar-Itzhachk 和 Bermant 的误差模型^[5],初始对准非线性状态方程如下^[6]:

姿态角误差方程:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_E = -\omega_e \sin \varphi_U \cos L + \omega_e \varphi_U \sin L - \frac{\delta V_N}{R_M+h} + \varepsilon_E \\ \dot{\varphi}_N = -\omega_e (1 - \cos \varphi_U) \cos L - \omega_e \varphi_E \sin L - \frac{\delta V_E}{R_N+h} + \varepsilon_N \\ \dot{\varphi}_U = (-\varphi_N \sin \varphi_U + \varphi_E \cos \varphi_U) \omega_e \cos L + \frac{\delta V_E}{R_N+h} \tan L + \varepsilon_U \end{cases} \quad (1)$$

速度误差方程为:

$$\begin{cases} \dot{\delta V}_E = -(\cos \varphi_U - 1)f_E - (\sin \varphi_U)f_N - \varphi_N f_U + 2\omega_e \sin L \delta V_N + \nabla_E \\ \dot{\delta V}_N = -(\sin \varphi_U)f_E - (\cos \varphi_U - 1)f_N + \varphi_E f_U - 2\omega_e \sin L \delta V_E + \nabla_N \end{cases} \quad (2)$$

式中: φ 为失准角; δV 为速度误差; L 为纬度; R 为地球半径; ω_e 为地球自转角速度; ε 为陀螺漂移; f 为加速度计的输出; ∇ 为加速度计漂移。

考虑到静基座下的真实速度为零,比力输入为重力加速度,并且在忽略高度通道的情况下有:

$$f = [0 \ 0 \ g]^T \quad V = [V_E \ V_N \ V_U]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$$

不考虑垂直通道,静基座的误差方程为:

$$\begin{cases} \dot{\delta V}_E = 2\omega_e \sin L \delta V_N - g \varphi_N + \nabla_E \\ \dot{\delta V}_N = -2\omega_e \sin L \delta V_E + g \varphi_E + \nabla_N \\ \dot{\varphi}_E = -(\sin \varphi_U) \omega_e \cos L + \varphi_N \omega_e \sin L - \delta V_N / R + \varepsilon_E \\ \dot{\varphi}_N = (1 - \cos \varphi_U) \omega_e \cos L - \varphi_E \omega_e \sin L + \delta V_E / R + \varepsilon_N \\ \dot{\varphi}_U = (-\varphi_N \sin \varphi_U + \varphi_E \cos \varphi_U) \omega_e \cos L + (\delta V_E / R) \tan L + \varepsilon_U \end{cases} \quad (3)$$

在静基座情况下,惯性导航系统所处的地理位置由外部提供精确值,沿计算地理系 Z 轴方向速度为零,则静基座惯性导航系统初始对准的误差模型可化简,化简结果如公式(3)所示。定义五维的系统状态变量 $X = [\delta V_E \ \delta V_N \ \varphi_E \ \varphi_N \ \varphi_U]^T$,系统噪声 $W = [\nabla_E \ \nabla_N \ \varepsilon_E \ \varepsilon_N \ \varepsilon_U]^T$,其中 $\nabla_E, \nabla_N, \varepsilon_E, \varepsilon_N, \varepsilon_U$ 为零均值高斯白噪声, ∇_E, ∇_N 为加速度计误差的白噪声成分, $\varepsilon_E, \varepsilon_N, \varepsilon_U$ 为光纤陀螺误差的白噪声成分。

系统观测方程为: $Z = HX + V$

式中: $H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $V = [v_E \ v_N]^T$ 为观测噪声。

2 Sage-Husa 自适应滤波算法

2.1 传统的 Sage-Husa 自适应滤波算法

离散系统的状态方程和量测方程如式(4)和(5)描述^[7-9]:

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \quad (4)$$

$$Z_k = H_k X_k + V_k \quad (5)$$

系统噪声 W_k 和量测噪声 V_k 为相互独立的带时变均值和协方差的正态白噪声序列。

$$\begin{cases} E\{W_k\} = q_k \text{Cov}\{W_k, W_j\} = E\{W_k W_j^T\} = W_k \delta_{kj} \\ E\{V_k\} = r_k \text{Cov}\{V_k, V_j\} = E\{V_k V_j^T\} = R_k \delta_{kj} \\ \text{Cov}\{W_k, V_j\} = E\{W_k V_j^T\} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

完整的自适应 kalman 滤波估计算法如下^[6-7]。

状态估计:

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k,k-1} + K_k \bar{Z}_k \quad \hat{X}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} + q_k \quad \bar{Z}_k = Z_k - H_k \hat{X}_{k,k-1} - \hat{r}_k \quad (7)$$

滤波增益方程:

$$K_k = P_{k,k-1} H_k^T [H_k P_{k,k-1} H_k^T + \hat{R}_k]^{-1} \quad (8)$$

预测均方差误差方程:

$$P_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1} \hat{Q}_k \Gamma_{k,k-1}^T \quad (9)$$

估计均方差误差方程:

$$P_k = [I - K_k H_k] P_{k,k-1} \quad (10)$$

式中, $\hat{r}_k, \hat{R}_k, \hat{q}_k, \hat{Q}_k$ 由时变噪声统计估计器递推获得:

$$\begin{aligned} \hat{r}_{k+1} &= (1-d_k) \hat{r}_k + d_k (Z_{k+1} - H_{k+1,k} \hat{X}_{k+1,k}) \\ \hat{R}_{k+1} &= (1-d_k) \hat{R}_k + d_k (\bar{Z}_{k+1} \bar{Z}_{k+1}^T - H_{k+1} P_{k+1,k} H_{k+1}^T) \\ \hat{q}_{k+1} &= (1-d_k) \hat{q}_k + d_k (\hat{X}_{k+1} - \Phi_{k+1,k} \hat{X}_k) \end{aligned}$$

$$\hat{Q}_{k+1} = (1-d_k) \hat{Q}_k + d_k (K_{k+1} \bar{Z}_{k+1} \bar{Z}_{k+1}^T K_{k+1}^T + P_{k+1} - \Phi_{k+1,k} P_k \Phi_{k+1,k}^T) \quad (11)$$

式中: $d_k = (1-b)/(1-b^{k+1}), 0 < b < 1$ 为遗忘因子。仿真分析时, 遗忘因子通常取 0.95~0.99 在工程实现上, 遗忘因子的取值需要具体分析。采用遗忘因子可以限制滤波器的记忆长度, 加重重新近观测数据对现时估计的作用, 使得新近数据在估计中发挥重要作用, 使陈旧数据逐渐遗忘。

2.2 适用于非线性的 Sage_Husa 自适应滤波

传统的 Sage_Husa 自适应滤波只适用于线性方程, 当在大方位失准角情况下, 初始对准的误差方程是非线性的, 因此不能用传统的 Sage_Husa 自适应滤波来进行误差估计。因此利用惯导系统大方位失准角初始对准的非线性模型, 见公式(3)。那么, 以下的问题就是如何基于观测 z_k 和新息序列 ε_k 建立系统噪声统计的估值器。

首先, 按极大后验(MAP)噪声统计估值的定义, 可得:

$$\begin{cases} \hat{r}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [Z_j - H_j \hat{X}_{j,k}] \\ \hat{R}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [Z_j - H_j \hat{X}_{j,k} - r][Z_j - H_j \hat{X}_{j,k} - r]^T \\ \hat{q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\hat{X}_{j,k} - f(\hat{X}_{j-1,k})] \\ \hat{Q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\hat{X}_{j,k} - f(\hat{X}_{j-1,k}) - q][\hat{X}_{j,k} - f(\hat{X}_{j-1,k})] \end{cases} \quad (12)$$

公式(3)中用滤波估值 $\hat{X}_{j,k}$ 或预报估值 $\hat{X}_{j,j}$ 近似代替计算复杂的平滑估值 $\hat{X}_{j,k}$, 可以得到次优 MAP 估值器, 则:

$$\begin{cases} \hat{r}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [Z_j - H_j \hat{X}_{j,j-1}] \\ \hat{R}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [Z_j - H_j \hat{X}_{j,j-1} - r][Z_j - H_j \hat{X}_{j,j-1} - r]^T \\ \hat{q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\hat{X}_{j,j} - f(\hat{X}_{j-1,j-1})] \\ \hat{Q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\hat{X}_{j,j} - f(\hat{X}_{j-1,j-1}) - q][\hat{X}_{j,j} - f(\hat{X}_{j-1,j-1}) - q]^T \end{cases} \quad (13)$$

接着, 需证明次优 MAP 估值器的无偏性。

注意到新息 ε_k 是零均值白噪声, 即:

$$E[\varepsilon_k] = 0, E[\varepsilon_k \varepsilon_k^T] = H_k P_{k,k-1} H_k^T + R \quad (14)$$

则有:

$$\begin{aligned} E[\hat{q}_k] &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k E[K_j \varepsilon_j + q] = q \\ E[\hat{r}_k] &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k E[\varepsilon_j + r] = r \end{aligned} \quad (15)$$

故可见, 均值估值器 \hat{q}_k 和 \hat{r}_k 是无偏的, 有:

$$E[\hat{R}_k] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k E[\varepsilon_j \varepsilon_j^T] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [H_j P_{j,j-1} H_j^T] + R \quad (16)$$

式中: $E[\hat{R}_k] \neq R$, 因而 \hat{R}_k 是有偏的。进而引出次优无偏 MAP 估值器 \hat{R}_k 为:

$$\hat{R}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\varepsilon_j \varepsilon_j^T - H_j P_{j,j-1} H_j^T] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\varepsilon_j \varepsilon_j^T - P_{zj}] \quad (17)$$

类似, 有:

$$E[\hat{Q}_k] = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k K_j E[\varepsilon_j \varepsilon_j^T] K_j^T = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [P_{j,j-1} - P_j] + Q \quad (18)$$

由公式(18)可以得到, \hat{Q}_k 是有偏估计, 进而引出次优无偏 MAP 估值器 \hat{Q}_k 为:

$$\hat{Q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [K_j \varepsilon_j \varepsilon_j^T K_j^T + P_j - P_{j,j-1}] \quad (19)$$

如此可得, 非线性 Sage_Husa 的次优无偏递推 MAP 噪声统计估值器, 为:

$$\begin{cases} \hat{r}_k = \left(1 - \frac{1}{k}\right) \hat{r}_{k-1} + \frac{1}{k} (Z_k - \hat{Z}_{k,k-1}) \\ \hat{R}_k = \left(1 - \frac{1}{k}\right) \hat{R}_{k-1} + \frac{1}{k} (\varepsilon_k \varepsilon_k^T - P_{zj}) \\ \hat{q}_k = \left(1 - \frac{1}{k}\right) \hat{q}_{k-1} + \frac{1}{k} (\hat{X}_k - f(\hat{X}_{k-1})) \\ \hat{Q}_k = \left(1 - \frac{1}{k}\right) \hat{Q}_{k-1} + \frac{1}{k} [K_k \varepsilon_k \varepsilon_k^T - K_k^T P_k - P_{k,k-1}] \end{cases} \quad (20)$$

公式(20),对于定常的噪声统计 q, r, Q, R 的次优无偏非递推估值器都是算术平均值,式中每项的加权系数都为 $1/k$,而对于时变的噪声统计 q_k, r_k, Q_k, R_k 而言,应强化新近数据的作用,对陈旧的数据应采用遗忘和消失。因此不同于算术平均,应对各项乘以不同的加权系数,对新近时刻的数据加权系数大,对陈旧的数据加权系数小。参考公式(13)表示方法,针对惯导系统模型的非线性 Sage_Husa 极大后验噪声统计估计器为:

$$\begin{cases} \hat{r}_k = (1 - d_{k-1})\hat{r}_{k-1} + d_{k-1}(Z_k - \hat{Z}_{k,k-1}) \\ \hat{R}_k = (1 - d_{k-1})\hat{R}_{k-1} + d_{k-1}(\varepsilon_k \varepsilon_k^T - P_{zz}) \\ \hat{q}_k = (1 - d_{k-1})\hat{q}_{k-1} + d_{k-1}(\hat{X}_k - f(\hat{X}_{k-1})) \\ \hat{Q}_k = (1 - d_{k-1})\hat{Q}_{k-1} + d_{k-1}(K_k \varepsilon_k \varepsilon_k^T - K_k^T + P_k - P_{k,k-1}) \end{cases} \quad (21)$$

公式(21)即为非线性噪声无偏估计器的递推方程。

3 仿真分析

静基座非线性捷联惯导系统初始对准误差模型的系统方程和量测方程如公式(3)所示。系统状态 X 的初值 $X(0)$ 取为 0, 光纤陀螺的常值漂移为 $0.2^\circ/h$, 随机误差为 $0.05^\circ/h$; 加速度计的常值偏置均取为 $100 \mu g$, 随机偏置为 $50 \mu g$; 初始失准角 $\phi_x = \phi_y = 1^\circ$, $\phi_z = 15^\circ$, 假设静基座惯性导航系统所处位置的地理纬度为 $L = 45^\circ$ 。如图 1~图 3 所示。初始方差阵 $P(0)$, 系统噪声阵 $Q(0)$, 量测噪声阵 $R(0)$ 取为:

$$\begin{aligned} P(0) &= \text{diag}\{(0.1 \text{ m/s})^2 \ (0.1 \text{ m/s})^2 \ (1^\circ)^2 \ (1^\circ)^2 \ (15^\circ)^2\} \\ Q(0) &= \{(50 \mu g)^2 \ (50 \mu g)^2 \ (0.2^\circ/h)^2 \ (0.2^\circ/h)^2 \ (0.2^\circ/h)^2\} \\ R(0) &= \text{diag}\{(0.1 \text{ m/s})^2 \ (0.1 \text{ m/s})^2\} \end{aligned}$$

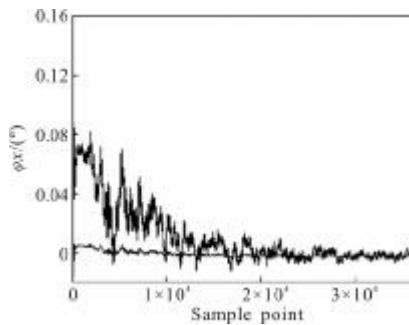


图 1 东向失准角 ϕ_x 误差曲线
Fig.1 Error curve of east misalignment angle ϕ_x

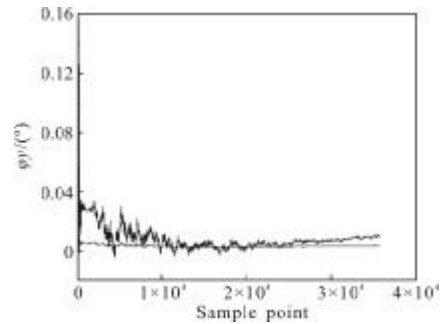


图 2 北向失准角 ϕ_y 误差曲线
Fig.2 Error curve of north misalignment angle ϕ_y

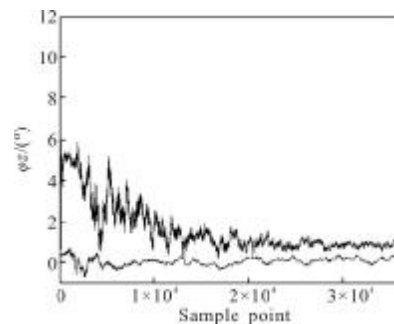


图 3 方位失准角 ϕ_z 误差曲线
Fig.3 Error curve of azimuth misalignment angle ϕ_z

表 1 表明,在方位失准角为大角度下,水平失准角误差的估计改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波收敛速度与 EKF 相当,估计精度略高于 EKF;在方位失准角误差估计中,改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波估计精度为 $13.353'$,而 EKF 估计精度为 $48.539'$,改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波估计精度明显优于 EKF。当方位失准角为大角度时,失准角误差模型是非线性形式的,EKF 采用泰勒级数展开的形式对非线性方程线性化,只保留一阶项,忽略高阶项,引入了较大的高阶截断误差,降低了其估计精

表 1 EKF 和改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波对准结果比较

Tab.1 Comparison with two kinds of filtering alignment results

Error of misalignment/($^\circ$)	EKF	Improved Sage_Husa adaptive Kalman filtering
East misalignment	-0.776	-0.352
North misalignment	0.787	0.376
Azimuth misalignment	48.539	13.353

度;改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波可以利用观测数据带来的信息,在线估计这些未知量,因此减小了状态估计误差,并且 MAP 噪声统计估值器没有破坏失准角误差模型的非线性,因此在大方位失准角初始对准中,改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波估计精度比 EKF 更高,能够提高初始对准精度。

4 结 论

文中对光纤惯导系统的大方位失准角的初始对准问题进行了研究。依据 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波理论,建立了适用于非线性方程的系统噪声统计估值器,详细推导了非线性 Sage_Husa 自适应滤波方程,利用建立的捷联惯导系统大方位失准角初始对准的非线性误差方程,对该非线性方程分别用 EKF 和改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波进行了初始对准处理,仿真结果显示改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波比 EKF 对准精度更高。结果证明了改进 Sage_Husa 自适应卡尔曼滤波在静基座大方位失准角捷联惯导系统初始对准的可行性,对以后的工程实践提供了理论依据。

参考文献:

- [1] Liu Guohai, Li Qinxue, Shi Wei. Application of dynamic Kalman filtering in state estimation of navigation test [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30 (2): 396-400. (in Chinese)
刘国海, 李沁雪, 施维. 动态卡尔曼滤波在导航试验状态估计中的应用[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(2): 396-400.
- [2] Gu Mingwu, Chen Xiyuan. Application of RBF neural network aided kalman filtering to GPS/SINS integrated navigation [J]. Infrared and Laser Engineering, 2008, 37(S): 270-273. (in Chinese)
顾明武, 陈熙源. RBFNN 辅助卡尔曼滤波在 GPS/SINS 组合导航中的应用[J]. 红外与激光工程, 2008, 37(S1): 270-273.
- [3] Yu M J, Lee J G, Park H W. Comparison of SDINS In-flight alignment using equivalent error models [J]. IEEE Transaction On Aerospace and Electroic Systems, 1999, 35(3): 1046-1054.
- [4] Fu Mengyin, Deng Zhihong, Zhang Jiwei. Application of Kalman Filtering Theory and its Application in Navigation System[M]. Beijing: Science Press, 2003. (in Chinese)
付梦印, 邓志红, 张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [5] Bar-Itzhack I Y, Berman N. Control theoretic approach to inertial navigation systems [J]. Journal of Guidance and Control, 1988, 11(3): 237-245.
- [6] Wan Dejun, Fang Jiancheng. Initial Alignment of Inertial Navigation System [M]. Nanjing: Southeast University Press, 1998. (in Chinese)
万德钧, 房建成. 惯性导航初始对准 [M]. 南京: 东南大学出版社, 1998.
- [7] Zhang Ping, Shi Heping, Dong Changfu. Simulation research of integrated navigation system based on Sage-Husa adaptive filter[J]. Science & Technology Information, 2009(9): 433-436. (in Chinese)
张平, 时和平, 董长富. 基于 Sage-Husa 自适应滤波组合导航系统的仿真分析[J]. 科技信息, 2009(9): 433-436.
- [8] Liang Song, Xu Xiaosu, Huang Yongliang. Application of Sage_Husa adaptive filter to integrated navigation system[J]. Journal of Test and Measurement Techol, 2011, 25 (4): 327-331. (in Chinese)
梁松, 徐晓苏, 黄永亮. Sage_Husa 自适应滤波算法在捷联组合导航系统中的应用 [J]. 测试技术学报, 2011, 25(4): 327-331.