非均匀采样条件下光纤陀螺微小角振动信号检测技术

孟祥涛,向 政,郭 景,李美清

(中国航天电子技术研究院,北京 100094)

摘 要:航天器在轨运行过程中,由于内部存在多种活动部件,会使结构体产生微小角振动,微小角振动呈现振幅较小、频率较高的特点,微小角振动会造成光学载荷成像质量的下降。光纤陀螺从组成原理上具有宽频带和高灵敏度的特点,能够输出采样周期内的角度增量,可以作为微小角振动测量部件。但是,基于航天器整体时序的综合考虑,无法对光纤陀螺进行均匀采样,提出了非均匀采样条件下的频谱分析方法,将经过非均匀采样得到的整周期时间序列进行傅里叶变换,得到原始信号的幅值和频率,进而实现微小角振动的高精度检测。通过数字仿真和六自由度微振动台试验验证了上述方法的可行性,检测精度优于 0.04″。

关键词:微小角振动; 光纤陀螺; 非均匀采样; 频谱分析

中图分类号:U666.1 **文献标志码**:A **DOI**:10.3788/IRLA201645.0322004

Signal detecting technique of FOG′s micro angle vibration under nonuniform sampling

Meng Xiangtao, Xiang Zheng, Guo Jing, Li Meiqing

(China Academy of Aerospace Electronics Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: During the spacecraft′s in-orbit running, its structure could get a micro angular vibration due to various moving parts inside, which has relatively small amplitude and high frequency and could result in quality reduction of the optical load′s imaging. With broad bandwidth and high sensitivity, the FOG can output angular increment in a sample cycle, making it the perfect sensor of micro angular vibration. But FOG can′t be sampled evenly considering the spacecraft′s whole scheduling. This paper proposes a frequency spectrum analysis method for nonuniform sampling, which transforms time sequence in a complete nonuniform sampling cycle to the fourier space to obtain original signal′s amplitude and frequency so as to achieve high precision measurement of the micro angular vibration. The method has a precision better than 0.04″, which was validated by digital simulation and 6-DOF micro vibration test.

Key words: micro angle vibration; FOG; nonuniform sampling; frequency spectrum analysis

收稿日期:2015-07-05; **修订日期**:2015-08-15

基金项目:总装“十二五”预研项目(30106)

作者简介:孟祥涛(1982-),男,高级工程师,博士,主要从事光纤陀螺惯性系统技术方面的研究。Email: mengxiangtao1982@163.com

0 引 言

航天器在轨稳定运行过程中会受到多种因素的干扰,比如大型可控机构的步进运动、变轨调姿过程中推力器的喷气点火、出入阴影时的冷热交变和动量轮的高速转动等。这些都会造成航天器的结构体产生微小角振动[1],微小角振动会造成光学载荷成像质量的下降,如果能够将微小角振动检测出来,那么可以采用图像补偿等手段提高光学载荷的成像水平。

光纤陀螺是基于 Sagnac 效应的全固态惯性仪表,具有宽频带和高灵敏度的测量特性,是作为微小角振动测量的理想传感器。但是在工程应用过程中,基于信号采集系统总体时序的规划,对光纤陀螺的输出信号采用非均匀采样的采集模式,需要从非均匀采样信号中检测出微小角振动信号。

目前国内外对微小角振动的研究比较广泛,赵伟分析了航天器微振动的产生机理和干扰来源,给出了国内几种典型卫星的微振动环境特点;张振华等对航天器的微振动环境进行了系统性建模,推导了各干扰源产生的微振动模型,但并未给出微振动的测量方法。同时,国内外对非均匀采样理论、信号重构的实现技术也进行了研究,Y.C.Jenq 最早用分析的方法研究了非均匀思想抽取正弦信号的频谱问题,在此基础上相关学者又提出了信号重构算法,如利用相位谱重构原信号、利用幅度谱和部分采样值重构信号等。虽然这些卓有成效的研究成果促进了非均匀采样信号分析理论的发展,但其适用性各有限制,对一般性的非均匀采样信号的重构还有待研究[2-4]。文中从光纤陀螺的设计原理出发阐述其宽频带和高灵敏度测量特性,提出了非均匀采样条件下的频谱分析方法,将经典的傅里叶分析方法推广至非均匀采样空间,实现了光纤陀螺微小角振动信号的检测,通过仿真分析和六自由度微振动台试验验证了检测方法的有效性,为工程应用提供了关键技术支撑。

1 光纤陀螺宽频带和高灵敏度测量特性

1.1 光纤陀螺的宽频带测量特性

目前工程化使用的光纤陀螺都是采用全数字闭环保偏的方案,闭环方案可以消除各中间变换环节的漂移及非线性等影响。根据光纤陀螺的组成和数据流可以得到闭环光纤陀螺系统方框图如图 1 所示。

对光纤陀螺的方框图进行简化,可以获得光纤陀螺的传递函数:

$$H(s)=\frac{Y(s)}{\phi_s(s)}=\frac{K}{Ts+1}\mathrm{e}^{-\tau s} \tag{1}$$

式中:$T=\frac{1}{GM}$ 为时间常数;$K=\frac{1}{M}$ 为增益;τ 为纯时间延迟。

根据光纤陀螺的传递函数可以得到幅频特性、相频特性以及动态响应频带:

$$|F(j\omega)|=\frac{1}{M}\frac{1}{\sqrt{(\omega T)^2+1}} \tag{2}$$

$$\angle F(j\omega)=\arctan(\omega T) \tag{3}$$

$$B=\frac{1}{2\pi T} \tag{4}$$

由上式可知,影响光纤陀螺带宽 B 的主要参数是闭环系统的总增益 GM,一般通过改变光源输出功率大小或改变探测器、前置放大器、A/D 转换器以及数字解调等环节的增益来调整闭环光纤陀螺的带宽。闭环光纤陀螺模型中的时间常数,从物理意义上与陀螺的带宽有直接关系,而陀螺带宽直接影响陀螺的噪声水平。若解调信号的增益越大,则陀螺的时间常数越小,带宽越大,引入高频噪声越多。针对微小角振动的测量,需要光纤陀螺既具有较宽的频带,又具有较低的噪声,这样才能实现高精度的测量。为此采用掺铒光纤光源,掺铒光纤光源能够提供相对稳定的波长和较高的功率,在陀螺电路设计时可以采取过调制技术来抑制陀螺噪声,同时不损失测量

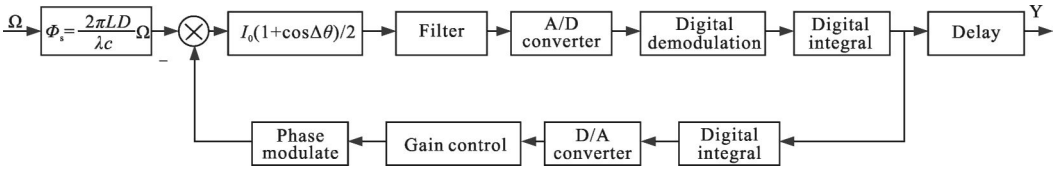

图 1 闭环光纤陀螺仪的方框图

Fig.1 Diagram of fiber optic gyroscope

带宽。采用过调制技术能够将光纤陀螺的随机游走系数提高至 0.000 5(°)/h$^{1/2}$,随机游走系数反映了仪表的输出噪声水平，是由白噪声引起的测量角度不确定度的量化评价指标,如果采样周期为 5 ms,则由白噪声引起的测量角度的不确定度为 0.002 1″,能够满足工程化使用要求。

因此，光纤陀螺由于原理和设计上的优势使其具有较高的动态响应频带，这使光纤陀螺能够准确地敏感到振幅较小、频率较高的微小角振动。

1.2 光纤陀螺的高灵敏度测量特性

光纤陀螺除了具有宽频测量特性外，还具有较高的灵敏度。光纤陀螺测量的是旋转产生的 Sagnac 相位差,相位差通过检测光功率的变化,并根据相位差和光功率的关系得到，因而相位差的测量受到光功率测量极限的限制。通常把散粒噪声等效角速度认为是陀螺的最小测量角速度：

$$\frac{\Omega_{\min}}{\sqrt{\Delta f}}=\frac{\lambda c}{2\pi DL}\frac{\delta\phi_{si}}{\sqrt{\Delta f}} \tag{5}$$

式中:$\delta\phi_{si}$为等效相位误差。考虑相位偏置ϕ_h,等效相位差为：

$$\frac{\delta\phi_{si}}{\sqrt{\Delta f}}=\frac{\sigma_{si}/\sqrt{\Delta f}}{R_D P\sin(\phi_b)} \tag{6}$$

考虑偏置,并忽略暗电流噪声,散粒噪声为：

$$\sigma_{si}=\sqrt{2eR_D P(1+\cos\phi_b)\Delta f} \tag{7}$$

这样,可以得到散粒噪声等效角速度为：

$$\Omega_{\min}=\frac{\lambda c}{2\pi DL}\frac{\sqrt{2e(1+\cos\phi_b)\Delta f}}{\sqrt{R_D P}\sin(\phi_b)} \tag{8}$$

式中:$\Omega_{\min}$为散粒噪声的等效角速度，即陀螺能检测到的最小角速度。结合工程化应用,光纤陀螺选用掺铒光纤光源，按照采样周期可以计算得到光纤陀螺的检测灵敏度可以达到 0.003″。

综上所述，光纤陀螺以其原理和结构上的优点使其具有较宽的频带和较高的灵敏度，这使光纤陀螺能够快速准确地敏感到外界角速度的输入，特别是针对卫星中振幅较小、频率较高的微小角振动信号,光纤陀螺能够发挥自身的优势,作为微小角振动的测量仪表。

2 非均匀采样信号的频谱分析方法

非均匀采样信号不同于传统意义上的均匀采样信号，均匀采样信号可以直接采用经典的傅里叶频谱分析方法，而非均匀采样信号需要对经典的傅里叶分析进行推广[5]。

非均匀采样信号的检测需要借助傅里叶分析，根据连续信号的傅里叶变换可知：

$$X(\omega)=\int_0^{+\infty}x(t)\mathrm{e}^{-j\omega t}\mathrm{d}t \tag{9}$$

如果信号是经过非均匀采样后得到的，那么非均匀采样信号的傅里叶变换可以定义为[6]：

$$X(\mathrm{e}^{j\omega})=\sum_{n=0}^{\infty}x(t_n)\mathrm{e}^{-j\omega t_n}(t_{n+1}-t_n) \tag{10}$$

式中:t_n 为采样时刻;$(t_{n+1}-t_n)$为对应采样点的采样周期;$X(\mathrm{e}^{j\omega})$为离散时间信号的傅里叶频谱[7]。若时域非均匀采样序列为有限长 N，频域采用 z 平面单位圆上的等间隔采样,则变换公式为：

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(t_n)\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{N}kt_n}(t_{n+1}-t_n) \tag{11}$$

上式即为非均匀采样信号的离散傅里叶变换,该变换使时域非均匀采样信号变换至频谱的均匀频谱。

对于余弦信号：

$$X(t)=A\cos(\omega_0 t+\theta) \tag{12}$$

其指数展开形式为：

$$X(t)=\frac{A}{2}\left[\mathrm{e}^{j(\omega_0 t+\theta)}+\mathrm{e}^{-j(\omega_0 t+\theta)}\right] \tag{13}$$

经过非均匀采样得到：

$$X(t_n)=\frac{A}{2}\left[\mathrm{e}^{j(2\pi f_0 t_n+\theta)}+\mathrm{e}^{-j(2\pi f_0 t_n+\theta)}\right] \tag{14}$$

取正频率部分进行非均匀采样的傅里叶变换得：

$$X(k)=\frac{A}{2}\sum_{n=0}^{N-1}\mathrm{e}^{j(2\pi f_0 t_n+\theta)}\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{N}kt_n}(t_{n+1}-t_n)=\frac{A\mathrm{e}^{j\theta}}{2}\sum_{n=0}^{N-1}\mathrm{e}^{j(2\pi f_0 t_n+\theta)}\mathrm{e}^{-j\frac{2\pi}{N}kt_n}(t_{n+1}-t_n) \tag{15}$$

采样时刻设为 $t_n=nT+\tau_n$,是在采样率为 f_s 的均匀采样时间基础上增加了时间增量 τ_n (n=1,2,3，…，N),$T=1/f_s$ 为均匀采样的时间间隔,$\{\tau_n\}$ 为服从某一分布,均值为 0 的随机变量。频率分辨率为 $\Delta f=\frac{f_s}{N}$，设信号频率 f_0 是 Δf 的整数倍[8],即

$$f_0/\Delta f=l \tag{16}$$

则

$$f_0/f_s=1/N \tag{17}$$

即要对信号进行整周期采样。

$$X(k)=\frac{Ae^{j\theta}}{2}\sum_{n=0}^{N-1}e^{j2\pi f_0(nT+\tau_n)}e^{-j\frac{2\pi k}{N}(nT+\tau_n)}(t_{n+1}-t_n)=$$

$$\frac{Ae^{j\theta}}{2}\sum_{n=0}^{N-1}e^{j2\pi f_0 nT}e^{j2\pi f_0\tau_n}e^{-j\frac{2\pi k}{N}nT}e^{-j\frac{2\pi k}{N}\tau_n}(t_{n+1}-t_n)=$$

$$\frac{Ae^{j\theta}}{2}\sum_{n=0}^{N-1}e^{j\frac{2\pi f_0 n}{f_s}}e^{j2\pi f_0\tau_n}e^{-j\frac{2\pi kn}{Nf_s}}e^{-j\frac{2\pi k}{N}\tau_n}(t_{n+1}-t_n)=$$

$$\frac{Ae^{j\theta}}{2}\sum_{n=0}^{N-1}e^{-j2\pi n\left(\frac{k-l}{N}\right)}e^{-j2\pi\left(\frac{k-l}{N}\right)\tau_n}(t_{n+1}-t_n) \tag{18}$$

当 $k=l$ 时，即 $\frac{k-l}{N}=0$，此时：

$$X(k)=\frac{Ae^{j\theta}}{2}\cdot NT \tag{19}$$

也就是说在第 l 根谱线出现了极大值，据此可以检测出信号的频率为：

$$f_0=l\cdot\Delta f=\frac{l}{N}f_s \tag{20}$$

对应该频率的信号幅值为：

$$A=\frac{2}{NT}|X(l)| \tag{21}$$

这样，通过推导非均匀采样条件下的傅里叶变换，并且采用整周期采样的方法能够准确地检测出通过非均匀采样得到的离散信号的幅值和频率，这是对光纤陀螺微小角振动信号进行检测的理论基础。

3 数字仿真分析

为了验证上述推导方法的正确性，同时验证上述推导的非均匀采样的频谱分析方法能够准确地检测出微小角振动信号的幅值和频率，结合光纤陀螺工程应用实际，将 1 个 64 ms 的采样周期分为 12 个 5 ms 和 1 个 4 ms，设仿真信号为：

$$x(t)=\sin(2\pi f_1 t)+0.8\sin(2\pi f_2 t)+0.5\sin(2\pi f_3 t) \tag{22}$$

式中：$f_1=30$ Hz，$f_2=50$ Hz，$f_3=70$ Hz。

该仿真信号含有 3 个频率成分，按照每 12 个 5 ms 采样周期后出现 1 个 4 ms 采样周期进行非均匀采样，并且采用上述推导的非均匀采样信号的频谱分析方法对上述仿真信号进行分析，得到的频谱如图 2 所示。

由仿真信号的频谱分析结果可知，通过非均匀采样信号的频谱分析方法得到了 3 条能量较大的谱线，幅值分别为 1、0.8、0.5，对应的频率分别为 30、50、80 Hz，与原始信号的幅值、频率完全一致。由此可知，采用非均匀采样的频谱分析方法能够准确地检测出原始信号的频率和幅值，验证了上述推导方法的正确性。

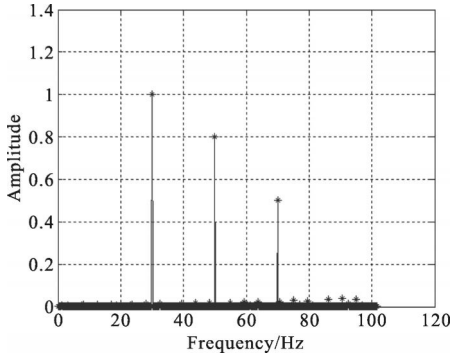

图 2 仿真信号的频谱

Fig.2 Spectrum of simulation signal

4 微小角振动实测数据分析

为了进一步验证上述频谱分析方法的工程实用性，开展了六自由度微小角振动试验，采用六自由度微振动台产生微小角振动信号，光纤陀螺安装在微振动台上。安装在微振动台上的光纤陀螺产品为三轴斜置构型，采用 3S 构型方式，3 个敏感轴均匀分布在半锥角的 $\alpha=54°44'08''$ 锥面上，3 个陀螺输入轴在水平面的投影为 120°，产品的敏感轴的安装方式如图 3 所示。

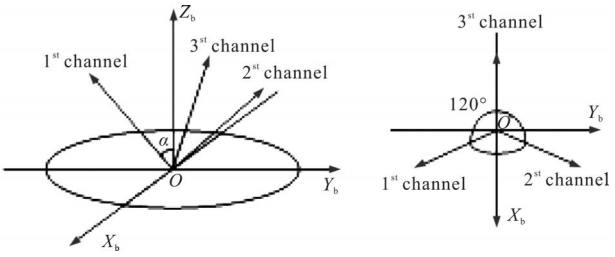

图 3 光纤陀螺产品的安装构型

Fig.3 Fixing form of FOG

由于微振动台只有沿 Z_b 轴方向的振动输入，对 3 个光纤陀螺采用同步信号的方式实现各个仪表之间信号的同步，3 个光纤陀螺的输出与微振动台角振动的解算关系为：

$$\psi_{bz}=(F_{gx}+F_{gy}+F_{gz})\cos\alpha \tag{23}$$

式中：F_{gx}、F_{gy}、F_{gz} 代表光纤陀螺角度积分后的值，$\alpha=54°44'08''$。设定微振动台按照不同的频率，不同频率条件下角加速度值设定为固定的 100 rad/s²。通过上述推导的方法检测不同频率、不同幅值输入下微小

角振动的参数如表 1 所示。

表 1 非均匀采样的微小角振动检测结果

Tab.1 Detection result of micro angle vibration in nonuniform sampling

Vibration frequency/Hz	Vibration amplitude/(″)	Detecting amplitude/(″)	Error/(″)	Detecting frequency/Hz
20	1.306 2	1.330 2	0.024 0	20
30	0.580 5	0.579 4	0.021 1	30
40	0.326 5	0.301 5	0.025 0	40
50	0.209 0	0.185 7	0.023 3	50
60	0.145 1	0.114 4	0.030 7	60
70	0.106 6	0.077 3	0.029 3	70
80	0.081 6	0.051 9	0.029 7	80
90	0.064 5	0.045 1	0.019 4	90
100	0.052 2	0.032 2	0.020 0	100

由此可知，采用光纤陀螺测量载体的微小角振动，同时采用非均匀采样的频谱分析方法能够比较准确地检测出微小角振动的幅值和频率，如果进行整周期采样时,频率的检测精度不存在误差,这是由于微小角振动信号的频率正好为频率分辨率的整数倍。而幅值检测精度在不同的频率点不一致,但幅值的绝对误差均优于 0.04″,可以满足工程使用要求。

5 结 论

文中简要阐述了航天器在轨运行过程中结构体产生微小角振动的机理，光纤陀螺作为新型全固态惯性仪表，以其结构和原理上的优势使其具有宽频带和高灵敏度测量特性，是用于微小角振动测量的理想传感器。文中结合工程应用的实际,针对光纤陀螺微小角振动测量信号为非均匀采样序列的特点[9],为了能够从光纤陀螺输出信号中将微小角振动信息精确检测出来，将傅里叶频谱分析过程从传统的基于均匀采样序列的分析方法推广至非均匀采样空间,得到了非均匀采样条件下的频谱分析方法,通过数字仿真验证了该方法的正确性。为了进一步验证方法的工程实用性，开展了六自由度微小角振动试验，试验结果表明采用整周期采样通过该方法检测到的频率无误差，检测到光纤陀螺微小角振动的幅值误差优于 0.04″。如果为航天器光学载荷提供测量基准,可以采用图像补偿等手段提升其在轨性能。

参考文献：

[1] Yu Benli, Meng Jun. High-accuracy micro-vibration detector [J]. ***Opto-Electronic Engineering***, 2006, 33(1): 120-122. (in Chinese)
俞本立, 孟军. 微振动的高精度测量 [J]. 光电工程, 2006, 33(1): 120-122.

[2] Yu Shuhai, Wang Jianli. Numerical simulation of fourier telescopy based on nonuniform sampling [J]. ***Acta Optica Sinica***, 2013, 33(8): 1-6. (in Chinese)
于树海, 王建立. 非均匀采样的傅里叶望远镜数值模拟研究[J]. 光学学报, 2013, 33(8): 1-6.

[3] Lin Yifan. Reconstruction of signal from nonuniform samples [J]. ***Information & Communications***, 2013, 9: 44-46. (in Chinese)
林伊凡. 一种非均匀采样信号重构方法[J]. 信息通信, 2013, 9: 44-46.

[4] Lu Mingfeng, Zhang Feng, Ni Guoqiang. Analysis and improvement of actual sampling system in fractional fourier transform domain [J]. ***Journal of Electronics & Information Technology***, 2013, 35(9): 2094-2099. (in Chinese)
鲁溟峰, 张峰, 倪国强. 工程采样系统的分数阶傅里叶域分析与改进[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(9): 2094-2099.

[5] Bhandari A, Zayed A I. Shift-invariant and sampling spaces associated with the fractional Fourier transform domain [J]. ***IEEE Transactions on Signal Processing***, 2012, 60 (4): 1627-1637.

[6] Tao Ran, Deng Bing, Zhang Weiqiang. Sampling and sampling rate conversion of band limited signals in the fractional Fourier transform domain[J]. ***IEEE Transactions on Signal Processing***, 2008, 56(1): 158-171.

[7] Wang Qi, Pepin M, Beach R J. SAR-based vibration estimation using the discrete fractional Fourier transform [J]. ***IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing***, 2012, 50(10): 4145-4156.

[8] Maciejewski M W, Qui H Z, Rujan I. Nonuniform sampling and spectral aliasing [J]. ***Journal of Magnetic Resonance***, 2009, 199(1): 88-93.

[9] Wang Anmin, Chen Liangfu. Weak signal detection and recovery from nonuniform samples using notch filter [J]. ***Signal Processing***, 2009, 25(1): 18-21. (in Chinese)
汪安民, 陈良福. 非均匀采样下小信号检测与重构的陷波方法[J]. 信号处理, 2009, 25(1): 18-21.