

高灵敏度的光子偏振激光雷达系统

赵远¹, 张子静¹, 马昆¹, 徐璐¹, 吕华², 苏建忠²

(1. 哈尔滨工业大学 物理系, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 天津津航技术物理研究所, 天津 300308)

摘要: 在空间目标探测中, 由于远距离、小目标的特点, 回波信号十分微弱, 传统的激光雷达不能很好地探测如此微弱的信号。而且现在空间目标探测不仅需要距离信息, 还希望获得目标的强度、偏振等更加多维的信息。提出了基于 Gm-APD 单光子灵敏度探测器的四路光子偏振探测系统, 以 Gm-APD 探测器的泊松概率响应模型为基础, 推导了回波微弱信号的强度解算公式, 通过四路的强度解算出回波信号的偏振信息, 在实验室搭建了四路 Gm-APD 光子偏振探测系统的原理样机, 并介绍了四路 Gm-APD 光子斯托克斯参量的探测实验。在平均每个脉冲回波能量为 $7.78 \times 10^{-19} \text{J}$ 的情况下, 获得 3.95% 的线偏振误差和 5.84% 的椭圆偏振误差的探测结果。

关键词: Gm-APD; 光子计数; 偏振; 激光雷达; 微弱信号

中图分类号: TN247 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201645.0902001

High sensitivity photon polarization laser radar system

Zhao Yuan¹, Zhang Zijing¹, Ma Kun¹, Xu Lu¹, Lv Hua², Su Jianzhong²

(1. Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Tianjin Jinhang Institute of Technical Physics, Tianjin 300308, China)

Abstract: In the application of space target detection, due to the characteristics of small target and great distance, the returned signal is very weak, even a few of photons or less than a photon per pulse. Such weak signal can't be detected by traditional laser radar. Moreover, the space target detection now not only needs the range information, but hopes to get the intensity, polarization and more multi-dimensional information. Therefore, high sensitivity photon polarization laser radar system was proposed based on the four-way Gm-APD single photon detector. The intensity formula of weak signal was deduced from the Poisson probability model of Gm-APD detector. Then, the polarization information of the returned signal was obtained through four-way intensity results. Finally, the principle prototype of four-way Gm-APD photon polarization laser radar system was established in the laboratory, and the relevant experiment was conducted. When the average energy of returned signal per pulse is $7.78 \times 10^{-19} \text{J}$, the experimental results show the linear polarization error of 3.95% and the elliptical polarization error of 5.84%.

Key words: Gm-APD; photon counting; polarization; laser radar; weak signal

收稿日期: 2016-01-19; 修订日期: 2016-02-23

基金项目: 国家高技术研究发展计划(JZ20150174)

作者简介: 赵远(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事微弱信号光电实时检测、激光雷达方面的研究。

Email: zhaoyuan@hit.edu.cn

通讯作者: 张子静(1986-), 男, 讲师, 博士, 主要从事弱光电信号检测与激光雷达成像方面的研究。Email: zj.hit@163.com

0 引言

随着我国科学技术的发展和国防建设的需要,我国的卫星越来越多,这些卫星极易受到空间小目标的威胁^[1-3]。空间小目标总体可以分为三类:(1)直径小于 1 cm 的空间碎片只需检测出其密度分布即可,由于它对航天器的危害程度较低,可以通过设计适当的防护罩来保护航天器;(2)直径大于 10 cm 的空间碎片可以通过地基雷达网络和地基望远镜对其进行检测和跟踪,标定其轨道,使航天器远离它们;(3)尺寸介于 1~10 cm 之间的空间碎片已经足以对航天器造成毁灭性的损害,但是地基探测无法实现对其检测,天基雷达由于其本身的带宽和波长的限制,也无法对其进行精确测量,目前仍是国际上亟待解决的难点^[4-7]。空间小目标具有体积小、距离远的特点,因此导致回波信号十分的微弱,平均每个回波脉冲只有少数的几个光子,甚至不足一个光子,这是传统强度探测系统无法响应的^[8]。

伴随着科学技术的发展,光子探测技术逐渐成熟,它以 Gm-APD 等新型器件作为探测器,使得探测系统具有单光子响应灵敏度^[9-10],响应灵敏度要远高于其他传统探测器,光子探测技术为空间小目标探测提供了新的希望,但是目前光子探测技术只能给出目标的距离信息,无法给出目标的强度、偏振等其他信息^[11-13]。针对这个问题,提出了光子偏振探测系统,基于 Gm-APD 单光子探测灵敏度,实现超高灵敏度的光子偏振探测。

1 光子偏振探测系统工作原理

该方案提出采用 4 个 Gm-APD 探测器进行光子偏振探测的方法,利用光子计数统计测量反推回波信号的斯托克斯参量。该系统由两部分组成,包括发射系统和接收系统。

发射系统包括脉冲激光器、衰减器、1/2 波片和线偏振片。激光脉冲先经过衰减器,其作用是将入射光的强度衰减到光子量级,即每个脉冲中的平均光子数仅为几个甚至小于 1 个,目的用来模拟远距离小目标微弱的回波信号。然后经过一个线偏振片,再经过波片,通过 1/2 波片和 1/4 波片的组合,可以一束任意已知斯托克斯矢量的偏振光,用来模拟任意光子偏振态的回波信号,令其直接入射接收系统。

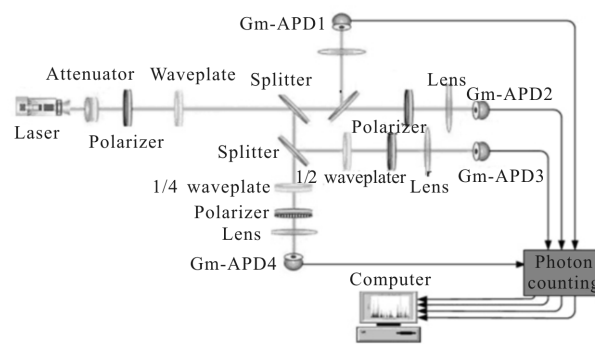


图 1 四路 Gm-APD 光子偏振探测系统原理图

Fig.1 Schematic diagram of four-way Gm-APD photon polarization detection system

接收系统主要由 4 路光路组成。首先信号从目标返回进入接收光学系统,然后回波信号经过 3 个分光片分成光强相等的 4 个光路。第一路直接探测,对入射光的偏振态没有影响,直接通过透镜汇聚到 Gm-APD1 上,该路被称为总光强路;第二路经过一个线偏振片(起偏角为 45°),再经过透镜汇聚到 Gm-APD2 上,该路被称为线偏振路;第三路先经过一个 1/2 波片(方位角为 45°)和一个线偏振片(起偏角为 0°),再经过透镜汇聚到 Gm-APD3 上,该路为 1/2 波片路;第四路先经过一个 1/4 波片(方位角为 45°)和一个线偏振片(起偏角为 0°),最后经过透镜汇聚到 Gm-APD4 上,该路为 1/4 波片路。经过 4 个 Gm-APD 探测器输出的多次脉冲信号的统计可以解算得到每一路的光强,根据光强即可解算出回波信号光子的偏振态。

1.1 光子偏振探测系统强度信息获取

一般的激光雷达的探测中,从目标上反射回来经探测器接收到的光子数服从负二项分布。这个负二项分布是一个均值被光斑多样性程度数 Γ 分布调制的泊松分布, Γ 分布又主要受到激光发射光斑的多样性程度 M (M 就是时间、空间、光谱、偏振等的自由度)所决定。然而当接收到的信号光子数小于光斑的多样性程度数时,泊松分布就是负二项分布的一个非常好的近似。这在文中的探测方法中是很容易满足的,因为每一次探测的小时间段都是纳秒量级的,且还是应用于远距离、弱信号的探测中,所以每段上探测到的信号光子数必定小于光斑的多样性程度数,从而信号光子分布满足泊松分布^[14]。

$$P_s(k) = \frac{(N_s)^k}{k!} \exp(-N_s) \quad (1)$$

式中： $P_s(k)$ 为探测响应到 k 个光电子的概率； N_s 为回波信号强度，也就回波脉冲内平均光电子数。Gm-APD 探测器不产生雪崩事件的概率为 $p(k=0)=\exp(-N_s)$ ，它产生雪崩事件的概率为：

$$P_s(k \geq 1) = 1 - \exp(-N_s) \quad (2)$$

系统采用四路 Gm-APD 测量斯托克斯参量，利用 Gm-APD 光子计数进行极微弱光的强度测量时，假设经过了 M 次测量统计，第 i 路与发射脉冲序列相关的雪崩脉冲数为 K_i ，则探测概率 P_i 可以计算得到：

$$P_i = \frac{K_i}{M} = 1 - \exp(-N_s(i)) \quad (3)$$

则第 i 路回波光电子数为：

$$N_s(i) = -\ln \left[1 - \frac{K_i}{M} \right] \quad (4)$$

式中第一路即总光强路没有经过任何偏振器件的调制，所以第一路的探测解算结果即为回波信号的强度信息。由于该应用背景的回波信号十分微弱，所以文中强度都表示为光电子数的形式 $N_s, N_s = I\eta/h\nu, I$ 为回波信号强度， η 为探测器的量子效率， $h\nu$ 为单个光子能量，为普朗克常数和光子频率的乘积。

然后根据每一路回波信号强度的解算结果可直接解算出回波信号光子的偏振态。

1.2 光子偏振探测系统偏振信息获取

设回波光光子偏振态可以表示为斯托克斯参量 (S_0, S_1, S_2, S_3) ，平均分为四路，分别通过不同光学元件，使得每一路光的斯托克斯参量发生变化。各光学元件的穆勒矩阵有如下形式(见表 1)。

表 1 基本光学元件的穆勒矩阵

Tab.1 Mueller matrix of the basic optical element

Optical element	Mueller matrix
Quarter wave plate (azimuth angle θ_c)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta_c & \sin 2\theta_c \cos 2\theta_c & \sin 2\theta_c \\ 0 & \sin 2\theta_c \cos 2\theta_c & \sin^2 2\theta_c & -\cos 2\theta_c \\ 0 & -\sin 2\theta_c & \cos 2\theta_c & 0 \end{bmatrix}$
Polaroid (azimuth angle θ_p)	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta_p & \sin 2\theta_p & 0 \\ \cos 2\theta_p & \cos^2 2\theta_p & \sin 2\theta_p \cos 2\theta_p & 0 \\ \sin 2\theta_p & \sin 2\theta_p \cos 2\theta_p & \sin^2 2\theta_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Half wave plate (azimuth angle θ)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

第一路中经过两次分光，理论上信号强度为回波信号的 1/4，无其他偏振光学元件，所以第一路探测器响应的强度为：

$$N_s(1) = \frac{1}{4} S_0 \quad (5)$$

第二路中经过两次分光，再通过 45° 偏振片，所以第二路探测器响应的强度为：

$$N_s(2) = \frac{1}{8} (S_0 + S_2) \quad (6)$$

第三路经过两次分光，通过 45° 的 1/2 波片，然后再通过 0° 的偏振片，所以第三路探测器响应的强度为：

$$N_s(3) = \frac{1}{8} (S_0 - S_1) \quad (7)$$

第四路经过两次分光，通过 45° 1/4 波片和 0° 偏振片，所以第四路探测器响应的强度为：

$$N_s(4) = \frac{1}{8} (S_0 - S_3) \quad (8)$$

最后联立公式(5)~(8)，可以反推出回波信号光子的偏振态为：

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} N_s(1) \\ N_s(1) - 2N_s(3) \\ 2N_s(2) - N_s(1) \\ N_s(1) - 2N_s(4) \end{pmatrix} \quad (9)$$

1.3 光子偏振探测系统定标

在四路 Gm-APD 光子斯托克斯参量探测系统中，使用的光学元件不可能是完全理想的，故在试验中探测结果与实际的值偏差较大，即 S^{in} 与 S^{out} 不相等，而非理想的试验系统可看成一个矩阵 M ，即有关系 $S^{in} = M * S^{out}$ ，如果能通过试验找到仪器矩阵 M ，根据所探测得到的含误差斯托克斯参量结合上式依然可以反推出入射的斯托克斯参量。

设入射光斯托克斯参量为 $(S_0', S_1', S_2', S_3')^T$ ，探测得到的斯托克斯参量为 $(S_0, S_1, S_2, S_3)^T$ ，有：

$$\begin{pmatrix} S_0' \\ S_1' \\ S_2' \\ S_3' \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (10)$$

展开可以得到：

$$\begin{aligned} S_0' &= m_{11}S_0 + m_{12}S_1 + m_{13}S_2 + m_{14}S_3 \\ S_1' &= m_{21}S_0 + m_{22}S_1 + m_{23}S_2 + m_{24}S_3 \\ S_2' &= m_{31}S_0 + m_{32}S_1 + m_{33}S_2 + m_{34}S_3 \end{aligned}$$

$$S_3' = m_{41}S_0 + m_{42}S_1 + m_{43}S_2 + m_{44}S_3 \quad (11)$$

共有 16 个未知量,在一次测量中可建立 4 个方程,理论上说只需测量 4 次即可完全确定仪器矩阵。但由于偏振片的透振方向与波片的光轴方向指向并不是完美的,还有弱光条件下光子数起伏会对探测结果产生较大的影响。另外 M 矩阵可能是奇异矩阵,方程组可能无解。故需要多次调节偏振片与波片的指向,产生多种不同偏振态的光,经探测,建立各个斯托克斯参量与仪器矩阵元之间的方程。

$$\begin{aligned} S_0' &= m_{11}S_0^1 + m_{12}S_1^1 + m_{13}S_2^1 + m_{14}S_3^1 \\ S_1' &= m_{21}S_0^1 + m_{22}S_1^1 + m_{23}S_2^1 + m_{24}S_3^1 \\ S_2' &= m_{31}S_0^1 + m_{32}S_1^1 + m_{33}S_2^1 + m_{34}S_3^1 \\ S_3' &= m_{41}S_0^1 + m_{42}S_1^1 + m_{43}S_2^1 + m_{44}S_3^1 \\ S_0'' &= m_{11}S_0^2 + m_{12}S_1^2 + m_{13}S_2^2 + m_{14}S_3^2 \\ S_1'' &= m_{21}S_0^2 + m_{22}S_1^2 + m_{23}S_2^2 + m_{24}S_3^2 \\ &\vdots \\ S_3'' &= m_{41}S_0^n + m_{42}S_1^n + m_{43}S_2^n + m_{44}S_3^n \end{aligned} \quad (12)$$

上式为超定方程,可给出一个最小二乘解,得出最靠近真实值的仪器矩阵。

2 光子偏振探测原理验证实验系统搭建

图 2 给出了实验室搭建的四路 Gm-APD 光子偏振探测系统的照片,该系统搭建各个部分主要的器件参数如表 2 所示。

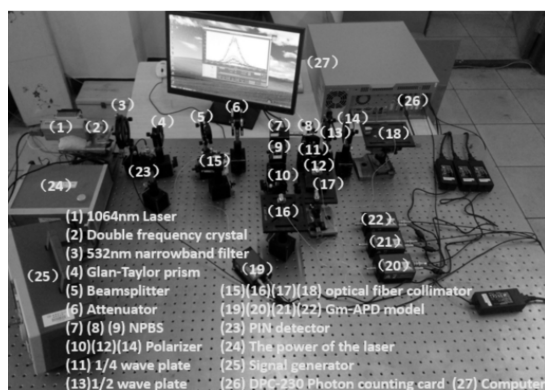


图 2 四路 Gm-APD 光子偏振探测系统照片

Fig.2 Photo of four-way Gm-APD photon polarization detection system

表 2 四路 Gm-APD 光子偏振探测系统主要器件参数

Tab.2 Main device parameters of four-way Gm-APD photon polarization detection system

Device	Parameter
Glan-Taylor polarizer	a-BBO crystal, wavelength 532 nm, diameter 25.4 mm, extinction ratio less than 5×10^{-6} , damage threshold greater than 10 MW/cm^2 , coating
Quarter wave plate	Quartz crystal, clear aperture 18 mm, outside diameter of stent 25.4 mm, phase 1/4, wavelength 532 nm, double-sided anti-reflection
Half wave plate	Quartz crystal, clear aperture 18 mm, outside diameter of stent 25.4 mm, phase 1/2, wavelength 532 nm, double-sided anti-reflection
Narrow-band filter	Wavelength 532 nm, laser purification filter, bandwidth 2 nm, center wavelength transmittance greater than 90%, diameter 25.4 mm
Attenuator	Combination of variable from 3 dB to 50 dB
Optical fiber collimator	CLC big beam optical fiber collimator, wavelength 532 nm, beam size 6.7 mm, far field divergence angle $5 \mu\text{rad}$, focal length 17 mm, lens type PC(AR), insertion loss less than 0.5 dB, reflection loss > 55 dB
Gm-APD	COUNT-100C-FC Gm-APD detector module, quantum efficiency 60% @ 532 nm, dead time 50 ns
Photon counting module	Germany Becker & Hickl GmbH, 16 channel time correlation single-photon counting card DPC-230

2.1 光子偏振探测系统强度解算精度实验

实验中令激光器经过衰减片组衰减为单光子量级,直接入射探测系统,并通过衰减片组模拟不同信号强度下的回波情况,实验给出了强度解算误差,如图 3 所示,横轴是信号强度(光电子形式,即平均每个脉冲回波光电子数),纵轴是相对强度误差,定义

为 100 次重复测量强度标准差和均值的比值。考虑光学系统效率为 0.8, Gm-APD 量子效率 60% @ 532 nm, 平均每个脉冲 1 个光电子的强度相当于平均每个脉冲到达接收机的回波信号能量为 7.78×10^{-19} J。

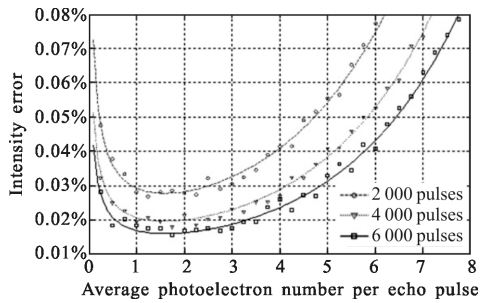


图 3 强度误差实验结果

Fig.3 Experimental results of the intensity error

从图 3 中可以注意到强度误差随着回波信号的强度先变小再变大,这是因为当信号太小的时候,信号量比较少,所以解算的误差偏大,这时强度的误差随着信号强度的增大而减小,但是当信号的强度增加到一定程度时,继续增大回波信号的强度,单光子探测将趋近于饱和,这将影响强度的解算精度,这时强度的误差将随信号的强度增加而变大,这也表明只有回波强度控制在一定范围内,才能保证强度的解算精度。

另外强度的误差还随着累计脉冲次数增加而变小,所以在信号不足的情况下增加脉冲的累计次数也是增加强度解算精度的有效途径之一。

2.2 光子偏振探测系统偏振解算精度实验

光子偏振探测实验分为线偏振态探测和圆偏振态探测两个部分,两部分实验均控制在回波信号强度为平均每个脉冲 1 个光电子,每个探测结果累积 4 000 个脉冲,这种情况下从图 3 可知每路强度的解算精度约为 2%。

(1) 线偏实验:首先采用线偏振光对探测系统进行定标。令激光器直接入射探测系统,用偏振片与 1/2 波片对入射光进行调制,使其产生不同偏振方向的线偏振光。

分别令入射线偏振光偏振方向为 10° 、 30° 、 50° ... 170° ,分别探测,根据所探测的斯托克斯参量与斯托克斯参量理论值拟合出仪器矩阵,如 1.3 节所述过程,仪器矩阵为:

$$M_{\text{线}} = \begin{pmatrix} 5.4995 & -1.2141 & -0.7926 & 1.9424 \\ -10.8856 & 9.1683 & -7.8913 & 3.6925 \\ -9.5823 & -5.6655 & -18.4475 & -1.6735 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

使用定标好的仪器矩阵对 $0^\circ \sim 180^\circ$ 线偏振光进行测量,变化步长为 10° ,测量的结果如图 4 所示。

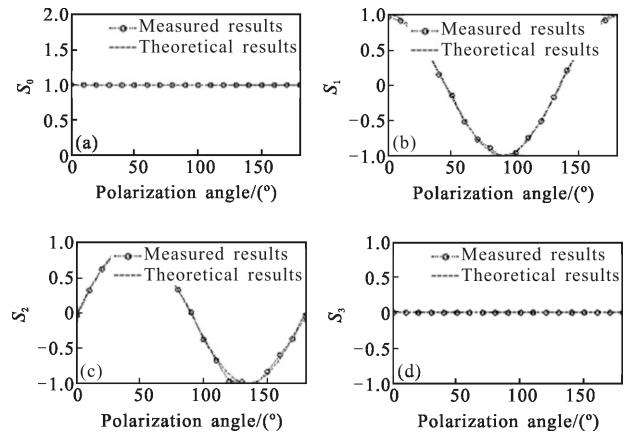


图 4 线偏振实验探测结果

Fig.4 Experimental detection results of linear polarization

图 4 中虚线为理论曲线,实线为实验测量结果,其中由于测量结果进行了归一化表示,所以 S_0 始终为 1,由于是线偏情况所以 S_3 始终为 0。从 S_1 和 S_2 可以看出从 $0^\circ \sim 180^\circ$ 任意角度的实验结果和理论结果符合地很好。

根据偏振度公式 $P = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}$ [15],可以计算得到探测结果的偏振度,并定义偏振度误差为 $P_{\text{误差}} = \frac{P - P_{\text{理论}}}{P_{\text{理论}}}$,这里线偏振光理论上偏振度为 1,即 $P_{\text{理论}} = 1$ 。统计 $0^\circ \sim 180^\circ$ 的探测结果,偏振度的平均误差为 3.95%。

(2) 圆偏实验:利用线偏振片与 1/4 波片对入射光调制,通过旋转 1/4 波片产生不同形态的椭圆偏振光。分布令 1/4 波片的光轴方向为 5° 、 15° 、 25° ... 175° ,分别探测,根据所探测的斯托克斯参量与斯托克斯参量理论值拟合出仪器矩阵,如 2.3 节所述过程,仪器矩阵为:

$$M_{\text{圆}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3287 & 0.8079 & 0.4516 & -0.0661 \\ -0.3625 & 0.0604 & -1.2446 & 0.2822 \\ 0.1326 & -0.1185 & -0.1103 & 0.8460 \end{pmatrix}$$

然后令 1/4 波片的光轴方向取 $0^\circ \sim 180^\circ$,变化步

长为 10° , 测量的结果如图 5 所示。

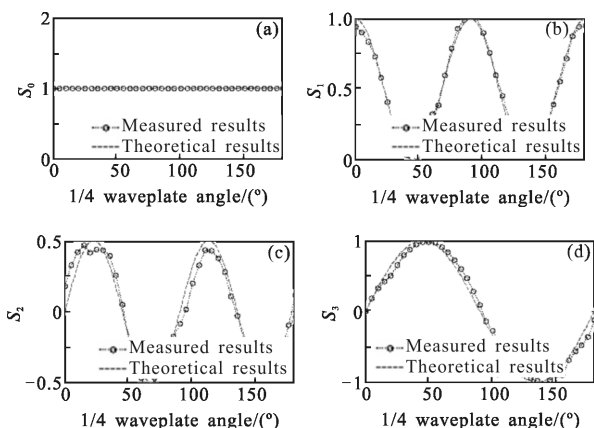


图 5 椭圆偏振实验探测结果

Fig.5 Experimental detection results of elliptical polarization signal

图 5 中虚线为理论曲线, 实线为实验测量结果, 其中由于测量结果进行了归一化表示, 所以 S_0 始终为 1, 从 S_1, S_2 和 S_3 可以看出从 $0^\circ \sim 180^\circ$ 任意角度的实验结果和理论结果符合地很好, 统计 $0^\circ \sim 180^\circ$ 的探测数据, 得到任意椭圆偏振态情况下偏振度的平均误差为 5.84%。

3 结 论

文中从理论和实验上验证了基于四路 Gm-APD 单光子探测器的光子偏振探测方案。通过 Gm-APD 探测器的泊松响应模型推导了回波微弱信号的强度解算公式, 实现了光强的精确解算。基于强度解算进一步又给出了微弱信号的偏振信息。最后搭建了四路 Gm-APD 的光子偏振探测系统试验系统, 并对线偏振光与椭圆偏振光分别进行实验验证, 实验表明, 实验结果和理论符合地很好, 线偏振的平均误差为 3.95%, 椭圆偏振的平均误差为 5.84%。目前方案仍在进一步深入研究, 发现该系统仍有很多改进空间, 例如很多器件的参数指标在信号微弱到光子量级时, 随机波动性和不稳定性都会凸显出来。而且也在进一步探索量子增强技术提高该系统的探测性能。

参 考 文 献:

[1] Schildknecht T, Musci R, Ploner M, et al. Optical observation of space debris in the geostationary ring [C]//

Space Debris, 2001, 473: 89-93.

[2] Schildknecht T, Musci R, Ploner M, et al. Optical observations of space debris in GEO and in highly-eccentric orbits[J]. *Advances in Space Research*, 2004, 34(5): 901-911.

[3] Kirchner G, Koidl F, Friederich F, et al. Laser measurements to space debris from Graz SLR station [J]. *Advances in Space Research*, 2013, 51(1): 21-24.

[4] Wang Weibing, Wang Tingfeng, Guo Jin. Research on orbit determination technology for space target based on method of tracking with double satellites and double cameras [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 35(1): 112006. (in Chinese)

[5] Jiang Tiezhen, Xiao Wenshu, Li Dasheng, et al. Feasibility study on passive-radar detection of space targets using spaceborne illuminators of opportunity [J]. *Journal of Radars*, 2014, 3(6): 711-719. (in Chinese)

[6] Zhu Jiang, Liao Guisheng, Zhu Shengqi. Space group debris imaging based on block-sparse method [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(3): 587-593. (in Chinese)

[7] Li Yuqiang, Li Rongwang, Li Zhulian, et al. Application research on space debris laser ranging[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(11): 3324-3329. (in Chinese)

[8] Prochazka I, Kodet J, Blazej J, et al. Photon counting detector for space debris laser tracking and lunar laser ranging [J]. *Advances in Space Research*, 2014, 54(4): 755-758.

[9] Daneshpanah M, Javidi B, Watson E A. Three dimensional object recognition with photon counting imagery in the presence of noise[J]. *Opt Express*, 2010, 18(25): 26450-26460.

[10] Aull B F, Loomis A H, Young D J, et al. Geiger-mode avalanche photodiodes for three-dimensional imaging [J]. *Lincoln Lab J*, 2002, 13(2): 335-350.

[11] Krichel N J, McCarthy A, Buller G S. Resolving range ambiguity in a photon counting depth imager operating at kilometer distances[J]. *Opt Express*, 2010, 18(9): 9192-9206.

[12] Massa J S, Wallace A M, Buller G S, et al. Laser depth measurement based on time-correlated single-photon counting [J]. *Opt Lett*, 1997, 22(8): 543-545.

[13] Yuan P, Sudharsanan R, Bai X G, et al. 32x32 Geiger-mode LADAR cameras[C]//SPIE, 2010, 7684: 76840C.

[14] Fouche D G. Detection and false-alarm probabilities for laser radars that use Geiger-mode detectors [J]. *Applied Optics*, 2003, 42(27): 5388-5398.

[15] Hayman M, Thayer J P. General description of polarization in lidar using Stokes vectors and polar decomposition of Mueller matrices[J]. *JOSA A*, 2012, 29(4): 400-409.