

多孔径压缩编码超分辨率大视场成像方法

袁 影, 王晓蕊, 吴雄雄, 穆江浩, 张 艳

(西安电子科技大学 物理与光电工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 多孔径成像是一种融合了仿生复眼视觉的新型成像方法, 具有小型化、大视场、高分辨率等多种优势, 但由于每个子孔径对应的单元图像分辨率过低, 导致其成像质量和视场角的提升十分有限。为了进一步提高成像分辨率和探测视场, 基于压缩感知理论设计随机编码模板, 并紧贴子孔径放置对入射光场进行调制, 通过单次曝光记录编码后的低分辨率单元图像阵列, 利用稀疏优化算法, 重构所有低分辨率单元图像获得超分辨率大视场图像。理论分析和仿真实验证明了该方法的有效性。该方法不仅能兼顾大视场高分辨率成像, 而且大大缩小系统等效焦距, 具有薄层结构, 体积小而重量轻, 可为微光机电一体化系统的研制设计提供借鉴。

关键词: 多孔径成像; 压缩感知; 超分辨率; 大视场; 优化算法

中图分类号: TN29 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201746.0824001

Multi-aperture super-resolution and wide-field imaging method using compressive coding

Yuan Ying, Wang Xiaorui, Wu Xiongiong, Mu Jianghao, Zhang Yan

(School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Multi-aperture imaging is a new imaging method combining with compound eye concept, which has a small size, large field of view, high-resolution images reconstruction and other advantages. However, due to the low resolution of sub-images, the improvements for the image resolution and field of view are very limited. A novel imaging method which could achieve both super-resolution and large field of view was proposed. The random coded mask was designed based on the framework of compressive sensing and placed on each sub-aperture. Instead of directly imaging and converging on the image sensor, the incident light field of each sub-aperture would be modulated by the coded mask. Then, the random projections of the input object could be acquired by the low-dimension image sensor within a single exposure. Finally, the sparse representation-based optimization algorithm was applied to reconstruct super-resolution and large field of view images from all low-resolution sub-images, which had more object pixels than the number of pixels of the image sensor. Both the theoretical model and simulation results show the feasibility of the proposed method.

收稿日期: 2016-12-05; 修订日期: 2017-01-03

基金项目: 国家自然科学基金(61377007, 61007014, 61575152)

作者简介: 袁影(1989-), 女, 博士生, 主要从事三维显示及超分辨率成像方面的研究。Email: yuanying1989@126.com

导师简介: 王晓蕊(1976-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事红外与光电系统设计、三维光学成像与立体显示等方面的研究。

Email: xrwang@mail.xidian.edu.cn

Moreover, this method greatly reduces system equivalent focal length and has a thin structure, which can provide theoretical guidance for the design and application of the micro-optical electromechanical system.

Key words: multi-aperture image; compressed sensing; super-resolution; large field of view; optimization algorithm

0 引言

传统单孔径的探测成像系统普遍存在视场小、体积大、分辨率低的问题,为了克服这一问题,国内外研究者将复眼视觉仿生技术应用到探测成像系统中,提出了多孔径探测成像系统^[1-2]。最典型的多孔径结构是 2000 年提出的 TOMBO 紧凑型可绑定超薄图像观测系统^[3-5],由微透镜阵列、分隔层和光探测器阵列组成,利用高分辨率重构算法实现了低分辨率子图像的重构,将重点放在后期图像处理上,避免了通过减小像元尺寸或增加像元数量来提高分辨率而导致系统复杂度的上升。2006 年,美国斯坦福大学利用 CMOS 技术设计加工了 $0.7\ \mu\text{m}$ 像素的多孔径成像传感器,实现了最薄构造的 TOMBO 成像系统。同年,杜克大学将多孔径成像系统应用于红外军事领域,研制了超薄红外多孔径成像探测系统^[6-8],为多孔径成像在军事探测领域的应用迈出了实质性的一步。

多孔径一定程度上可以缓解系统分辨率与探测视场之间的矛盾,但由于子图像分辨率过低,限制了成像质量的提升。新型的压缩感知(Compressed Sensing, CS)理论^[9-10]为人们提供了新的思路。CS 是一种全新的信号采样、压缩和重构方法,它充分利用目标信号结构的稀疏性,通过远低于 Nyquist 采样定理的低维非相关测量,实现高维稀疏信号的采集,信号的投影观测数据远小于传统方法获得的数据量,使得从低分辨率观测获得高分辨率图像成为可能。2007 年 Rice 大学设计出了一种新型单像素相机^[11],通过单个像素多次测量重建原始场景,首次成功将 CS 理论应用于实际成像系统。2008 年, Rommel 等人^[12-14]提出了一种压缩编码孔径成像方法,能够快速成像且不需要复杂的成像装置,成像框架易扩展到动态场景中,解决了单像素相机的实时性问题。2011 年,国防科学技术大学肖龙龙等人^[15]针对红外探测器像元尺寸过大的问题,在光学系统的焦平面

处放置编码掩膜,使得红外探测器得到被观测场景的压缩采样,再通过稀疏优化算法重构高分辨率图像。该方法利用空间多路技术实现了对同一场景的多次压缩采样,不能有效扩大观测视场。此外,CS 理论已被广泛应用到红外成像^[16]、偏振成像^[17]、图像复原^[18]等领域,有效的提高了成像质量,缓解了高维信号采集、存储、传输的压力。

为了兼顾高分辨率和大视场成像,将 CS 理论应用到多孔径成像系统中,在透镜阵列前放置特定的光学器件,对入射光场进行编码,再由探测器记录编码后的光场,利用低分辨率的子图像阵列和后期图像优化算法,实现了大视场高分辨率成像。该方法可以大幅度减小成像系统焦距,具有体积小、重量轻的特点,在微型光电系统中具有广泛的应用前景。

1 理论基础

1.1 多孔径成像原理

多孔径成像结构由微透镜阵列、孔径光阑(分隔层)和探测器阵列组成。整个系统为平面结构,分别采用微透镜阵列和图像探测器作为入射光场采集和接收元件,每个微透镜的成像范围覆盖光电探测器上多个光敏单元,形成一个小的成像单元,子通道之间独立成像。如图 1 所示,为平面型多孔径成像系统一维示意图, d 表示相邻微透镜间距, f 表示每个微

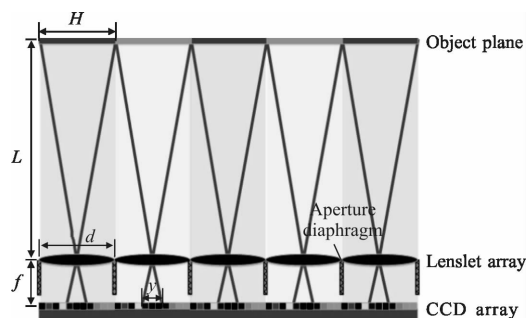


图 1 平面型多孔径成像系统示意图

Fig.1 Schematic diagram of the planar multi-aperture imaging system

透镜的焦距,即为系统的等效焦距, y 为每个子系统在探测器上的成像大小。系统的每一个子单元都对应一个探测器阵列,可探测到该子单元视场内的所有场景信息。

假设系统中所有微透镜参数相同,令每个透镜的视场角为 α ,微透镜个数为 N ,像平面上的像素数目为 n ,单个探测器像素尺寸为 d_i ,系统物距为 L ,每个子孔径对应的物方空间采样区域大小为 H ,每个子系统要独立地对物方空间成像,每个微透镜必须在固定的视场范围成像,对应图 1 中的每一个微透镜所在的子成像单元。则由几何光学成像公式有:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{H}{2L}\right) \quad (1)$$

当每个子系统以视场角 α 成像时,多孔径系统恰好可以获得全部物平面信息。对应到每个微透镜在探测器阵列上的成像大小 y 为:

$$y = \alpha \cdot f \quad (2)$$

$$H = L \cdot \alpha \quad (3)$$

所以视场角也可以表示为:

$$\alpha = 2\arctan\left(\frac{y}{2f}\right) = 2\arctan\left(\frac{n \cdot d_i}{2f}\right) \quad (4)$$

当观测物体远离探测器时,则公式(4)可近似为:

$$\alpha = \frac{y}{f} = \frac{n \cdot d_i}{2f} \quad (5)$$

微透镜的结构参数主要由微透镜前后表面的曲率半径 r_1 、 r_2 以及透镜的厚度 d 来决定。在实际应用中,平面型多孔径成像系统采用的微透镜一般为平凸透镜,微透镜的焦距可以由下式获得:

$$f = \frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2-r_1)+(n-1)d]} \quad (6)$$

平凸透镜的焦距为:

$$f = \frac{r_1}{n-1} \quad (7)$$

为了使整个结构紧凑且获得较大的景深,子孔径的焦距不宜过大。固定成像视场范围,不同的物距得到不同的视场角与成像范围,视场角与成像大小都随着物距的增大而减小。如图 2(a)为多孔径结构,等效为相同口径的单孔径成像系统如图 2(b)。利用相似三角形关系,保持多孔径成像系统的总孔径长度 $D = Nd$ 不变,多孔径成像系统与相同口径的单孔径成像系统满足如下关系:

$$f = \frac{F}{N} \quad (8)$$

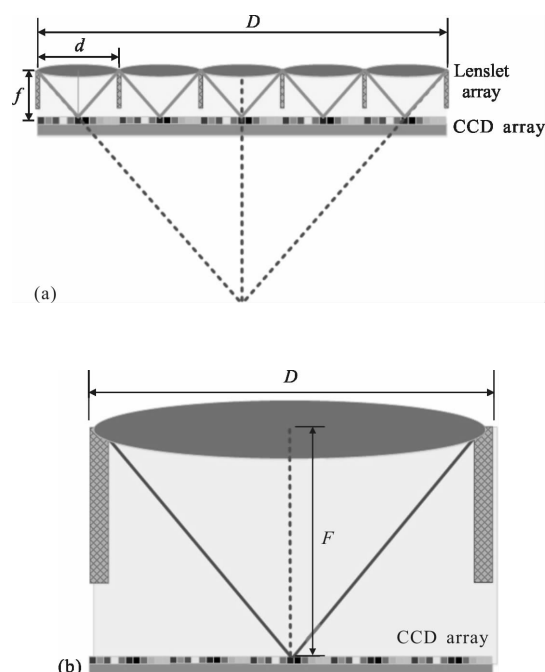


图 2 多孔径与单孔径成像系统对比示意图

Fig.2 Multi-aperture imaging system compared with a single aperture system

采用多孔径成像系统,等效焦距为相同口径单透镜成像系统的 $1/N$ 。系统采用普通的折射型微透镜,透镜焦距相对传统成像系统大大减小,系统厚度的缩小使多孔径系统成为真正意义上的微缩成像系统。目前杜克大学已经制作出 3×3 的多孔径红外成像系统,系统焦距 1.9 mm ,总体系统长度 2.3 mm ,其成像质量等效于焦距 5.7 mm 以及总体系统长度 26 mm 的单孔径成像系统^[7]。

1.2 压缩感知理论

压缩感知的核心思想^[9-10]是:只要信号 f 是可压缩的或在某个正交基下稀疏,那么利用一个与变换基不相关的观测矩阵将高维信号投影到一个低维空间上,然后通过求解凸优化问题就能从少量测量值 y 中以高概率重构原信号。令 Φ 为 $M \times N$ 维观测矩阵, Ψ 为 $N \times N$ 维稀疏分解矩阵, $M \ll N$, x 为含有少数非零值的稀疏向量, $\Theta = \Phi\Psi$ 为测量矩阵和稀疏基组成的感知矩阵, w 为高斯白噪声,则压缩测量过程表示为:

$$y = \Phi f + w = \Phi\Psi x + w = \Theta x + w \quad (9)$$

$$f = \Psi x \quad (10)$$

此处需要强调的是观测矩阵 Φ 的形式不依赖

于原始信号 f , 即整个观测过程不必自适应, 它是独立于信号的形式而存在的; 另外 Ψ 可以认为是由任意一组将信号 f 分解为稀疏形式的正交基组成的矩阵。

当感知矩阵 Θ 满足有限等距(RIP)性质时, N 维原始信号 f 可通过 M 维观测值 y 恢复出来。研究表明: 当测量矩阵 Φ 为高斯随机矩阵、二值贝努力矩阵、局部哈达玛矩阵和托普利兹矩阵局等时, 感知矩阵 Θ 以较大概率满足 RIP 性质, 求解以下 l^1 优化问题, 将产生一个高精度估计值 $\hat{f}^{[19-20]}$:

$$\begin{aligned} \hat{x} = \operatorname{argmin} \|x\|_1 \quad \text{subject to } \Theta x = y \\ \hat{f} = \Psi \hat{x} \end{aligned} \quad (11)$$

上式可变形为线性规划问题来求解, 已有多种用算法可以求解该凸优化问题, 如: 基追踪(Basis Pursuit, BP)算法、最小全变分(Total Variation, TV)算法、匹配追踪 (Matching Pursuits, MP) 算法以及 Bregman 迭代算法等^[21]。为了兼顾计算复杂度和重构精度, 采用梯度投影稀疏重建(Gradient Projection for Sparse Reconstruction, GPSR)^[22]算法对多孔径图像进行优化重构。

2 多孔径随机编码超分辨率大视场成像模型

在光学物理实现过程中, 利用编码技术实现压缩测量, 在多孔径成像系统前放置随机编码模板, 对子孔径内的光场信息进行整体混叠调制, 每一个测量都是多个信号采样或图像像素的函数。当光路通过编码模板后, 光场信息被编码, 引入更加复杂的系统点扩散函数, 整个光学成像系统的 MTF 也会随之改变。编码模板的加入会导致光学成像系统的 MTF 值减小, 但是在有离焦量的情况下不会出现零值, 所以图像细节信息不会丢失。

首先分析每个子孔径的压缩成像模型, 然后将其扩展到多孔径系统。对于一般图像而言, 其空域往往是复杂的, 不满足稀疏性, 所以需要寻找合适的稀疏基进行稀疏表示, 选取小波基对图像进行稀疏表示:

$$f = W \cdot x \quad (12)$$

式中: f 为源图像; W 为小波基矩阵; x 为源图像的稀疏表达形式。

压缩编码成像方法仅利用单次测量获得的少量观测数据即可重建高分辨率图像。压缩编码成像的

关键是设计并加入编码模板以实现压缩采样。在透镜成像系统中, 加入编码模板会使系统点扩散函数发生变化。根据傅里叶光学理论, 在非相干光成像系统中, 压缩编码成像系统的点扩散函数 h 为:

$$h = |\zeta(P)|^2 \quad (13)$$

式中: $\zeta(\cdot)$ 为傅里叶变换算子; P 为系统光瞳函数。编码模板 P 可设计为二值模板, 也可设计为多值模板, “0”和“1”分别代表光线被遮挡和穿过, $[0, 1]$ 之间的数值表示光线按比例部分穿过或遮挡。忽略系统噪声, 压缩编码成像观测模型可表示为:

$$Y = D(F * h) \quad (14)$$

式中: F 表示探测器上理想像; $D(\cdot)$ 为降采样算子。

用 H 表示 h 的傅里叶变换, F 表示二维傅里叶变换矩阵, 则 $H = \zeta(h) = Fh$ 。引入 $n^2 \times n^2$ 维对角矩阵 C_H , 其对角元素为矩阵 H 中的元素, R 为 $k \times n^2$ 维矩阵, 引入压缩矩阵 $A, A = F^{-1} C_H F$ 。则观测模型等价的向量表达形式为:

$$y = Rf = DAf \quad (15)$$

式中: $y = \operatorname{vec}(f); f = \operatorname{vec}(F), \operatorname{vec}(\cdot)$ 表示矩阵的列向量化; D 为降采样矩阵; R 为从 A 中随机抽取 k 行组成 $k \times n^2$ 维矩阵。将公式(12)小波稀疏分解形式带入公式(15)得:

$$y = RWx = DAWx \quad (16)$$

能够在孔径编码成像系统中应用压缩感知理论的关键是, 使设计的编码模板对应的传感矩阵 RW 满足 RIP 性质。Bajwa 等人证明如果 A 为 $n^2 \times n^2$ 维块循环矩阵且第一行元素符合某种随机概率分布 (如随机高斯分布), 则 AW 以高概率满足 RIP 性质。 $R = DA$, 欠采样算子 D 不影响矩阵的 RIP 性质, 则 RW 也将以高概率满足 RIP 性质^[23]。

多孔径压缩编码成像系统中, 每个子孔径均按照上述机理成像, 子孔径间相互独立且对不同区域成像, 最后利用优化重构算法获得超分辨率大视场图像。物理实现时, 采用空间光调制器(SLM)进行光场随机编码, SLM 可看作一块透射率分布按照需要快速变化的透明薄片, 能够提供实时的一维或二维光学运算。在每个子孔径紧贴透镜处放置一个 SLM, 经过调制混叠的光场投影到低密度的 CCD 阵列上, 直接采样获得低分辨率编码图像。图 3 给出了 2×2 多孔径压缩编码成像系统示意图。整个系统由透镜阵列、SLM、以及 CCD 阵列构成。SLM 输出的

编码模板对光场信息进行编码, 然后经由光学系统聚焦到 CCD 焦平面上, 记录的数据输入计算机后利用优化算法进行超分辨率图像重建。将公式(16)的单孔径压缩编码成像模型扩展到多孔径系统, 每个子孔径对应的观测矩阵 A 和稀疏基 W 均相同, 则多孔径压缩编码成像模型为:

$$y_i = RWx_i = DAWx_i \quad (17)$$

式中: 下标 $i=1, 2, \dots, l$ 表示对第 i 个孔径, l 为多孔径成像系统的通道个数。对各个通道的压缩测量值求解如下最优化问题:

$$\hat{x}_i = \underset{q}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2} \|y_i - RWx_i\|_2^2 + \tau \|x_i\|_1$$

$$\hat{f}_i = Wq\hat{x}_i \quad (18)$$

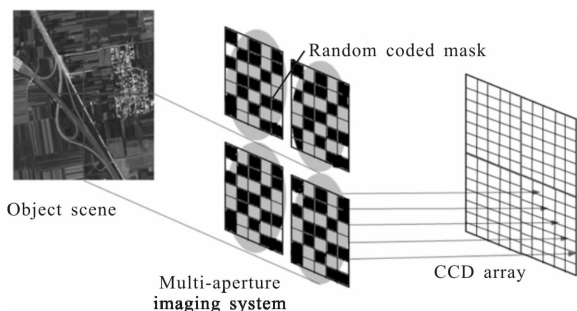


图 3 2×2 多孔径压缩编码成像系统原理图

Fig.3 Schematic diagram of 2×2 multi-aperture compressive coding imaging system

根据孔径间的位置关系对子图像阵列进行拼接融合, 获得超分辨率大视场重构图像 G , 用数学公式描述为:

$$G = \operatorname{arrange}(\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_l) \quad (19)$$

式中: G 表示重组图像; $\operatorname{arrange}(\cdot)$ 代表由子孔径排列方式决定的图像重组函数。

3 实验仿真

对分辨率为 768×768 像素的遥感图像 (图 5(a)) 进行模拟仿真。采用 3×3 多孔径系统观测不同区域, 则每个子孔径对 256×256 像素的原始场景进行采样, 观测区域彼此相邻。每个子孔径使用相同的随机编码模板, 分辨率为 256×256 像素, 如图 4 所示。每个子孔径利用 128×128 像素的低分辨率 CCD 阵列进行采样, 获得的子图像阵列如图 5(b)所示, 等效于对 256×256 像素的高分辨率场景先编码后进行四分

之一降采样。采用 GPSR 算法即可重构出 256×256 像素的超分辨率子图像阵列, 最后拼接整合成 768×768 像素的高分辨率大视场图像(图 5(c))。为了便于对比分析, 利用像素数为 128×128 的 CCD 阵列对每一个子孔径区域直接进行四分之一降采样, 获得一幅 384×384 像素的降采样对比图像(图 5(d))。

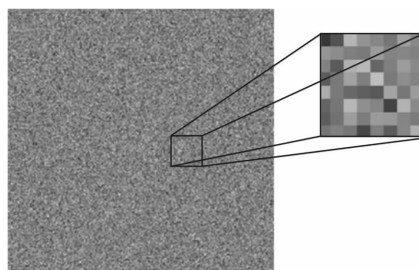
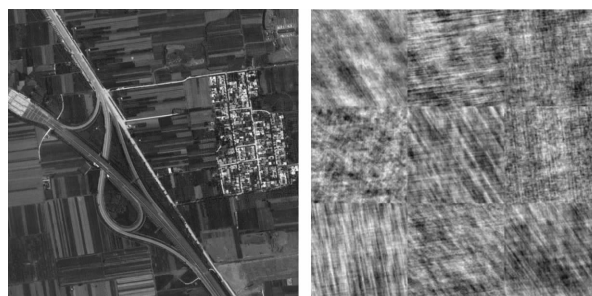


图 4 压缩编码模板

Fig.4 Compressive coded mask

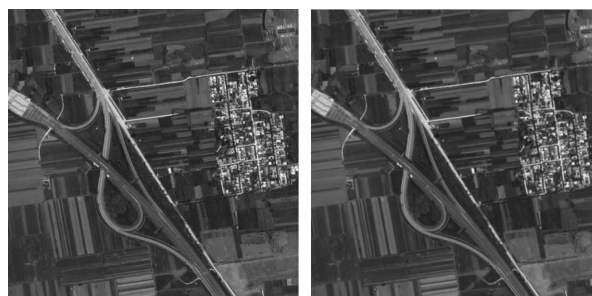


(a) 原始图像

(b) 3×3 多孔径压缩编码采样

(a) Original image

(b) 3×3 multi-aperture compressive coding sampling



(c) 重构图像

(d) 降采样图像

(c) Reconstructed image

(d) Down-sampling image

图 5 多孔径压缩编码成像仿真

Fig.5 Simulation results of multi-aperture compressive coding imaging

3×3 多孔径成像系统对于观测视场的扩大显而易见, 相对于单孔径成像系统, 由于每个子孔径对不同区域成像, 相当于观测视场扩大了 9 倍。为更加直观地评价图像质量的提升, 选取原始图像、重构图像、降采样图像的同区域进行等比例放大, 获得相

应的局部细节放大图像,如图 6 所示。人眼主观判断可以得出,重构图像细节质量明显优于降采样图像细节,原始图像中道路上的白色虚线在重构图像中可以清晰分辨,而降采样图像已经模糊不清。

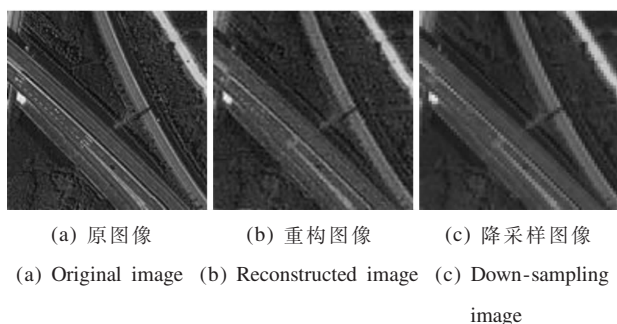


图 6 局部细节放大图像

Fig.6 Enlarged images of locally detail information

采用标准化均方误差(MSE)和峰值信噪比(PSNR)对降采样图像和重构图像进行定量评价,由表 1 可以看出,压缩编码成像方法获得的重构图像 MSE 小于传统成像方法获得的降采样图像,而 PSNR 大于降采样图像,这说明在光学成像系统中引入压缩编码模板,可以有效提高系统成像质量。

表 1 重构图像与降采样图像 PSNR

Tab.1 PSNR values of reconstructed images and down-sampling images

	MSE/dB	PSNR/dB
Fig.5(c)	0.0577	25.3924
Fig.5(d)	0.0714	22.9368

4 结 论

作为一种新型的成像系统,基于仿生复眼的多孔径成像系统具有自己特有的优点。通过多路子眼对物空间的成像获得单元图像阵列,经过一系列的图像处理算法,重构完整的大视场图像。利用子孔径位置的相关性和立体视觉技术获得目标的三维信息。此外,多孔径结构大大缩减了系统焦距,具有体积小、实现简单、计算复杂度低的特点。然而,传统的多孔径成像存在子图像分辨率过低的问题。文中利用随机编码模板将压缩感知理论运用到多孔径成像系统中,单次曝光获取低分辨率采样,结合稀疏优化算法,实现超分辨率大视场成像。仿真结果表明,采

用 3×3 的多孔径成像系统可以明显扩大观测视场,同时利用多孔径压缩编码对高分辨率图像进行四分之一降采样,重构图像质量优于传统降采样成像方法。

参 考 文 献 :

- [1] Gong Xianwei, Yu Weixing, Zhang Hongxin, et al. Progress in design and fabrication of artificial compound eye optical systems[J]. *Chinese Optics*, 2013, 6(1): 34-45. (in Chinese) 巩宪伟, 鱼卫星, 张红鑫, 等. 仿生复眼成像系统设计与控制的研究进展[J]. *中国光学*, 2013, 6(01):34-45.
- [2] Wang Xiaolei, Wang Keyi, Cao Zhaolou, et al. Location of the target image for compound eye system [J]. *Infrared & Laser Engineering*, 2013(1): 36-38. (in Chinese) 王小蕾, 王克逸, 曹兆楼, 等. 目标定位仿生复眼视觉系统成像位置计算[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(12): 3433-3439.
- [3] Tanida J, Kumagai T, Yamada K, et al. Thin observation module by bound optics (TOMBO): an optoelectronic image capturing system[C]//SPIE, 2000, 4086(11): 1030-1036.
- [4] Tanida J, Kumagai T, Yamada K, et al. Thin observation module by bound optics (TOMBO): concept and experimental verification[J]. *Applied Optics*, 2001, 40(11): 1806-13.
- [5] Kanaev A V, Ackerman J R, Fleet E F, et al. TOMBO sensor with scene-independent superresolution processing [J]. *Optics Letters*, 2007, 32(19): 2855-7.
- [6] Fife K, Gamal A E, Wong H S P. A 3MPixel multi-aperture image sensor with 0.7 μm pixels in 0.11 μm CMOS [C]// Solid-State Circuits Conference, 2008. ISSCC 2008. IEEE International, 2008: 48-594.
- [7] Shankar M, Willett R, Pitsianis N P, et al. Ultra-thin multiple-channel LWIR imaging systems [C]//SPIE, 2006, 6294: 629411.
- [8] Shankar M, Willett R, Pitsianis N. Thin infrared imaging systems through multichannel sampling [J]. *Applied Optics*, 2008, 47(10): 1-10.
- [9] Donoho D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [10] Donoho D L, Tsaig Y. Extensions of compressed sensing[J]. *Signal Processing*, 2006, 86(3): 533-548.
- [11] Maro F Duarte, Mark A Davenport, Dharmal Takhar, et al. Signal pixel imaging via compressive sampling[J]. *IEEE Sig Pro Mag*, 2008, 25(2): 83-91.
- [12] Marcia R, Harmany Z, Willett R. Compressive coded apertures for high-resolution imaging [C]//SPIE, 2010, 7723: 772304.

- [13] Marcia R F, Harmany Z T, Willett R M. Compressive coded aperture imaging [C]//IS&T/SPIE Electronic Imaging. International Society for Optics and Photonics, 2009, 7246: 72460G.
- [14] Marcia R F, Willett R M. Compressive coded aperture super-resolution image reconstruction[C]//Pro of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2008: 833–836.
- [15] Xiao Longlong, Liu Kun, Han Dapeng, et al. Focal plane coding method for high resolution infrared imaging [J]. *Infrared & Laser Engineering*, 2011, 40 (11): 2065–2070. (in Chinese)
肖龙龙, 刘昆, 韩大鹏, 等. 焦平面编码高分辨率红外成像方法[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(11): 2065–2070.
- [16] Deng Chengzhi, Tian Wei, Wang Shengqian, et al. Super-resolution reconstruction of approximate sparsity regularized infrared images [J]. *Optics & Precision Engineering*, 2014, 22(6):1648–1654. (in Chinese)
邓承志, 田伟, 汪胜前, 等. 近似稀疏正则化的红外图像超分辨率重建[J]. 光学精密工程, 2014, 22(6): 1648–1654.
- [17] Wang Peng, Rong Zhibin, He Junhua, et al. Polarization imaging based on compressed sensing theory [J]. *Infrared & Laser Engineering*, 2016, 45(2): 274–280. (in Chinese)
王朋, 荣志斌, 何俊华, 等. 基于压缩感知的偏振光成像技术研究[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(2): 274–280.
- [18] Chen Jian, Gao Huibin, Wang Weiguo, et al. Correlation theory of super-resolution restoration method [J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(6): 897–910. (in Chinese)
陈健, 高慧斌, 王伟国, 等. 超分辨率复原方法相关原理研究[J]. 中国光学, 2014, 7(6): 897–910.
- [19] Candes E J. The restrictes isometry property and its implications for compresses sesing [J]. *Academics*, 2006, 346 (1): 598–592.
- [20] Haupt J, Nowak R. Signal reconstruction from noisy random projections [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2006, 52(9): 4036–4048.
- [21] Li Shen, Ma Caiwen, Li Yan, et al. Survey on reconstruction algorithm based on compressive sensing [J]. *Infrared & Laser Engineering*, 2013, 42(S1): 225–232. (in Chinese)
李坤, 马彩文, 李艳, 等. 压缩感知重构算法综述[J]. 红外与激光工程, 2013, 42(S1): 225–232.
- [22] Figueiredo M A T, Nowak R D, Wright S J. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1 (14): 586–598.
- [23] Bajwa W, Haupt J, Raz G, et al. Toeplitz-structured compressed sensing matrices [C]//Pro of IEEE SP 14th Workshop on Statistical Signal, 2007: 294–298.