基于 CF-RSF 算法的航天器姿态确定

李海君,赵国荣

(海军航空工程学院 控制工程系,山东 烟台 264001)

摘　要:针对复杂环境下航天器姿态确定系统中的模型和噪声不确定问题,提出一种基于求容积规则的风险敏感滤波(CF-RSF)的航天器姿态确定算法。该算法通过引入风险敏感算子来解决由于系统的不确定性而导致滤波器鲁棒性差,甚至发散的问题,并通过求容积规则来解决非线性积分问题。该方法不仅提高了滤波算法对系统不确定性问题的鲁棒性,而且一定程度上提高了滤波的精度,降低了滤波的计算复杂性。仿真结果表明了算法的有效性。

关键词:非线性估计;　航天器姿态确定;　风险敏感滤波;　容积数值积分

中图分类号:V448.22　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1007-2276(2014)10-3439-05

Spacecraft attitude determination based on CF-RSF algorithm

Li Haijun, Zhao Guorong

(Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: A method to estimate spacecraft attitude using Risk Sensitive Filter was presented based on Cubature Rules (CF-RSF). The objective was to solve the uncertain problem of system model and noise in complex condition. Introducing risk sensitive function, this scheme overcame the poor robustness and even divergence of filter caused by system uncertainty, and solved nonlinear integral problem using cubature rules. The filter accuracy and robustness on system uncertainty were both improved, and the computational complexity was decreased. The simulation shows that the developed algorithm is effective.

Key words: nonlinear estimation;　spacecraft attitude determination;　risk sensitive filter;
cubature integration

收稿日期:2014-02-11;　**修订日期**:2014-03-15

基金项目:国家自然科学基金(61473306)

作者简介:李海君(1978-),男,博士生,主要从事导航制导与控制方面的研究。Email:16529531@qq.com

导师简介:赵国荣(1963-),男,教授,博士生导师,博士,主要从事导航制导与控制方面的研究。Email:GRZhao6881@163.com

0 引 言

复杂环境下的航天器姿态确定属于非线性的模型不确定滤波问题。常用的非线性滤波方法是扩展卡尔曼(EKF)[1],但该方法对于强非线性及模型不确定问题滤波效果较差,甚至发散。Crassidis 等[2]将UKF算法运用到航天器姿态确定领域,其 UKF 可容许较大的初始误差,取得了较好的效果,但算法的计算量较大,并且对于模型的不确定问题没有考虑。Crassdis 和 Markley 针对非线性系统模型的不确定性,提出了非线性预测滤波 (Nonlinear Predictive Filter,NPF)[3],该算法能够实时估计系统的模型误差,进而对模型进行修正,得到更准确的状态估计值。但该方法也存在明显的缺点,就模型误差的加权矩阵难以确定,使得在使用上受到很大限制。近年来有许多非线性滤波方法用于航天器姿态确定领域,如粒子滤波算法[4]、高斯滤波算法[5]、自适应估计算法[6-7]等。这些算法对模型不确定问题的滤波都不具有鲁棒性。近年来,参考文献[8]提出了一种新的状态估计方法-容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman filter, CKF),为非线性估计问题提供了一种新的实现方式。该方法采用一组等权值的容积点集解决贝叶斯滤波的积分问题,即使用容积数值积分原则计算非线性变换后的随机变量的均值和协方差。相比于其他的一般的非线性滤波算法,CKF 算法具备更优的非线性逼近性能、数值精度以及滤波稳定性,且 CKF 实现简单和滤波精度较高,但该方法对于模型不确定问题的滤波鲁棒性较差。参考文献[9]对 CKF 进行了改进,将 Gauss-Newton 迭代 CKF 算法相结合,建立了一种迭代 CKF(Iterated CKF, ICKF)算法。该算法使得估计精度提高,但对于具有模型及噪声不确定系统不能取得较好的效果。

与卡尔曼滤波采用最小均方误差计算状态的最优估计不同,风险敏感估计[10]以提高二阶矩的方式惩罚估计误差的高阶项。当模型不确定性强,或者估计误差的高阶矩变化显著时,根据评价函数设计的风险敏感滤波器的鲁棒性要远远优于最小均方误差形式的滤波器。风险敏感估计实际上是通过隐式的自动修改状态噪声协方差来提高滤波性能。参考文献[11]将风险敏感估计算子引入 UPF 中,以消除模型不确定导致的粒子采样枯竭,来提高滤波的鲁棒性。

针对具有非线性模型不确定系统的航天器姿态确定问题,文中将容积规则与风险敏感滤波(RSF)相结合,提出基于容积规则求积分法的新的风险敏感滤波,称为容积风险敏感滤波器(CF-RSF)。将该方法用于航天器非线性较强并且模型不确定的系统中,并与传统最小均方差 (MMSE) 滤波器 EKF 和 UKF 进行比较,仿真结果表明了算法的有效性。

1 非线性风险敏感滤波算法

1.1 问题的描述

考虑如下非线性不确定系统:

$$\begin{cases} x(k+1)=f(x(k))+B_1(k)\Delta_1(k)N(x(k))+B_2(k)w_0(k) \\ y(k)=h(x(k))+\Delta_2(k)N(x(k))+v_0(k) \end{cases} \tag{1}$$

式中:$x(k)\in R^n$ 为 k 时刻的状态;$y(k)\in R^m$ 是 k 时刻的测量;$f(x(k))$和 $h(x(k))$分别是非线性系统状态和观测模型;$w_0(k)$和 $v_0(k)$分别是过程和测量噪声,其统计特性未知;$B_1(k)\Delta_1(k)N(x(k))$和 $\Delta_2(k)N(x(k))$表示系统模型不确定性。$B_1(k)$和 $N(x(k))$是已知矩阵,$\Delta_1(k)$和 $\Delta_2(k)$是未知矩阵,满足条件:

$$\left\| \begin{matrix} Q_1^{-1/2}\Delta_1(k) \\ R_1^{-1/2}\Delta_2(k) \end{matrix} \right\| \leqslant 1$$

式中:Q_1 和 R_1 是有界的正定矩阵。

将不确定性转换成虚拟噪声,并引入自由参数,系统(1)变为:

$$\begin{cases} x(k+1)=f(x(k))+B(k)w(k) \\ y(k)=h(x(k))+v(k) \end{cases} \tag{2}$$

其中,$B(k)=[\varepsilon B_1(k)\ \ B_2(k)]$;$n(k)=\varepsilon^{-1}N(x(k))$;$w(k)=\begin{bmatrix} \Delta_1(k)n(x(k)) \\ w_0(k) \end{bmatrix}$;$v(k)=[I\ I]\begin{bmatrix} \varepsilon\Delta_2(k)n(x(k)) \\ v_0(k) \end{bmatrix}$,$\varepsilon$ 是自由参数。

1.2 风险敏感滤波

考虑非线性系统(2)令$\hat{x}_k$ 为状态变量的估计值,x_k^* 为最优值,则风险敏感的代价函数为:

$$f_{rs,k}(x_k)=E[\exp(\mu_1\sum_{i=1}^{k-1}\rho_1(x_i-\hat{x}_i))+(\mu_2\rho_2(x_k-x_k^*))] \tag{3}$$

其中,$\mu_1\geqslant 0$,$\mu_2\geqslant 0$ 是两个风险敏感参数;函数 $\rho_1(\cdot)$和 $\rho_2(\cdot)$是严格凸的连续函数。

最小风险敏感估计定义如下:

$$\hat{x}_k=\underset{x_k\in R}{\operatorname{argmin}}\, f_{rs,k}(x_k) \tag{4}$$

为了简化计算，令 $\mu=\mu_1=\mu_2$，函数 $\rho_1(\cdot)$ 和 $\rho_2(\cdot)$ 取相同的二次函数即 $\rho_j(x_l-\hat{x}_l)=(x_l-\hat{x}_l)^{\mathrm{T}}(x_l-\hat{x}_l)$，$j=1,2$。公式(4)中状态期望值的递归计算可通过非正态密度函数 $\sigma_{k+1|k}(x_k)$ 来实现。

用 $\hat{x}_{k+1|k}$ 表示最优估计，概率密度函数定义如下：

$$f(x_{k+1}|x_k)\cdot p_{X_{k+1}|X_k}(\cdot|x_k) \tag{5}$$

$$g(y_k|x_k)\cdot p_{Y_{k+1}|X_k}(\cdot|x_k) \tag{6}$$

据上述假设有：

$$\sigma_{k+1|k}(x_{k+1})=\int f(x_{k+1}|x_k)g(y_k|x_k)\times\exp(\mu(x_k-\hat{x}_{k|k-1})^{\mathrm{T}}\times(x_k-\hat{x}_{k|k-1}))\times\sigma_{k|k-1}(x_k)\mathrm{d}x_k \tag{7}$$

$$\hat{x}_{k|k-1}=\underset{\hat{x}_k\in R}{\mathrm{argmin}}\int p(y_k|x_k)\exp(\mu\rho(x_k-\hat{x}_k))\times\sigma_{k|k-1}(x_k)\mathrm{d}x_k \tag{8}$$

2 非线性风险敏感容积滤波算法

2.1 求容积规则

求容积规则的基本思想是通过加权点集 $\{x_s,w_s\}_{s=1}^{m}$ 来近似多维加权积分：

$$\int_D f(x)w(x)\mathrm{d}x\approx\sum_{s=1}^{m}w_sf(x_s) \tag{9}$$

式中：$f(\cdot)$ 是任意函数；$D\subseteq$ 是积分域；$w(x)\geqslant 0$，$x\in D$ 是已知加权函数。容积点和权值可通过解力矩方程组来确定，所以容积规则对于属于 d 度或小的单项式的非线性函数是精确的。非线性贝叶斯滤波中常遇到的 n-维高斯加权积分，可利用 3 度充分对称的求容积规则来近似：

$$\int_D f(x)N(x;\mu,\Sigma)\mathrm{d}x\approx\frac{1}{2n}\sum_{s=1}^{2n}f(\sqrt{\Sigma}\,\xi_s+\mu) \tag{10}$$

式中：$\Sigma=\sqrt{\Sigma}\,\sqrt{\Sigma}^{\mathrm{T}}$，容积点根据下式给出：

$$\xi_s=\begin{cases}\sqrt{n}\,e_s,\ s=1,2,\cdots,n\\-\sqrt{n}\,e_{s-n},\ s=n+1,n+2,\cdots,2n\end{cases} \tag{11}$$

式中：e_s 是在 s 点上有单位元素其他为零的单位矢量。加权容积点是不依赖非线性函数 $f(\cdot)$，因此可脱机计算以加速执行。

2.2 非线性风险敏感容积滤波

将求容积规则应用于风险敏感滤波中，被积函数(7)、(8)的再写如下：

$$\sigma_{k+1|k}(x_{k+1})\int f(x_{k+1}|x_k)\sigma_{k|k}(x_k)\mathrm{d}x_k \tag{12}$$

式中：$\sigma_{k|k}(x_k)$ 是从前一阶段获得的后验估计，用符号 $\bar{\sigma}_{k|k}$ 和 $P_{k|k}$ 表示 $\sigma_{k|k}(x_k)$ 的平均和协方差，$\sigma_{k|k}(x_k)$ 服从正态分布。则使用容积规则(10)，得到：

$$\int f(x_{k+1}|x_k)\sigma_{k|k}(x_k)\mathrm{d}x_k\approx\frac{1}{2n}\sum_{s=1}^{2n}f(\sqrt{P_{k|k}}\,\xi_s+\bar{\sigma}_{k|k}) \tag{13}$$

最优估计表达式：

$$\hat{x}_{k+1|k}=\mathrm{argmin}\int\exp(\mu(x_{k+1}-\hat{x}_{k+1})^{\mathrm{T}}(x_{k+1}-\hat{x}_{k+1}))\times\frac{1}{2n}\sum_{s=1}^{2n}f(\sqrt{P_{k+1|k+1}}\,\xi_s+\bar{\sigma}_{k+1|k+1})\mathrm{d}x_{k+1} \tag{14}$$

采用公式(14)来计算状态估计就得到了基于求容积规则的风险敏感滤波器。非线性容积风险敏感滤波算法如下。

(1) 初始化：

给定 $x_{0|0}$ 和 $P_{0|0}$ 恰当值；

(2) 计算基本容积点和权值，使用 3 度容积原则获得如下的基本容积点和相应的权值：

$$\begin{cases}\xi_s=\begin{cases}\sqrt{n}\,e_s,\ s=1,2,\cdots,n\\-\sqrt{n}\,e_{s-n},\ s=n+1,n+2,\cdots,2n\end{cases}\\w_s=\dfrac{1}{2n}\end{cases} \tag{15}$$

(3) 时间更新。计算通过状态方程传播的容积点：

$$\begin{cases}\sigma_{j,k}=\sqrt{P_k}\,\xi_j+\bar{\sigma}_k\\\overset{*}{\sigma}_{j,k+1}=f(\sigma_{j,k})\end{cases} \tag{16}$$

计算最新的均值和协方差

$$\bar{\sigma}_{k+1}=\sum_{i=0}^{2n}w_i\overset{*}{\sigma}_{i,k+1|k} \tag{17}$$

$$P_{k+1|k}=\sum_{i=0}^{2n}w_i[\overset{*}{\sigma}_{i,k+1|k}-\bar{\sigma}_{k+1|k}][\overset{*}{\sigma}_{i,k+1|k}-\bar{\sigma}_{k+1|k}]^{\mathrm{T}}+Q \tag{18}$$

(4) 最优风险敏感估计

用高斯近似最优化估计为：

$$\hat{x}_{k+1|k}=\bar{\sigma}_{k+1|k} \tag{19}$$

(5) 风险敏感更新：

$$P^{+}_{k+1|k}=(P^{-1}_{k+1|k}-2\mu_1I)^{-1} \tag{20}$$

(6) 量测更新：

$$Y_{i,k+1|k}=h(\overset{*}{\sigma}_{i,k+1|k}) \tag{21}$$

$$\bar{y}_{k+1}=\sum_{i=0}^{2n}Y_{i,k+1|k} \tag{22}$$

(7) 计算协方差：

$$P_{y_{k+1}y_{k+1}}=\sum_{i=0}^{2n}w_i[Y_{i,k+1|k}-\bar{y}_{k+1}][Y_{i,k+1|k}-\bar{y}_{k+1}]^{\mathrm{T}}+R \tag{23}$$

$$P_{x_{k+1}y_{k+1}}=\sum_{i=0}^{2n}w_i[\overset{*}{\sigma}_{i,k+1|k}-\hat{x}_{k+1|k}][Y_{i,k+1|k}-\bar{y}_{k+1}]^{\mathrm{T}} \tag{24}$$

(8) 计算滤波增益：

$$K_{k+1}=P_{x_{k+1|k+1}}P^{-1}_{y_{k+1|k+1}} \tag{25}$$

(9) 状态估计为：

$$\begin{cases}x_{k+1|k+1}=\hat{x}_{k+1|k}+K_{k+1}(y_{k+1}-\hat{y}_{k+1})\\ P_{k+1|k+1}=P^{+}_{k+1|k}-K_{k+1}P_{y_{k+1}y_{k+1}}K^{\mathrm{T}}_{k+1}\end{cases} \tag{26}$$

3 基于容积风险敏感滤波算法的航天器姿态确定

3.1 航天器姿态确定的状态方程和量测方程

用姿态的动力学和运动学方程来描述航天器的姿态变化，动力学方程为：

$$\dot{\omega}=J^{-1}\{T_c-\dot{h}_w-[\omega\times]h_w-[\omega\times]J\omega+\Delta T\} \tag{27}$$

式中：$\omega=[\omega_x,\omega_y,\omega_z]^{\mathrm{T}}$ 为角速度；J 为航天器的转动惯量；T_c 为控制力矩；ΔT 为干扰力矩；h_w 为角动量。

采用罗德里格参数(MRPs)来描述航天的姿态，其运动学方程为：

$$\dot{p}=\frac{1}{4}B(p)\omega,B(p)=[(1-p^{\mathrm{T}}p)I-2[p\times]+2pp^{\mathrm{T}}]$$

$$B^{\mathrm{T}}(p)B(p)=B(p)B^{\mathrm{T}}(p)=(1+p^{\mathrm{T}}p)^2I \tag{28}$$

定义状态 $x=[p^{\mathrm{T}}\ \ \omega^{\mathrm{T}}\ \ T_c^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，由公式(27)和(28)，得状态方程为：

$$\dot{x}=f(x)+Gw_T \tag{29}$$

其中，

$$f(x)=\begin{bmatrix}\frac{1}{4}B(p)\omega\\ J^{-1}\{T_c-\dot{h}_w-[\omega\times]h_w-[\omega\times]J\omega+\Delta T_c\}\\ 0_{3\times3}\end{bmatrix}$$

$$G=\begin{bmatrix}0_{4\times3}\\ J^{-1}\\ 0_{3\times3}\end{bmatrix}$$

测量方程为：

$$y_k=h(x_k,v_k)=A(p_k)r_k+v_k \tag{30}$$

式中：r_k 为参考矢量；y_k 为测量矢量。状态转移矩阵如下：

$$A(p_k)=I_{3\times3}-\frac{4(1-\|p_k\|^2)}{(1+\|p_k\|^2)^2}[p_k\times]+\frac{8[p_k\times]^2}{(1+\|p_k\|^2)^2} \tag{31}$$

当有多个矢量时，利用 QUEST 法来实现数据压缩，即定义：

$$y_k=\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\\ \vdots\\ y_N\end{bmatrix}_k=h(x_k,v_{1:N,k})=\begin{bmatrix}A(p)r_1\\ A(p)r_2\\ \vdots\\ A(p)r_N\end{bmatrix}_k+\begin{bmatrix}v_1\\ v_2\\ \vdots\\ v_N\end{bmatrix}_k \tag{32}$$

由此得到：

$$z_k=\overset{*}{p}_k=H_kx_k+\varepsilon_k \tag{33}$$

式中：$\overset{*}{p}_k$ 是由 QUEST 算法的姿态四元数 $\overset{*}{q}_k$ 转换得到的；$H_k=[I_{3\times3}\ \ 0_{3\times6}]$；$\varepsilon_k$ 为零均值的高斯白噪声。

3.2 仿真验证

针对文中所提出的算法应用于航天器姿态模型不确定性强的非线性系统，采用计算机仿真来验证其有效性。为了体现算法的优势，将该算法的仿真结果与常规的 EKF 和 UKF 的估计结果进行比较。仿真条件如下：陀螺仪采样间隔和陀螺仪测量噪声协方差矩阵分别为 $\Delta t=1$ s，$\sigma_u=3\times10^{-4}$ μrad/s$^{3/2}$；陀螺仪常值漂移的测量噪声协方差矩阵为 $\sigma_v=0.3$ μrad/s$^{1/2}$，初始三轴角速度和陀螺常值漂移的初始值分别为：

$$\omega_0=10^{-2}\times[1.5\ \ 1.5\ \ 1.5]^{\mathrm{T}}(°)/\mathrm{s}$$

$$\beta_0=[0.1\ \ 0.1\ \ 0.1]^{\mathrm{T}}(°)/\mathrm{h}$$

矢量测量的测量噪声协方差为：

$$\sigma_1=2\times10^{-3}(°)/\mathrm{s},\sigma_2=2.5\times10^{-3}(°)/\mathrm{s}$$

初始估计误差协方差为：

$$P_0=\mathrm{diag}(0.5^2,0.5^2,0.5^2,(0.2/3\,600)^2,(0.2/3\,600)^2,(0.2/3\,600)^2)$$

初始四元数估计值和陀螺常值漂移估计值：

$$\hat{q}_0=[0\ \ 0\ \ 0\ \ 1]^{\mathrm{T}},\hat{\beta}_0=[0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}(°)/\mathrm{s}$$

干扰力矩取值为：

$$\Delta T=[0.025\ \ 0.025\ \ 0.025]\mathrm{N\cdot m}$$

模型不确定引起的噪声协方差的取值为：

$$\sigma_\Delta=0.5\times10^{-3}(°)/\mathrm{s}$$

仿真结果如图 1~图 3 所示，从图中可以看出在定姿系统存在较强非线性和较大不确定性时，采用常规的 EKF 时误差较大，甚至使滤波发散，而使用 UKF 时情况有所好转，但不能克服较大的模型不确定性，文中所提的基于容积风险敏感滤波算法引入了最小风险敏感估计准则，有较强的鲁棒性，并在滤

波中使用求容积规则来求解非线性积分，从而降低了系统误差,减少了滤波的计算量。从仿真图中可看出所提方法更有效。

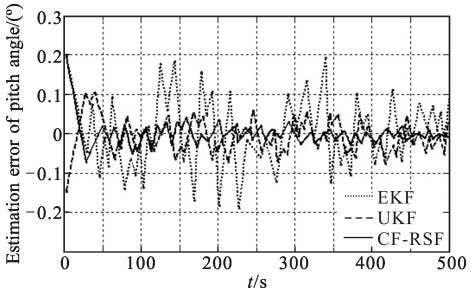

图 1 俯仰角估计误差

Fig.1 Estimation error of pitch angle

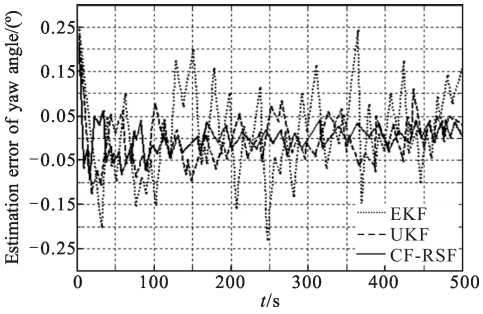

图 2 偏航角估计误差

Fig.2 Estimation error of yaw angle

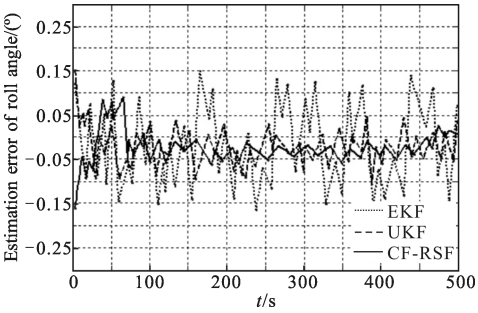

图 3 滚转角估计误差

Fig.3 Estimation error of roll angle

4 结 论

对于复杂环境下航天器姿态确定系统具有非线性及模型不确定性的特点，文中引入风险敏感滤波算法,使滤波具有更强的鲁棒性,为了使滤波具有更好精度和适度计算复杂性，在算法中引入求容积规则来求解非线性积分问题，使用容积数值积分原则直接计算非线性随机函数的均值和方差提高了算法的精度,并减少了计算量。该方法为具有非线性模型不确定系统的滤波问题提供了有益的参考。

参考文献:

[1] Lefferts E J, Markley F L, Shuster M D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation [J]. ***Journal of Guidance, Control, and Dynamics***, 1982, 5(5): 417-429.

[2] Crassidis J L, Markley F L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation [J]. ***Journal of Guidance, Control, and Dynamics***, 2003, 26(4): 536-542.

[3] Crassidis J L, Markley F L. Predictive filter attitude estimation without rate sensors [J]. ***Journal of Guidance, Control, and Dynamics***, 1997, 20: 522-527.

[4] Oshman Y, Carmi A. Attitude estimation from vector observations using genetic-algorithm-embedded quaternion particle filter [J]. ***Journal of Guidance, Control, and Dynamics***, 2006, 29(4): 879-891.

[5] Linares R, Kumar V, Singla P. Information theoretic space object data association methods using an adaptive gaussian sum filter[J]. ***Advances in the Astronautical Sciences***, 2011, 140: 665-680.

[6] Liu Rui, Wang Changhong, Li Baohua. Adaptive interactive multiple model and its application in INS/CNS integrated navigation system[J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2010, 39(5): 843-847. (in Chinese)

[7] Wang Wei, Xiang Zheng, Wang Guodong. Fiber optic gyroscope SINS/GNSS tight integrated navigation based on adaptive Kalman filter [J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2013, 42(3): 686-691. (in Chinese)

[8] Zhen W, Abhijit S, Peter W. Angle estimation for two unresolved targets with monopoles radar [J]. ***IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems***, 2004, 40(3): 998-1019.

[9] Mu Jing, Cai Yuanli. Iterated cubature Kalman filter and its application [J]. ***Systems Engineering and Electronics***, 2011, 33(7): 1454-1509. (in Chinese)

[10] Thrun S, Langford J, Verma V. Risk Sensitive Particle Filters, in Advances in Neural Information Processing Systems 14 [M]. Cambridge: MIT Press, 2002: 372-381.

[11] Li Peng, Song Shenmin. Unscented particle filter with risk sensitive function [J]. ***Journal of Central South University (Science and Technology)***, 2011, 42(1): 448-452. (in Chinese)