

适用于激光点云配准的重叠区域提取方法

王 帅¹, 孙华燕², 郭惠超²

(1. 装备学院 研究生院, 北京 101416; 2. 装备学院 光电装备系, 北京 101416)

摘 要: 多视角激光点云的配准是目标三维重建的基础, 而点云之间重叠区域的提取对提高配准效率具有重要意义。提出了一种基于区域分割的重叠区域提取方法, 首先使用谱聚类按照几何结构特征对各视角点云区域分割, 然后对各个区域建立 ESF 多维形状描述符。对提取的描述符计算两两之间的欧式距离, 描述符之间欧式距离最近的区域即为点云之间的重叠区域。实验证明: 算法对激光点云噪声及初始位姿等因素表现稳定, 在点云采集视角差异较大的情况下仍能完成重叠区域的提取。在仿真的四组点云测试中, 点云的重叠率平均提高了 14.3%, 在实际采集的多视角点云测试中, 点云的重叠率平均提高了 13.3%。

关键词: 激光三维成像; 点云配准; 谱聚类; ESF

中图分类号: TN249 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201746.S126002

Overlapping region extraction method for laser point clouds registration

Wang Shuai¹, Sun Huayan², Guo Huichao²

(1. Department of Postgraduate, The Academy of Equipment, Beijing 101416, China;

2. Department of Optical and Electrical Equipment, The Academy of Equipment, Beijing 101416, China)

Abstract: Multi-view laser point cloud registration is the basis of three dimension reconstruction, and the extraction of overlapping regions in multi-viewpoint laser point clouds is of great values to improve the efficiency of laser point cloud registration. A method of overlapping regions extraction based on region segmentation was presented, the spectral clustering was used to segment the point clouds of each viewpoint according to the geometric structure, and then a multi-dimensional shape descriptor was created for each region. The Euclidean distances were calculated for each extracted descriptor, the area with nearest Euclidean distance between descriptors was the overlapping area between point clouds. Experiments show that the algorithm is stable to the laser point clouds noise and the initial position, and the algorithm could still complete the extraction of overlapping regions in the case of large differences between point clouds. With the simulated multi-viewpoint point clouds, the overlap ratio increased by an average of 14.3%. And with the actual multi-viewpoint point clouds, the overlap ratio increased by an average of 13.3%.

Key words: laser 3D imaging; point cloud registration; spectral clustering; ESF

收稿日期: 2017-06-05; 修订日期: 2017-07-11

基金项目: 国家自然科学基金(61302183)

作者简介: 王帅(1991-), 男, 博士生, 主要从事激光三维成像及激光雷达系统方面的研究。Email: mage1120@foxmail.com

导师简介: 孙华燕(1963-), 女, 教授, 博士生导师, 博士, 主要从事光电信息处理与对抗方面的研究。Email: shy221528@vip.sina.com

0 引言

激光三维成像具备距离远、精度高及不受光照影响等特点,已广泛应用于目标识别、姿态分析及相对导航等方面,具备很高的军事和民用价值^[1-2]。受限于视线遮挡等因素,单次成像无法获得完整目标的点云,一般采用对目标多视角采集的方式,结合点云配准统一到同一坐标系下,拼接形成完整的目标点云。点云配准是在点云之间根据特征描述符寻找对应的匹配特征点,根据多个匹配特征点对之间的变换关系解算出点云之间的刚体变换矩阵^[3-4]。不同视角点云的匹配特征点仅存在于点云之间的重叠区域,重叠区域中的匹配点所占比例要高于整个点云的匹配点所占比例。刚体变换是一种低维的线性变换,少数精确匹配的点对比多数存在误匹配的点对能更好地描述。使用整个点云进行特征点提取与匹配,计算量较大,且存在较多的误匹配。而仅使用重叠区域进行特征点提取与匹配,能够有效提高配准效率及精度^[5]。因此,不同视角的点云之间重叠区域的提取具有重要研究意义

目前国内外在点云的重叠区域提取方面已有大量的方法和应用研究。戴玉成等^[6]用 SVD 方法对点云进行粗配准之后,用特征点对确定出重叠区域,在重叠区域采用 ICP 算法进行精配准作为全局最优解,提高了配准精度。孙楠^[7]利用投影法提取重叠区域,有效减少了误匹配,但是需要点云相对关系信息。张晓娟等^[8]用遗传算法结合扫描线的曲率变化提取点云的重叠区域以提高配准效率,但是对扫描方法有一定要求。沈紫华等^[9]采用基于八叉树的区域生长 k-means 聚类进行分块,通过质心组成的近似三角形关系得出点云重叠区域,但是生长规则的定义较为复杂。刘斌等^[10]利用八叉树编码点云后提取重叠区域,但是要求点云已完成粗配准。刘新等^[11]提取粗配准后点云的轴向包围盒(Axis-aligned bounding boxes, AABB),AABB 的重叠部分即为重叠区域。韩宝昌等^[12]结合 Voronoi 图和 k-means 聚类对点云进行分割,对不同重叠率的点云赋予不同的权重,综合后得到全局的变换矩阵,有效提高了重合率较低时点云配准的准确率。综上,目前已有的提取重叠区域算法大多要求点云完成粗配准,或对点云

采集方式有一定要求,并不能适用于点云配准应用。在未知点云初始姿态等先验信息情况下提取点云重叠区域仍具有进一步研究的价值。

文中提出了一种基于区域分割的重叠区域提取方法,首先采用谱聚类方法对点云进行自适应分割得到多个区域,然后提取各个区域的 ESF 特征作为描述符进行区域匹配,实现对应重叠区域的提取。

1 方法概述

多视角激光三维成像得到的点云普遍存在以下几个特点:(1)点云存在由高斯噪声和离群点构成的复合噪声;(2)各个视角点云的相对位置和相对姿态未知,重叠区域存在着随机变化;(3)目标结构多样。这些特点要求重叠区域提取算法具有自适应性,且对噪声表现稳定。考虑到即使在不同视角的下,点云的几何结构仍然是稳定且相似的,文中首先按照点云几何特征将各个视角的点云分割为多个区域,然后再寻找点云之间几何特征最相似的对应区域作为点云的重叠区域。

1.1 点云的流形学习谱聚类分割

点云分割是提取重叠区域的基础,目标复杂多样,点云分割算法需要具备自适应性。视线遮挡会导致不同视角点云之间的差异,但点云的几何结构仍然是相似的,基于混合流形谱聚类的区域分割方法将点云看作无向图,从全局角度考虑分割问题能够很好地解析点云的几何结构,将点云按照几何结构分割。

混合流形谱聚类通过对点云构建邻接矩阵将点云中的点转换为无向图中的节点,将点与点的关系转换为无向图中的连线,如此,将分割问题转换为谱空间的聚类问题,在谱空间结合拉普拉斯矩阵的本征间隙^[13]完成点云的谱聚类自适应分割。文中利用 MPPCA^[14](Mixtures of Probabilistic PCA,混合概率主成分分析法)提取点与点之间的几何关系构建邻接矩阵。MPPCA 方法是数据分析中一种常用的流形学习方法,结合概率模型用 M 个线性 PCA 来描述点云结构,使其在具备 PCA 的总体分析结构能力的同时,避免了 PCA 对点云的类椭圆分布的要求,且增强了对复杂几何结构点云的分析能力。MPPCA 用 EM 算法得到最优描述点云分布的 M 个线性主成分分析器和每个点 x_i 对应于 M 个线性主成分分析器

的概率密度分布。假设在第 m 个线性主成分分析器中，每个点 x_i 对应于一个降维后的点 y_i ，如公式(1)所示：

$$x_i = V_m y_i + \mu_m + \varepsilon_m \quad (1)$$

式中： V_m 为第 m 个分析器的主子空间； μ_m 为分布于第 m 个分析器的所有点均值； ε_m 为噪声。 y_i 和 ε_m 均服从高斯分布。结合公式(1)和贝叶斯公式可得 x_i 关于 m 的条件分布 $p(x_i|m)$ 如公式(2)所示：

$$p(x_i|m) = (2\pi)^{-3/2} |U|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} Z^T U^{-1} Z\right] \quad (2)$$

其中

$$Z = x_i - \mu_m \quad (3)$$

$$U = \sigma_m^2 I + V_m V_m^T \quad (4)$$

目标函数 ζ_{MPPCA} 即第 m 个主成分分析器上所有点 x_i 的对数最大似然估计，如公式(5)所示：

$$\zeta_{MPPCA} = \sum_{i=1}^N \ln \left[\sum_{m=1}^M \pi_m p(x_i|m) \right] \quad (5)$$

式中： π_m 为各个主成分分析器的混合比例， $\pi_m \geq 0$ 且 $\sum_{m=1}^M \pi_m = 1$ 。利用 EM 算法使目标函数 ζ_{MPPCA} 最大化，即为描述点云的最佳参数。将此时混合比例最大的主成分分析器作为点的所在流形，则点 i 与点 j 之间的相似关系 p_{ij} 由公式(6)给出：

$$p_{ij} = \prod \text{svd}(V_{m_i}^T V_{m_j}) \quad (6)$$

定义仅当 x_i 和 x_j 互为 kNN 点时 p_{ij} 由公式(6)所得，其余为 0 以避免结构相似而不相邻的点分割在一起。由此得到点云的邻接矩阵 W 。之后，在谱空间使用一种基于图论的聚类切割方法，通过构造一个全局评价函数来得到分割最优解，切割准则为子类内部尽量相似且子类之间距离尽量较远，N-cut 准则最为常用且表现最好，其目标函数 ζ_{N-cut} 如公式(7)所示。

$$\zeta_{N-cut} = \sum_{l=1}^k \left[\sum_{x_i \in A_l, x_j \in \bar{A}_l} W(i,j) / \sum_{x_i \in A_l, x_j \in X} W(i,j) \right] \quad (7)$$

式中： $A_l (l=1, 2, \dots, k)$ 为第 l 个区域， \bar{A}_l 为 A_l 的补集，最小化 ζ_{N-cut} 值的切割方式即为符合切割准则的切割方式。非规范化拉普拉斯矩阵 L 定义为 $L = D - W$ ，其中，对角矩阵 D 为待切割图的度矩阵，其对角元素定义为 $d_i = \sum_{j=1}^N W(i,j)$ 。根据拉普拉斯矩阵的性质，最小化 ζ_{N-cut} 值的问题可以转化为最小化 L 矩阵特征值 λ 的问题。按照对应特征值由小到大从第二个特征向量开始取出 q 个特征向量， q 的值由矩阵最

大本征间隙决定。将这 q 个 N 维特征向量构成 $N \times q$ 矩阵，矩阵中第 i 行的 q 维向量即对应点 x_i 的分割特征，而最大间隙 q 即代表这最佳分割区域数。

1.2 分割区域的 ESF 匹配

不同视角点云 X_1 和 X_2 各自分割后形成两个区域集合 $\{S_1^1, S_2^1, \dots, S_m^1\}$ 及 $\{S_1^2, S_2^2, \dots, S_m^2\}$ ，分割区域匹配目的是找出两个区域集合中最相似的区域，即两个视角点云的重叠区域。

形状特征函数集合(Ensemble of Shape Functions, ESF)是点云识别中常用的描述符，由三种不同的全局形状特征构成，从距离、角度和面积三个方面描述区域特征。ESF 将点云栅格化处理，以随机选择的三个点为单位遍历区域中所有点，用 3D Bresenham 算法连接三个点，结合连线与区域表面的关系构建距离、角度和面积的分布直方图。ESF 是由统计信息得到的，受噪声及离群点影响较小，对噪声和点云部分缺失等情况表现稳定，能很好地适用于激光点云。每次选择三个点计算形状特征的过程如下。

距离特征描述：两两连接三个点并计算连线长度，根据连线与表面的关系，分为连线在表面内、在表面外、与表面相交三种情况建立三个直方图，将长度值归一化后分类到对应直方图。此外，针对连线与表面相交的情况建立描述连线在表面内与表面外比例的直方图。如图 1 所示，共 4 个直方图。

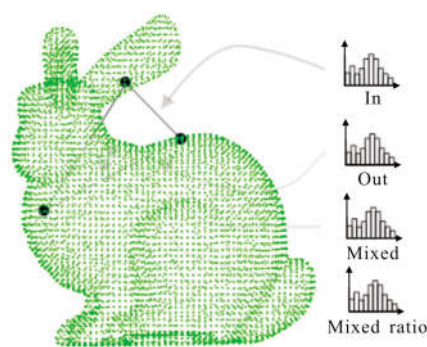


图 1 不同连线与表面关系的示意图

Fig.1 Different relationships between connections and surface

角度特征描述：通过三个点围成三角形的三个角度值构建直方图，与距离特征描述类似，按照角的对边与表面关系分为三个直方图。将角度值归一化后分类到对应直方图中。

面积特征描述：计算由三个点构成的三角形面

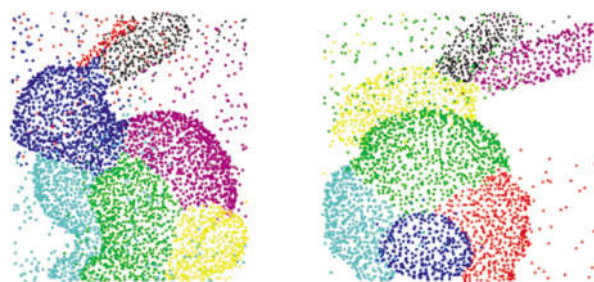
积的平方根。距离特征描述类似,按照三角形与表面的关系分为三个直方图,将面积值归一化后分类到对应直方图中。

由以上 10 个直方图的概率分布值组合构成的多维向量,从距离、角度和面积等方面综合描述区域特征。得益于栅格化点云,所有的特征描述符能够以栅格为单位进行快速计算。得到各个区域的 ESF 描述符后,两个视角点云中各区域的形状特征描述多维向量最相近的区域即为重叠区域。

2 实验与分析

2.1 多种算法的点云重叠区域提取效果对比

利用 Stanford 的 Bunny 多视角激光点云^[15]对文中算法进行测试。选择了 -90° 、 -45° 、 0° 、 45° 、 90° 等五个视角的点云进行了重叠区域提取。由于视角不同造成的视线遮挡,相邻视角点云间仅有部分重叠。按照激光点云噪声特性,对点云添加均值为 0,标准差为点云最小外包盒对角线的 0.01 倍的噪声,并且额外添加了数量为点数 0.25 倍的离群点,以模拟激光三维成像点云的复合噪声。各视角点云分割结果如图 2 所示,同一颜色的部分代表分割后的同一区域。目标的几何结构在不同视角是稳定的,由图 2 可以看出不同



(e) Bunny 45° 正视图 (f) Bunny 90° 正视图
(e) Bunny 45° front view (f) Bunny 90° front view

图 2 多视角 Bunny 点云的分割结果图

Fig.2 Segmentation results of multi-viewpoint Bunny point cloud

视角间的分割结果在几何结构上具有一定的相似性。其中图 2(a)、(b)分别为 90° 时的正视图和旋转后的侧视图,可以看出视线遮挡时采集的点云是不完整的。

对每个区域按照 ESF 构建多维特征描述符,并对点云之间的各个区域相关匹配,其中 -90° 和 -45° 的区域特征描述符之间的欧氏距离如表 1 所示。

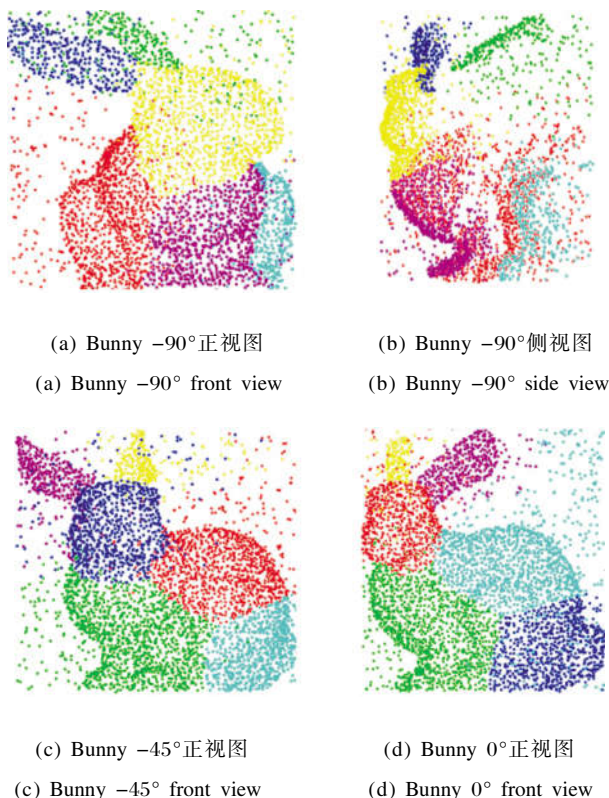
表 1 -90° 和 -45° 的区域特征描述符之间的欧氏距离

Tab.1 Euclidean distance between the regional feature descriptors in -90° and -45°

$-90^\circ/-45^\circ$	Red	Blue	Green	Yellow	Pink	Cyan
Red	0.045	0.054	0.042	0.106	0.106	0.086
Blue	0.103	0.107	0.117	0.039	0.020	0.053
Green	0.133	0.118	0.129	0.041	0.049	0.078
Yellow	0.059	0.017	0.093	0.084	0.050	0.040
Pink	0.053	0.062	0.036	0.086	0.072	0.036
Cyan	0.059	0.063	0.054	0.076	0.093	0.056

欧式距离最小的区域即为重叠区域,需要指出的是,文中算法并没有提取完整的重叠区域,而只是针对点云配准应用提取出了重叠区域中的一部分。文中以重叠区域提取前后的点云重叠率作为评价算法有效性的标准,重叠率定义为重叠表面中的点在整个点云中占比例,原始点云的重叠率由原始点云中重叠表面中的点与原始点云中点数总量比例得出,提取重叠区域后的重叠率由重叠区域中重叠表面中的点与重叠区域中点数总量比例得出。

各种算法提取重叠区域的结果如表 2 所示,其



(a) Bunny -90° 正视图 (b) Bunny -90° 侧视图
(a) Bunny -90° front view (b) Bunny -90° side view

(c) Bunny -45° 正视图 (d) Bunny 0° 正视图
(c) Bunny -45° front view (d) Bunny 0° front view

中 $-45^{\circ}\sim 0^{\circ}$ 、 $0^{\circ}\sim 45^{\circ}$ 点云差异较小, $-90^{\circ}\sim -45^{\circ}$ 、 $45^{\circ}\sim 90^{\circ}$ 点云差异较大。采用 AABB 及 Voronoi 图分割提取重叠区域算法作为对照。基于 AABB 的重叠区域提取算法与点云的初始姿态有关, 所以分为粗配准前后进行了两次测试, Voronoi 图及文中算法与点云初始姿态无关。可以看出, 在未进行粗配准之前, 基于 AABB 的重叠区域提取方法甚至会降低重叠率, 表现不佳; 粗配准之后, AABB 在点云差异较小时对重叠率没有改善, 在点云差异较大时对重叠率有一定改善, 但是效果欠佳, 且需要配准后使用。Voronoi 图的重叠区域提取算法在点云差异较小时表现良好, 在点云差异较大时表现不佳, 这是由 Voronoi 图分割的不稳定性导致的。文中算法在点云差异较大或较小时均表现稳定, 且由于文中算法基于点云几何结构, 在点云差异较大时较其他算法明显地提高了点云重叠率, 对四组数据的重叠率平均提升了 14.3%, 总体表现最好。

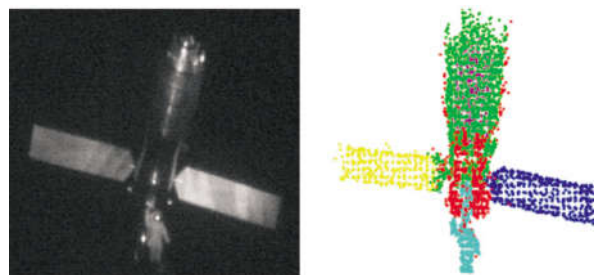
表 2 各种算法提取重叠区域结果

Tab.2 Overlapping region extraction results of various algorithms

	$-90^{\circ}\sim -45^{\circ}$	$-45^{\circ}\sim 0^{\circ}$	$0^{\circ}\sim 45^{\circ}$	$45^{\circ}\sim 90^{\circ}$
Original point cloud	55.4%	79.1%	81.7%	58.7%
AABB before rough registration	66.7%	49.9%	33.8%	15.9%
AABB after rough registration	75.1%	79.1%	81.7%	69.4%
Voronoi diagram	72.9%	78.3%	86.0%	70.2%
Method in this paper	83.1%	80.1%	80.0%	88.7%

2.2 TOF 成像的多视角点云重叠区域提取

采用 TOF 相机实际采集的点云数据测试了文中算法。TOF 成像通过计算光子飞行时间得到目标三维信息, 得到的点云噪声较大且离群点较多。以 40° 为步进, 采集了卫星模型从 $0^{\circ}\sim 120^{\circ}$ 共四个连续变化的视角点云, 利用文中算法在连续两个视角点云之间提取重叠区域进行测试, 采用文中算法分割 0° 时的卫星模型点云如图 3 所示, 提取重叠区域前后的重叠率变化如图 4 所示。



(a) 灰度图

(b) 点云分割结果

(a) Gray image

(b) Segmentation results

图 3 0° 卫星模型的灰度图与点云分割结果图

Fig.3 Gray image and segmentation result of satellite in 0°

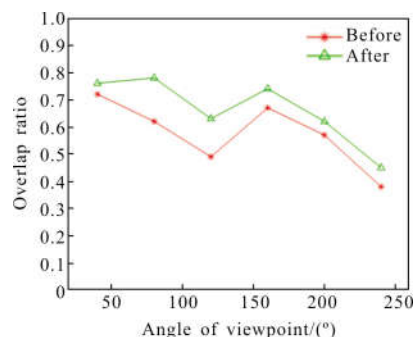


图 4 提取重叠区域前后的点云重叠率变化

Fig.4 Overlap ratio of the point cloud before and after the overlapping area is extracted

在 $0^{\circ}\sim 40^{\circ}$ 、 $120^{\circ}\sim 160^{\circ}$ 、 $160^{\circ}\sim 200^{\circ}$ 时, 太阳能帆板为提取出来的重叠区域。在 $40^{\circ}\sim 80^{\circ}$ 、 $80^{\circ}\sim 120^{\circ}$ 、 $200^{\circ}\sim 240^{\circ}$ 时, 太阳能帆板部分发生遮挡, 宇航员模型部分点云为提取的重叠区域。文中算法应用于实际采集的目标三维点云的重叠区域提取效果较好, 在卫星模型点云存在噪声和离群点干扰情况下, 文中算法依然能有效提高点云的重叠率, 重叠率最大由 62.3% 提高到 78.5%, 平均提高了 13.3%。

3 结论

文中采用基于几何结构特征的区域分割算法对多视角点云进行区域分割, 然后对各个区域构建基于形状的多维特征描述符, 将描述符最相似的区域作为点云的重叠区域。实验证明, 文中算法能够有效提高点云的重叠率, 在仿真测试中, 在点云差异较大时表现稳定, 重叠率最大由 58.7% 提高到 88.7%, 平均提高了 14.3%; 在 TOF 相机点云的测试中, 重叠率最大由 62.3% 提高到 78.5%, 平均提高了 13.3%, 特

别在原始点云重叠率较低时能够有效提高重叠率。文中算法的不足之处在于需要目标点云具有一定的几何结构特征。将文中算法结合多种基于点特征配准算法应用于多视角点云配准也有进一步的研究价值。

参考文献:

- [1] Fan Youcheng, Zhao Hongli, Sun Huayan, et al. Application of cross-correlation algorithm in moving target range-gated three-dimensional laser active imaging [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(6): 0617003. (in Chinese)
范有臣, 赵洪利, 孙华燕, 等. 互相关算法在运动目标距离选通激光三维成像中的应用 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45(6): 0617003.
- [2] Liu Yu, Chen Feng, Wang Ying, et al. Measurement of relative position and pose between two spacecrafts based on laser lidar[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(8): 0817003. (in Chinese)
刘玉, 陈凤, 王盈, 等. 基于激光雷达的航天器相对位姿测量技术[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(8): 0817003.
- [3] Rusu R B, Blodow N, Beetz M. Fast Point Feature Histograms (FPFH) for 3D registration[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009: 1848–1853.
- [4] Wei Hu, Zhang Liyan, Liu Shenglan, et al. An algorithm on registration of multi-view range images based on SIFT feature matching [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2010, 22(4): 654–661. (in Chinese)
韦虎, 张丽艳, 刘胜兰, 等. 基于 SIFT 图像特征匹配的多视角深度图配准算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(4): 654–661.
- [5] Chen Maolin, Lu Weixin, Wan Youchuan, et al. Automatic registration of terrestrial point clouds without additional information [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(4): 0414003. (in Chinese)
陈茂霖, 卢维欣, 万幼川, 等. 无附加信息的地面激光点云自动拼接方法[J]. 中国激光, 2016, 43(4): 0414003.
- [6] Dai Yucheng, Zhang Aiwu. Research on fast registration of 3D laser scanning data [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2010(6): 8–11. (in Chinese)
戴玉成, 张爱武. 三维激光扫描数据快速配准算法研究 [J]. 测绘通报, 2010(6): 8–11.
- [7] Sun Nan. Research on the key techniques of quad-nocular stereo measurement [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012. (in Chinese)
孙楠. 四目立体测量中的关键技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
- [8] Zhang Xiaojuan, Li Zhongke, Wang Xianze, et al. Registration of point clouds data based on genetic algorithm [J]. *Computer Engineering*, 2012, 38(21): 214–217. (in Chinese)
张晓娟, 李忠科, 王先泽, 等. 基于遗传算法的点云数据配准[J]. 计算机工程, 2012, 38(21): 214–217.
- [9] Shen Yinghua, Li Zhuojia, Yang Cheng, et al. Point cloud registration with normal feature histogram [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(10z): 591–598. (in Chinese)
沈萦华, 李卓嘉, 杨成, 等. 基于法向特征直方图的点云配准算法[J]. 光学精密工程, 2015, 23(10z): 591–598.
- [10] Liu Bin, Guo Jiming, Deng Xiangxiang. A point cloud registration method based on Octree and ICP [J]. *Science of Surveying & Mapping*, 2016, 41(2): 130–132. (in Chinese)
刘斌, 郭际明, 邓祥祥. 结合八叉树和最近点迭代算法的点云配准[J]. 测绘科学, 2016, 41(2): 130–132.
- [11] Liu Xin. Research on registration algorithm of three dimensional point cloud [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2015. (in Chinese)
刘新. 三维点云数据的配准算法研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2015.
- [12] Han Baochang, Cao Junjie, Su Zhixun. Automatic point clouds registration based on regions[J]. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 2015, 27(2): 313–319. (in Chinese)
韩宝昌, 曹俊杰, 苏志勋. 一种区域层次上的自动点云配准算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2015, 27(2): 313–319.
- [13] Tipping M E, Bishop C M. Mixtures of probabilistic principal component analyzers. [J]. *Neural Computation*, 1999, 11(2): 443.
- [14] Han Li, Xu Jianguo, Li Lin, et al. 3D shape analysis based on Laplacian multi-eigenmap[J]. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 2015, 27(11): 2142–2148. (in Chinese)
韩丽, 徐建国, 黎琳, 等. Laplacian 多特征映射的三维模型形状分析 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2015, 27(11): 2142–2148.
- [15] Krishnamurthy V, Levoy M. Fitting smooth surfaces to dense polygon meshes [C]//Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, ACM, 1996: 313–324.