

子孔径拼接检测浅度非球面

王 宁^{1,2}, 贾 辛¹, 邢廷文¹

(1. 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要: 子孔径拼接技术可实现无需辅助元件且低成本、高精度地对大口径光学镜面的测量。针对浅度非球面, 在用于子孔径拼接检测平面和高陡度非球面的基础上, 提出了利用圆形子孔径检测浅度非球面的算法。对其数学模型、拼接算法以及检测过程进行了分析和探讨。利用 37 项 Zernike 多项式拟合浅度非球面, 用圆形子孔径进行了划分。最后完成子孔径的拼接仿真, 验证了数学模型及拼接算法的可行性, 同时分析了子孔径的平移、倾斜和随机误差对拼接精度的影响。

关键词: 子孔径拼接; 非球面; 光学检测; 误差; 仿真

中图分类号: TH741 文献标志码: A 文章编号: 1007-2276(2013)09-2525-06

Test of shallow asphere using sub-aperture stitching method

Wang Ning^{1,2}, Jia Xin¹, Xing Tingwen¹

(1. Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Sub-aperture stitching technology can be used for testing large aperture optical mirrors with low-cost and high-precision and without supporting components. Based on planes and high steepness asphere, the algorithm of sub-aperture stitching for shallow asphere was detected. The mathematical model, stitching algorithm as well as the detection process were analyzed and discussed. A shallow asphere was fitted by 37 Zernike polynomials and divided by circular sub-apertures. Then the simulation of the sub-aperture stitching was completed as well as the analysis of the effect of the sub-aperture translation, tilt and random errors on stitching accuracy.

Key words: sub-aperture stitching; asphere; optical test; error; simulation

收稿日期: 2013-01-20; 修订日期: 2013-02-21

基金项目: 微细加工光学技术研究课题

作者简介: 王宁(1987-), 女, 硕士生, 主要从事高精度非球面检测技术方面的研究。Email: kiko_2006@126.com

导师简介: 邢廷文(1965-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事应用光学方面的研究。Email: xingtw@ioe.ac.cn

0 引言

干涉测量具有高分辨、高精度、高灵敏度、重复性好等优点,已成为检测光学元件面形的主要手段。检测非球面的干涉测量方法主要有无像差点法、补偿法^[1-2]、计算全息法^[3]、子孔径拼接法^[4]等。其中,无像差点法只适用于检测二次非球面。补偿法由于补偿镜的加入,其本身的加工精度将影响测量精度,且加工难度大成本高,需针对被测光学元件专门设计,测量不灵活,对安装要求高。计算全息法适用于各种光学镜头的测量,然而计算全息制作复杂,常与补偿法综合使用。1982年,美国 Arizona 光学中心的 C.J. Kim 首先提出了子孔径拼接检测概念^[5],采用小口径平面反射镜阵列代替大口径平面反射镜实现了抛物面镜的自准直检验。2003年 QED 公司制造的子孔径拼接干涉仪工作站^[6],适用于平面、球面以及适度非球面光学零件。子孔径拼接干涉测量无需补偿镜、成本低,解决了大视场与高分辨率的矛盾,能在提高横向分辨率的同时增大垂直测量范围。

以下主要介绍子孔径拼接的全局误差均化算法的数学模型,用圆形子孔径划分浅度非球面的划分原理。用 37 项 Zernike 多项式拟合浅度非球面,并对其进行子孔径划分,将子孔径移到各自的局部坐标,在拼接前在各个子孔径分别加入平移、倾斜和随机误差,通过仿真拟合分别得到这三种误差对拼接精度的影响。在拼接完成后,用最小二乘法对全口径进行了去平移和去倾斜处理。

1 子孔径拼接规划及算法

1.1 浅度非球面的面形拟合

由于 Zernike 多项式的函数系在单位圆上正交且与 Seidel 像差对应,适用于拟合光学面形^[7-8]。在直角坐标系下 N 项 Zernike 多项式为:

$$\Delta Z_i = \sum_{i=1}^N a_i Z_i(x, y) = a_1 Z_1(x, y) + a_2 Z_2(x, y) + \dots + a_N Z_N(x, y) \quad (1)$$

式中: a_i 为 Zernike 多项式中第 i 项系数; Z_i 为 Zernike 多项式的第 i 项; N 为 Zernike 多项式的项数; x, y 为数据点的坐标值。

1.2 全局误差均化算法原理

子孔径拼接检测法^[9]的基本原理是分别检测大口径面形的一部分,即对子孔径进行扫描,并使各个子孔径之间有重叠,然后从重叠区提取出相邻子孔

径的基准面之间的相对平移、旋转,并依次把这些子孔径的基准面统一到某一指定的基准面进行拼接,从而恢复出全口径波面。

全局误差均化算法原理^[10]如下:设子孔径数为 N ,每个子孔径区域记为 $S_i(i=1, 2, \dots, N)$,任意两个重叠的子孔径形成一个重叠区,总的重叠数为 M 。在全口径坐标下目标函数可表示为:

$$W_i(x, y) = a_i x + b_i y + c_i(x^2 + y^2) + d_i + W_{oi}(x, y) \quad (2)$$

式中: $W_i(x, y)$ 为子孔径的位相值; $W_{oi}(x, y)$ 为拼接完成后子孔径的位相值; a 为 x 方向倾斜系数; b 为 y 方向倾斜系数; c 为离焦系数; d 为平移系数。

对任意一对相互重叠的子孔径,设 m, n 分别为这两个子孔径的序号,对重叠区中的所有数据,理论上其位相值是相同的,易得到:

$$W_m(x, y) - W_n(x, y) = (a_m - a_n)x + (b_m - b_n)y + (c_m - c_n)(x^2 + y^2) + (d_m - d_n) \quad (3)$$

设 M 个重叠区域用 $\sigma_i(i=1, 2, \dots, M)$ 表示,其对应的子孔径序号记为 m, n ,则对所有重叠区域的数据有:

$$W_m(x, y) - W_n(x, y) = (a_{mi} - a_{ni})x + (b_{mi} - b_{ni})y + (c_{mi} - c_{ni})(x^2 + y^2) + (d_{mi} - d_{ni}) \quad (4)$$

式中: $(x, y) \in \sigma_i(i=1, 2, \dots, M)$ 。

由于测量中必然存在误差,故所有重叠区中的测量值不会完全满足上式,对于每个重叠区域会有残差,定义目标函数 V 表示所有重叠区的残差平方和,即:

$$V = \sum_{i=1}^M \iint [W_m(x, y) - W_n(x, y) - (a_{mi} - a_{ni})x - (b_{mi} - b_{ni})y - (c_{mi} - c_{ni})(x^2 + y^2) - (d_{mi} - d_{ni})]^2 dx dy \quad (5)$$

设拼接向量 $E_i(i=1, 2, \dots, N) = [a_i \ b_i \ c_i \ d_i]^T$, 目标函数 V 是拼接向量的函数,寻求该目标函数达到最小时的拼接向量,完成子孔径的拼接,最后利用最小二乘法对浅度非球面进行去平移和倾斜处理。

1.3 子孔径划分及拼接路径

浅度非球面的非球面度并不是非常大,因此参考大口径平面进行子孔径划分。设被测元件直径为 D ,子孔径直径为 d ,为保证拼接精度,使得重叠区域的面积不小于全口径面积的 $1/4$ ^[11],通过计算得出两孔径的间距应小于 $0.64d$,仿真时取为 $0.6d$,子孔径数目 N 为:

$$N = \pi \left[\arccos \frac{(0.6d)^2 + (0.5D)^2 - (0.5d)^2}{2 \times 0.6d \times 0.5D} \right]^{-1} + 1 \quad (6)$$

1.4 子孔径拼接算法流程

根据前面介绍的非球面拟合方法、拼接算法和子孔径划分方法,设计的仿真算法流程如图 1 所示。

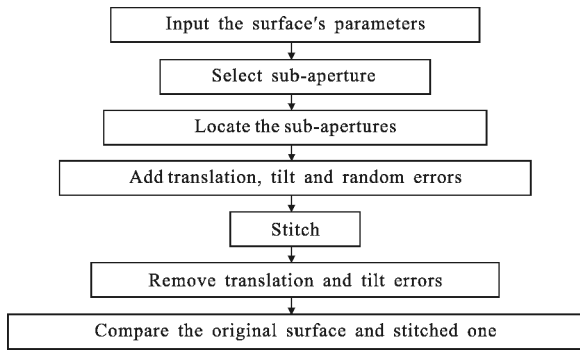


图1 子孔径拼接算法流程图
Fig.1 Algorithm pattern of sub-aperture stitching

2 拼接仿真

检测一个口径为 $D=150\text{mm}$, 面形 $PV=14.4015\text{nm}$ 的用 37 项 Zernike 多项式仿真拟合的面形, 其三维图如图 2 所示, 二维图如图 3 所示。

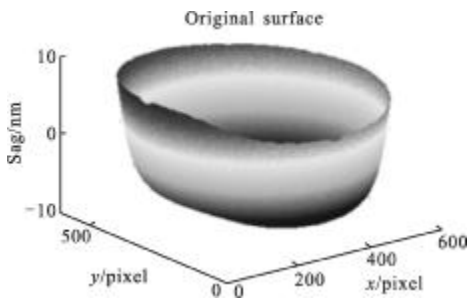


图2 待测面形三维图
Fig.2 Three-dimensional graphics of original surface

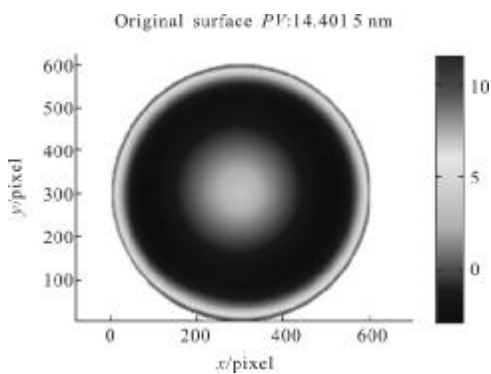


图3 被测面形的二维图
Fig.3 X-Y scheme of surface under test

对该面形用圆形子孔径口径为 $d=50.8\text{mm}$ 进行划分, 根据 1.3 节介绍的划分方式, 选择相邻两子孔径的间距为 $0.6d$, 计算结果显示该面形应划分为 7 个子孔径, 划分结果如图 4 所示, 图中阴影区域为子孔径之间相交的区域。由公式(5)所示的目标函数 V

是拼接向量 $E_i(i=1,2,\dots,N)=[a_i\ b_i\ c_i\ d_i]^T$ 的函数, 以中心子孔径 1 作为基准子孔径, 即 $E_1=[0\ 0\ 0\ 0]^T$ 。用 MATLAB 编程计算出各子孔径相对于中心子孔径的拼接向量, 且对所有的子孔径进行拼接。

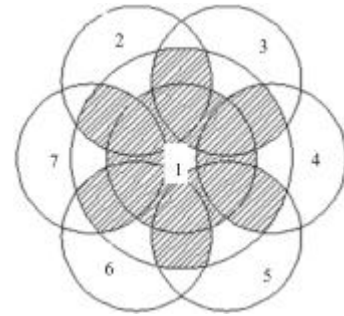


图4 子孔径划分示意图
Fig.4 Sketch map of sub-apertures

在理想情况下, 将用 Zernike 多项式拟合的待测面形进行如上的子孔径划分和拼接, 拼接后的二维图如图 5 所示, 拼接精度(即拼接面形与待测面形进行点对点求差)的二维示意图如图 6 所示。此时的待测

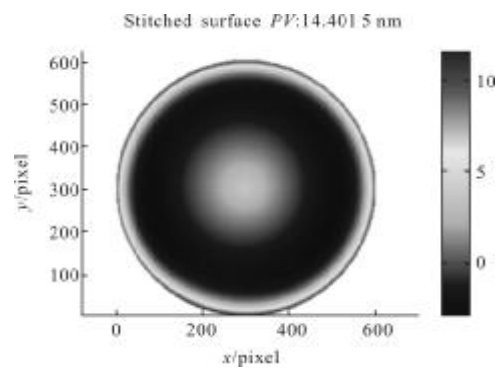


图5 理想情况下的拼接面形
Fig.5 Stitched surface under perfect state

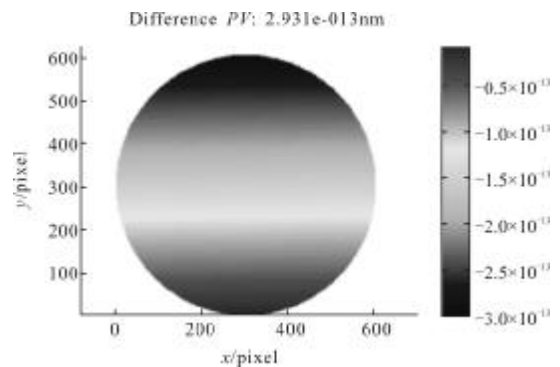


图6 理想情况下的拼接精度
Fig.6 Difference under perfect state

面形、拼接面形及拼接精度的 PV 值如表 1 所示。由此可知,在理想情况下,拼接精度在 10^{-13} 数量级,拼接面形与待测面形之间的差异在可接受的范围之内。

表 1 理想情况待测面形、拼接面形及拼接精度的 PV 值

Tab.1 PV values of surface under test, stitched surface and difference at perfect state

Surface	Original	Stitched	Difference
PV/nm	14.401 5	14.401 5	2.931e-13

为了分析平移、倾斜和随机误差对拼接精度的影响,在拼接过程中分别加入这几种误差。仿真中非球面的采样间隔 $\Delta x=0.25\text{ mm}$,用 MATLAB 生成单位随机均匀分布矩阵,加入 $0.01\Delta x(-0.005\Delta x\sim 0.005\Delta x)$ 平移误差和 $0.02\Delta x(-0.01\Delta x\sim 0.01\Delta x)$ 平移误差时,其拼接精度的二维图形如图 7 和图 8 所示,其拼接精度的 PV 值如表 2 所示。由仿真结果可以知道,当只存在平移误差时,随着平移误差的增大,拼接精度不稳定,但数值都在 10^{-13} 量级,单从数值上来说可以

忽略不计。出现这样的情况与算法的去倾斜和平移有一定的关系,在多次运行程序的时候发现,即使平移误差增大到 $0.5\Delta x$,拼接精度仍在此数量级,可以忽略不计。

表 2 不同平移误差拼接精度的 PV 值

Tab.2 PV values under different translation errors

Translation /mm	0	$0.01\Delta x$	$0.02\Delta x$
Difference PV /nm	$2.931e-13$	$2.9132e-13$	$2.9665e-13$

只生成 $0.02\text{ rad}(-0.01\sim 0.01\text{ rad})$ 和 $0.04\text{ rad}(-0.02\sim 0.02\text{ rad})$ 倾斜误差加入子孔径,其拼接精度如图 9 和图 10 所示,拼接精度的 PV 值如表 3 所示。由拼接结果可以知道,倾斜量对拼接精度的影响与平移量的结果类似。可以看到,拼接精度图像显示出了子孔径划分的轮廓,在仿真中将倾斜误差增大到 0.01 rad ,拼接精度仍在 10^{-12} 数量级,可以忽略不计。

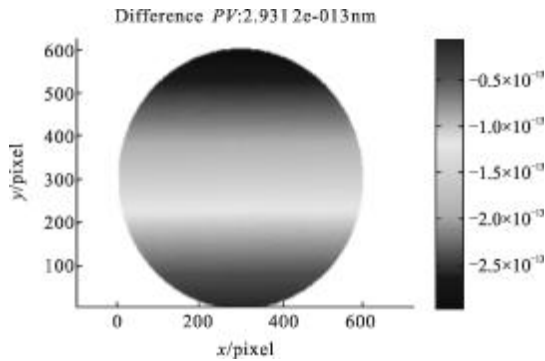


图 7 加入 $0.01\Delta x$ 平移误差时的拼接精度

Fig.7 Difference when adding $0.01\Delta x$ translation error

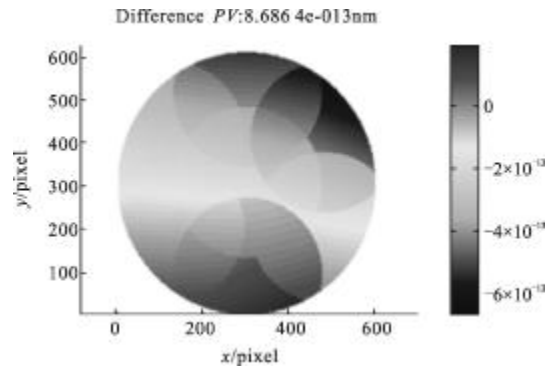


图 9 加入 0.02 rad 倾斜误差的拼接精度

Fig.9 Difference when adding 0.02 rad tilt error

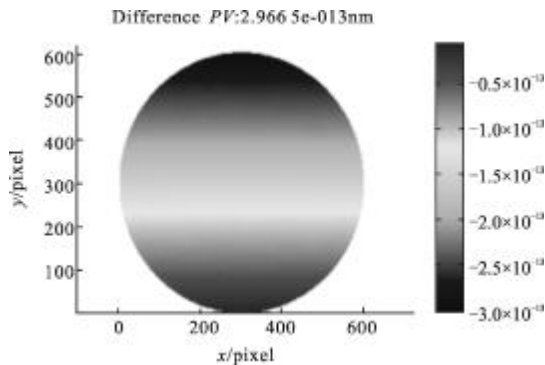


图 8 加入 $0.02\Delta x$ 平移误差时的拼接精度

Fig.8 Difference when adding $0.02\Delta x$ translation error

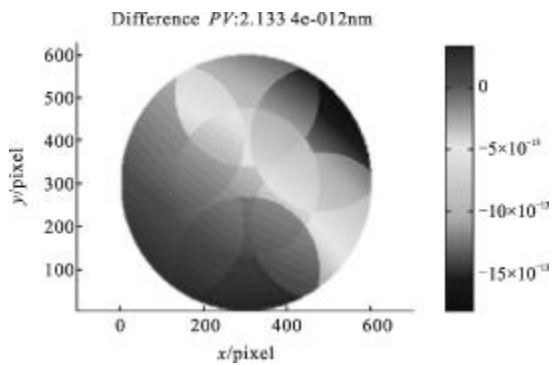


图 10 加入 0.04 rad 倾斜误差的拼接精度

Fig.10 Difference when adding 0.04 rad tilt error

表3 不同倾斜误差拼接精度的PV值

Tab.3 PV values under different tilt errors

Tilt/rad	0	0.02	0.04
Difference PV /nm	2.931e-13	8.6864e-13	2.1334e-12

在各个子孔径加 0.000 2Δx 和 0.000 4Δx 随机误差,其拼接精度如图 11 和 12 所示,拼接精度的 PV 值如表 4 所示。由拼接结果可以知道,随机误差对拼接精度的影响非常大,且引起随机误差的因素非常多,如大气的扰动、环境的震动、探测器的非线性等,都有可能引入不同程度的随机误差,需要进一步的研究。

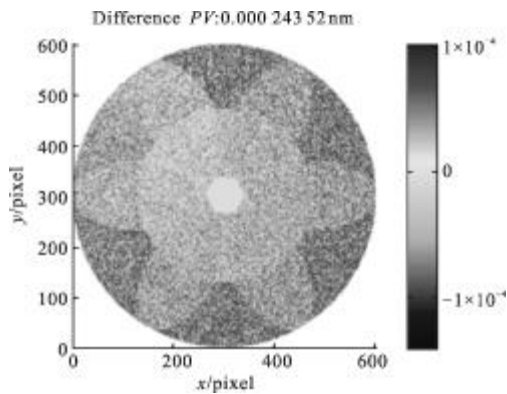


图 11 加入 0.000 2Δx 随机误差的拼接精度

Fig.11 Difference when adding 0.000 2Δx random error

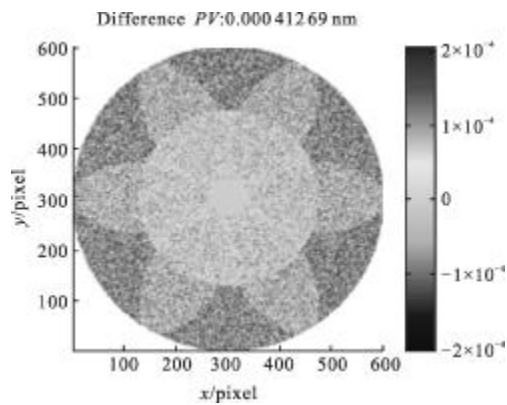


图 12 加入 0.000 4Δx 随机误差的拼接精度

Fig.12 Difference when adding 0.000 4Δx random error

表 4 不同随机误差拼接精度的 PV 值

Tab.4 PV values under different random errors

Random/mm	0	0.000 2Δx	0.000 4Δx
Difference PV /nm	2.931e-13	2.4352e-4	4.1269e-4

最后,综合考察平移、倾斜和随机误差,第一次加入 0.01Δx 的平移误差、0.02 rad 倾斜误差和 0.000 2Δx 随机误差,第二次将这三种误差都加倍,其拼接精度的三维图如图 13~14 所示,其 PV 值如表 5 所示。比较这两次仿真结果可以知道,影响仿真结果最主要的因素是随机误差,平移误差和倾斜误差对最后的拼接精度的影响不大。拼接精度的数值随着误差的数值成线性增长的趋势。

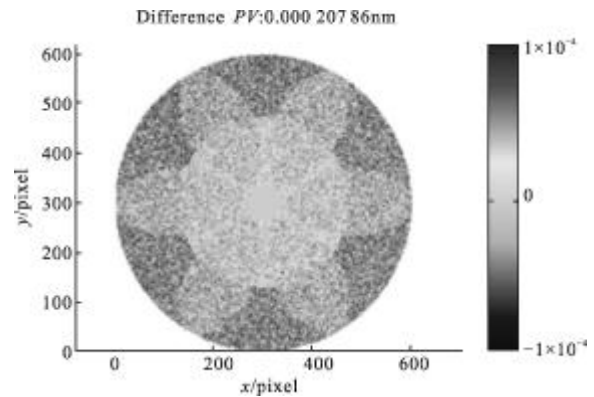


图 13 加入 0.01Δx 平移误差、0.02 rad 倾斜误差和 0.000 2Δx 单位随机误差的拼接精度

Fig.13 Difference when adding 0.01Δx translation error, 0.02 rad tilt error and 0.000 2Δx random error

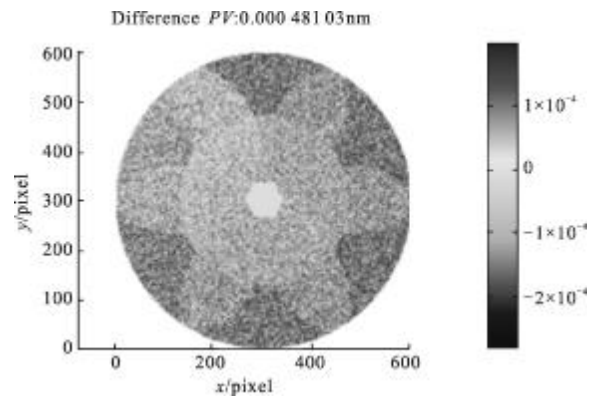


图 14 双倍误差的拼接精度

Fig.14 Difference when adding double errors

表 5 不同误差拼接精度的 PV 值

Tab.5 PV values under different errors

Fold error	0	1	2
Difference PV /nm	2.931e-13	2.0786e-4	4.8103e-4

3 结论

比较平移、倾斜和随机误差,算法对平移和倾斜

误差抑制性较好;随机误差对拼接精度的影响较大,在高精度检测中需要特别注意;

算法对子孔径的平移误差的抑制性较好,其对拼接精度的影响可以忽略不计;

子孔径的倾斜误差体现在拼接精度上会使子孔径的划分显现出来,但单就数值来说对结果的影响并不大;

随机误差对拼接精度的影响最大,且随着误差的增大成线性增长的趋势。在实际测量中,随机误差的分析也最为复杂,形成随机误差的因素繁多,难以掌握。下一步的工作中可以考虑改进算法,增强算法抑制随机误差的能力。在拼接精度的二维图中可以看出子孔径划分的轮廓,且子孔径重叠区域的拼接精度要高于非重叠区域,可见,增大重叠区域面积确实能提高拼接精度。

最后在综合平移、倾斜和随机误差分析时可以看出,拼接精度的图像和数值皆与只有随机误差时相似,进一步验证了算法对平移和倾斜误差的抑制效果较好。

参考文献:

- [1] Juang Jengdang. The testing of a general rotationally symmetrical aspherical surface by using a null lens in a Zygo interferometer measurement [J]. *Measurement*, 1994, 13(2): 85-90.
- [2] Wu Fan, Chen Qiang. Design of a null testing compensator for F/1.3 paraboloid mirror[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2004, 31(1): 12-13.
- [3] Liu Hua, Lu Zhenwu, Li Fengyou, et al. Full aperture measurement of convex surfaces in interferometric test using holographic test plate [C]//*Opt Commu*, 2004, 241: 231-232.
- [4] Kim C J . Polynomial fit of interferograms [J]. *Appl Opt*, 1982, 21(24): 4521-4522.
- [5] Kim C, Wyant J. Subaperture test of a large flat on a fast aspheric surface[J]. *J Opt Soc Am*, 1981, 71: 1587.
- [6] Murphy P E, Forbes G, Fleig J, et al. Stitching interferometry: a flexible solution for surface metrology [J]. *Optics & Photonics News*, 2003, 14: 38-43.
- [7] Sergio V M. Obtaining the phase of an interferogram by use of an evolution strategy [J]. *Appl Opt*, 2002, 41: 3448-3452.
- [8] Mlacara D. *Optical Shop Testing*[M]. New York: John Wiley and Sons, 1978.
- [9] Jensen Stephen C, Chow Weng W, Laerece George N. Sub-aperture testing approaches: a comparison [J]. *Applied Optics*, 1984, (23): 740-742.
- [10] Zhu Liming. The research on the testing method of aspheric mirror based on sub-aperture stitching [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2009: 23-24. (in Chinese)
朱黎明. 基于子孔径拼接的非球面检测方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2009: 23-24.
- [11] Li Xinnan, Zhang Mingyi. Study on the sub-aperture stitching interferometry for large plano-optics [J]. *Optical Technique*, 2006, 32(4): 514-517.