

## 艾里高斯涡旋光束正负交变介质中的光波演变

靳 龙, 张兴强, 熊永臣, 付艳华

(湖北汽车工业学院 理学院, 湖北 十堰 442002)

**摘 要:** 利用光学传输矩阵, 结合广义惠更斯-菲涅耳光学衍射公式, 研究了艾里高斯涡旋光束在正负折射率交替变化周期平板介质中传输时, 其输出横截面光强分布规律和侧面传输光强的演变图景。结论显示: 当右手材料折射率  $n_r$  和双负材料折射率  $n_l$  绝对值正好相等, 并且右手单元长度  $R$ : 双负单元长度  $L=1:1$  时, 可以实现输出面光强的完美还原; 当双负材料折射率绝对值  $\text{abs}(n_l) \neq n_r$ , 但  $R=L$  时, 两类周期介质输出表面的光束质量都很差, 此时, 若要实现输出光强的完美还原, 较大的  $\text{abs}(n_l)$  需要较长的双负单元长度  $L$  来进行补偿, 反之则反; 进一步探究了准周期平板介质中双负材料单元长度和负折射率的定量关系。期望相关结论可以对含特异材质周期和准周期结构中艾里高斯涡旋光束的调控和通信传输提供重要的参考价值。

**关键词:** 激光光学; 双负材料; 艾里高斯涡旋光束; 传输矩阵

**中图分类号:** 0436 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.1006007

## Propagation evolution of Airy Gaussian vortex beam through right-handed and left-handed media

Jin Long, Zhang Xingqiang, Xiong Yongchen, Fu Yanhua

(Department of Basic Science, Hubei University of Automotive Technology, Shiyan 442002, China)

**Abstract:** Based on light transfer matrix and generalized Huygens-Fresnel optical diffraction formula, the propagation evolution of Airy Gaussian vortex beam's normalized intensity distribution on emergent surface, side transmission view in periodic slab system contained right-handed and double negative material (DNM) were explored. Research shows that the original Airy Gaussian vortex beam intensity can be restored immaculately by using periodic slab system contained negative index material as long as the negative refractive index  $\text{abs}(n_l)=n_r$  and each unit length  $R:L=1:1$ ; while  $\text{abs}(n_l) \neq n_r$  but  $R=L$ , both types of emerging beams had poor quality, and in order to achieve beam reconstruction, the larger  $\text{abs}(n_l)$  was, the longer DNM unit length was needed, and vice versa. Relation between DNM unit length and  $n_l$  was thoroughly studied as well. It is expected that the relevant conclusions could provide important reference value for extension applications of optical control and communication transmission technique of the Airy Gaussian vortex beam propagating in the periodic and quasi-periodic metamaterials structure.

**Key words:** laser optics; double negative material; Airy Gaussian vortex beam; transfer matrix

收稿日期: 2018-05-05; 修订日期: 2018-06-03

基金项目: 国家自然科学基金(11504102); 湖北省教育厅基金(B2017085)

作者简介: 靳龙(1989-), 男, 讲师, 硕士, 主要从事激光光学、量子光电方面的研究。Email: crazyjinlong@163.com

## 0 引言

介电常数和磁导率同时为负的新型超材料 (metamaterials), 即双负折射率材料 (double negative material, DNM)<sup>[1]</sup>, 以其反常的物理特性, 诸如逆多普勒效应<sup>[2]</sup>、逆契柯夫辐射<sup>[3]</sup>、负古斯-汉斯位移<sup>[4]</sup>、完美透镜成像<sup>[5]</sup>、后向波<sup>[6]</sup>等备受科技人员关注, 这些理论也为隐身技术、超灵敏军事探测、生物安全成像等高新技术奠定了重要的理论基础。近年来, 伴随着光子晶体的飞速发展, 电磁参量只有一个为负的单负折射率材料也大量涌现, 这些材料又可分为两种: 若仅介电常数为负, 称为电单负材料; 若磁导率为负, 则为磁单负材料<sup>[7-8]</sup>。

与此同时, 在光电传输与变换领域, 艾里高斯光束<sup>[9]</sup>吸引了众多研究者的青睐。自加速、可自愈、无衍射、自弯曲等特性在光学微操控、等离子体引导、真空电子加速、激发表面等离子体等方面有潜在的应用价值。光波在自由空间和非线性介质中传输时, 这些特性受艾里函数衰减因子和横向尺度等调制参数的影响已有相关报道<sup>[9-10]</sup>, 结果表明艾里高斯光束确实能在很长的传输媒质中实现近似无衍射。除此之外, 光涡旋作为现代激光和奇点光学的重要分支<sup>[11]</sup>, 以具有相位奇点或螺旋形相位波前而著称, 其相位因子  $l$  被称作为“拓扑荷”, 可为整数或分数, 涡旋光场中每个光子具有确定的轨道角动量  $l\hbar$ , 并且相位奇点中心产生一个空心暗核<sup>[12]</sup>。然而, 涡旋光束通过空间传输过程时, 容易产生光强畸变、光束漂移、光束扩展等效应, 造成光束幅度和相位失真, 破坏信息完整性。因此, 为了使信息容量增大, 同时保证传输安全性和稳定性, 将光涡旋植入到艾里高斯光束中可得到艾里高斯涡旋光束, 这类光束不仅具有艾里光束作为载体应用到空间通信时, 比高斯光束更好的抗干扰能力, 而且加载到艾里高斯光束中的涡旋核能很方便地利用相位信息编码, 从而实现轨道角动量正交化通信调制。艾里高斯涡旋光束在保证信息稳定、安全的同时, 能够有效地提高了传输密度和效率, 在光电传输和通信领域具有广阔的应用前景<sup>[13]</sup>。

随着光电信息科学与技术的飞速发展, 精密光学微操控、光学微腔、滤光片和光通信等高技术领域要求传输媒质也有新的变革, 近年来, 轴向阶跃、梯度

折射率变化的光学薄膜成为材料物理与化学专业的研究热点, 这类媒质的典型代表是一维光子晶体<sup>[17,14]</sup>, 它是介质折射率周期性排列而构成的一种人工微结构材料, 具有光子带隙, 可以实现强烈的局域和抑制自发辐射, 被誉为理想的传输和控制光子 (电磁波) 媒介。近年来广泛研究的正、负折射率交替变化光子晶体具有零有效相位带隙和零均值折射带隙效应, 可以实现光波传输与调控的稳定性 (带隙和透射谱不随入射角度、单元厚度和介质折率之差等的变化而改变)、宽频距优势和高滤光效率。对于平面波在正、负介质绝对值相等光波传输特征, 在参考文献[5]之后已有研究, 但涡旋光束和艾里高斯光束在  $\text{abs}(n_i) \neq n_r$  周期介质中的光波演变和准周期介质补偿机理都未见报道。文中依据光线传输矩阵理论, 结合广义惠更斯-菲涅耳光学衍射公式, 研究了艾里高斯涡旋光束 (Airy Gaussian vortex beam, AiGVB) 在正、负交变周期和准周期平板介质中传输时, 其输出横截面光强分布规律和侧面传输光强的演变图景。首先给出了 AiGVB 在这类周期介质中传输的理论模型和傍轴空间域内光强公式, 进而研究了 AiGVB 在三种不同折射率系数 DNM 和右手材料 (Right handed material, RHM) 交替排列的周期结构中传输时, 其出射表面光强分布特征、光束质量和侧面传输图景, 同时描绘了准周期平板介质中 AiGVB 的演变规律; 在此基础上, 定量探究了入射光束离轴角度较小时, 准周期平板介质中 DNM 单元长度  $L$  和负折射率  $n_l$  的数值关系。期望文中的研究结果可以对 AiGVB 在周期和准周期特异材质中光波的调控与传输起到重要的指导作用。

## 1 理论模型

正负交变周期平板介质光路结构如图 1 所示, 每一周期都由两种不同的材料依次排列, 这样并排若干周期。其中, 黄色单元代表 RHM, 红色介质为负折射率材料; 这里选取 DNM, 鉴于负折射率现象都伴随着一定的色散, 其相对介电常数和相对磁导率可以用 Drude 模型表示<sup>[14]</sup>:

$$\epsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad (1)$$

$$\mu_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega^2} \quad (2)$$

式中:  $\omega_{pe}$  和  $\omega_{pm}$  分别为电、磁等离子角频率, 角频率  $\omega = 2\pi\nu$ , 和 DNM 的折射率一一对应, 关系式为:

$$n_i = -\sqrt{\epsilon_r(\omega) \cdot \mu_r(\omega)} \quad (3)$$

每 DNM 单元长度为  $L$ ; RHM 折射率为  $n_r$ , 对应单元长度为  $R$ 。

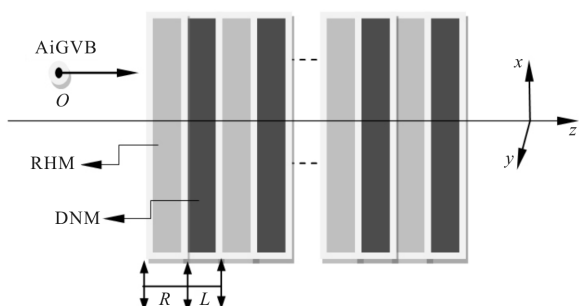


图 1 正负交变周期平板介质光学结构图

Fig.1 Light path schematic diagram of periodic slab medium contained RHM and DNM

当一簇 AiGVB 沿轴向  $z$  开始传输时, 其在  $O$  点初始位置的电场强度为<sup>[9,15]</sup>:

$$E(x_0, y_0) = Ai\left(\frac{x_0}{\omega_1}\right) Ai\left(\frac{y_0}{\omega_2}\right) \times \exp\left(\frac{ax_0}{\omega_1} + \frac{ay_0}{\omega_2}\right) \times \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0}\right) \left(\frac{x_0 - x_d}{\omega_1} + i\frac{y_0 - y_d}{\omega_2}\right)^l \quad (4)$$

式中:  $x_0, y_0$  分别为入射光波初始位置的横向、纵向尺寸;  $x_d$  和  $y_d$  是涡旋核相对光斑中心的离轴距离,  $0 \leq a \leq 1$  代表指数截断因子;  $\omega_0$  是光斑束腰尺寸, 它和  $x, y$  方向截面尺寸  $\omega_1, \omega_2$  的关系为:

$$\omega_1 = \omega_2 = \zeta \omega_0 \quad (5)$$

$Ai(\cdot)$  代表艾里函数, 其积分表达式可以写为:

$$Ai(x) = \frac{1}{2\pi} \int \exp\left[i\left(\frac{t^3}{3} + xt\right)\right] dt \quad (6)$$

当光波在这类周期平板介质内传输时, 任意傍轴位置电场矢量可以通过广义惠更斯-菲涅耳光学衍射公式求得<sup>[16]</sup>:

$$E(x, y, z) = \left(\frac{-i}{\lambda B}\right) e^{ikz} \iint_{s_1} E(x_0, y_0) \times e^{\left(\frac{ik}{2} B[A(x_0^2 + y_0^2)D(x^2 + y^2) - 2(xx_0 + yy_0)]\right)} dx_0 dy_0 \quad (7)$$

$\lambda = 1.55 \mu\text{m}$  是光波波长。  $A, B, C$  和  $D$  表示光波沿一系列介质单元传输后, 总光学传输矩阵  $T$  的各元素量, 可用下列公式表示:

$$T = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (8)$$

每一光学单元也有自己的传输矩阵, 例如

$$M(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

代表光波在单一 RHM 或 DNM 中传输  $x$  距离的传输矩阵。当光波从 RHM 进入 DNM 时, 其分界面(RHM-DNM)传输矩阵可以表示为:

$$M(n_r, n_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_r}{n_i} \end{pmatrix} \quad (10)$$

类似地, DNM-RHM 分界面的传输矩阵为:

$$M(n_i, n_r) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_i}{n_r} \end{pmatrix} \quad (11)$$

按照光线传输顺序, 依次相乘每光学单元的传输矩阵, 并利用广义惠更斯-菲涅耳光学衍射公式(7), 便可得到 AiGVB 在傍轴空间域内场强的具体形式为:

$$E(x, y, z) = \frac{ik}{2BM} \times \exp(Q(x, y, z)) \times (E_1(x, y, z) + E_2(x, y, z) + E_3(x, y, z)) \quad (12)$$

其中,

$$Q(x, y, z) = -\frac{ikD}{2B}(x^2 + y^2) - \frac{k^2}{4B^2M}(x^2 + y^2) + \frac{ik}{8BM^2} \left(\frac{x}{\omega_1} + \frac{y}{\omega_2}\right) + \frac{ika}{2BM} \left(\frac{x}{\omega_1} + \frac{y}{\omega_2}\right) + \frac{1}{96M^3} \left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}\right) + \frac{a}{8M^2} \left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}\right) + \frac{a^2}{4M} \left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}\right) \quad (13)$$

$$E_1 = Ai(f(x)) Ai(g(y)) \left[ \left(\frac{ikx}{2MB\omega_1} + \frac{1}{8M^2\omega_1^4} - \frac{x_d}{\omega_1}\right) + i \left(\frac{iky}{2MB\omega_2} + \frac{1}{8M^2\omega_2^4} - \frac{y_d}{\omega_2}\right) \right] \quad (14)$$

$$E_2 = \frac{1}{2M\omega_1} Ai(g(y)) [aAi(f(x)) + Ai'(f(x))] \quad (15)$$

$$E_3 = \frac{1}{2M\omega_2} Ai(f(x)) [aAi(g(y)) + Ai'(g(y))] \quad (16)$$

$$f(x) = \frac{ikx}{2MB\omega_1} + \frac{a}{2M\omega_1^2} + \frac{1}{16M^2\omega_1^4} \quad (17)$$

$$g(y) = \frac{iky}{2MB\omega_2} + \frac{a}{2M\omega_2^2} + \frac{1}{16M^2\omega_2^4} \quad (18)$$

$$M = \frac{1}{\omega_0} + \frac{Aik}{2B} \quad (19)$$

式中:  $Ai'(\cdot)$  为艾里函数的一阶导数。对应 AiGVB 光强可由其电场强度的复共轭求得

$$I = \frac{n}{2c\mu_0} |E(x, y, z)|^2 \propto |E(x, y, z)|^2 \quad (20)$$

式中： $c$  为真空中的光速； $\mu_0$  为真空磁导率，两者均是常量。

## 2 结果与讨论

### 2.1 入射 AiGVB 光强分布特性

首先探究不同参量取值下,输入横截面 AiGVB 的光强分布特性,结果如图 2 所示,归一化光强以

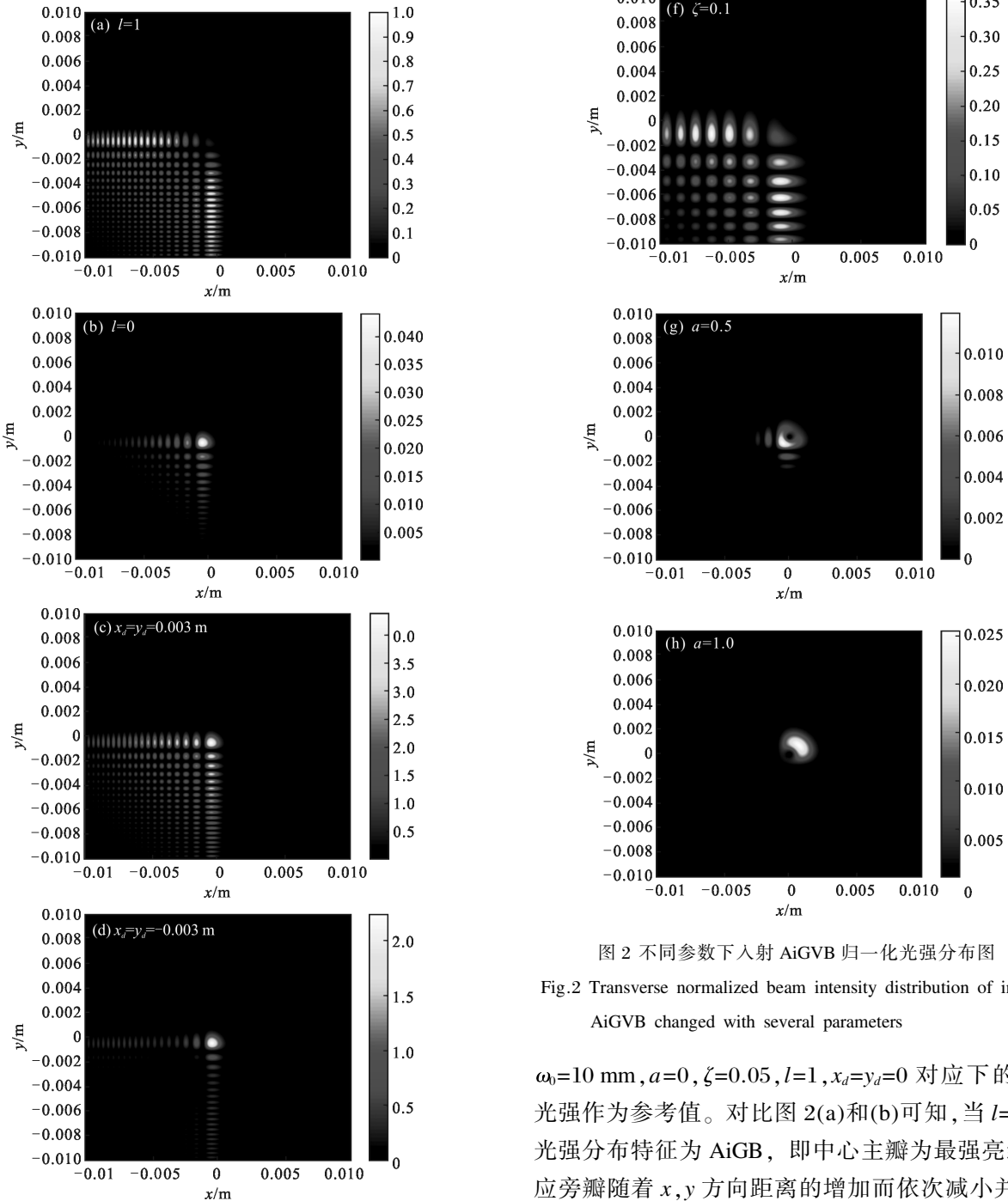


图 2 不同参数下入射 AiGVB 归一化光强分布图

Fig.2 Transverse normalized beam intensity distribution of incident AiGVB changed with several parameters

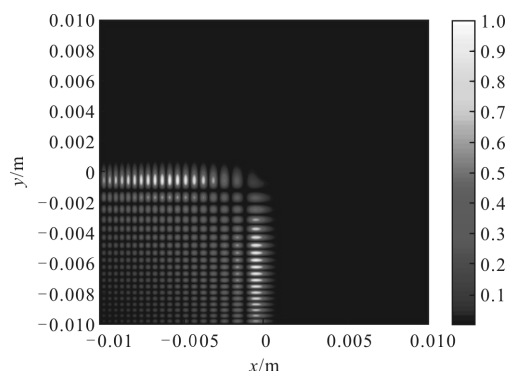
$\omega_0=10 \text{ mm}$ ,  $a=0$ ,  $\zeta=0.05$ ,  $l=1$ ,  $x_d=y_d=0$  对应下的最大光强作为参考值。对比图 2(a)和(b)可知,当  $l=0$  时,光强分布特征为 AiGB, 即中心主瓣为最强亮纹,对应旁瓣随着  $x, y$  方向距离的增加而依次减小并且光

强减弱;当  $l=1$  时,受拓扑荷加载的影响,主瓣光强出现缺失,并且旁瓣光强值呈现近小远大的特征,表明随着  $l$  的增加,主瓣上的光强逐渐减小,直至消失,而旁瓣则因主瓣的远近不同,光强变化迥异,靠近主瓣的旁瓣随着  $l$  增加,光强逐渐降低,较远的旁瓣随着  $l$  增大,光强则依次增强。分析图 2(c)~(d)可知,当离轴距离  $x_d$ (或  $y_d$ )大于零时,涡旋核向  $x$ ( $y$  轴)轴正向移动,反之则反,  $\text{abs}(x_d)$  和(或)  $\text{abs}(y_d)$  越大,相应方位移动量也越大,故在图 2(c)中,当  $x_d=y_d=0.003$  m 时,输入横截面光强分布与 AiGB 无异,而当  $x_d=y_d=-0.003$  m,涡旋核则同时向  $x, y$  轴负方向移动,因此在图 2(d)左下侧第三象限内出现很大一片空心暗核。分析图 2(e)和(f)可知,  $\zeta$  因子对 AiGVB 的基本特征无影响,只是在  $\zeta$  较大时,主、旁瓣和中心暗核都成倍增加。对比图 2(g)、(h)和(a)可知,  $a$  因子可以调控光波的传输轮廓,使其在  $a$  较小时,更像艾里涡旋光束,而当  $a$  逐渐增大时,越来越接近高斯涡旋光束的传输特性,因此在图 2(h)中,当  $a=1.0$  时,光斑的旁瓣已完全消失,只剩下高斯光束加载  $l=1$  的涡旋核。

### 2.2 不同负折射率参数下出射 AiGVB 光强分布特性

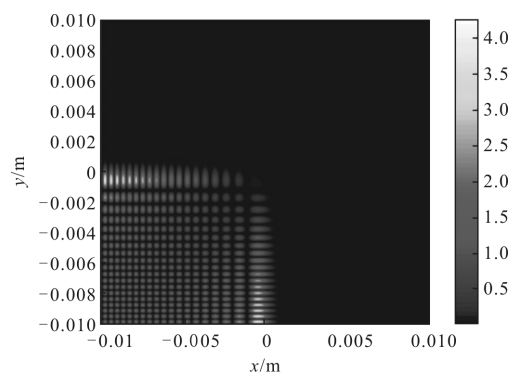
接下来,研究 AiGVB 通过不同负折射率系数的周期平板介质后,出射表面光波光强的分布特性,结果如图 3 所示,这里选平板介质的周期数为  $m=2$ ,因此,介质总长度  $Z=2(R+L)=2\pi/\beta$ ,  $\beta$  为梯度系数,每 RHM 和 DNM 单元的长度均为  $Z/4$ 。在 Drude 模型中,光波频率  $\nu=2\times 10^2$  THz,电、磁等离子角频率依次选取  $\omega_{pe}=\omega_{pm}=2\pi\nu\times\sqrt{2}, 2\pi\nu\times\sqrt{2.55}, 2\pi\nu\times\sqrt{3.1}$ ,通过公式(3)可知对应 DNM 折射率依次为  $n_r=-1.0, -1.55$  和  $-2.1$ ,RHM 的折射率固定为  $n_r=1.55$ 。对比图 3(a)和图 2(a)可知,入射面光强和出射光强在  $n_r=-1.55$  时完全一致,表明光波传输  $Z$  距离两个周期后,又回到了初始轮廓;由公式(12)可知,AiGVB 的场强与  $E_1, E_2$  和  $E_3$  密切相关,因此图 3(b)、(c)和(d)分别展示了它们在出射表面的光强分布图,分析可知,涡旋光束的空心暗核主要由  $|E_1|^2$  决定,  $|E_2|^2$  和  $|E_3|^2$  则主要构成艾里高斯光强的两翼,对涡旋核的形成并无影响,且其光强微弱,它们分别在  $x$  和  $y$  方向部分还原光波的基本图貌,而在另一轴向最外侧,光强出现消失或严重衰减,表现在电场强度方面,由公式(15)和(16)可知,虚数  $i$  导致它们之间有

$\pi/2$  的额外相位差。当  $n_r=-2.1$ ,从图 3(e)可以看出,输出面主瓣已变为亮斑,且偏离中心原点,旁瓣数量虽有所减少,但艾里高斯光束的基本特征尚存;而当  $n_r=-1.0$  时,从图 3(f)可以看出,输出面主瓣和旁瓣相互干扰,光波轮廓严重畸变,不仅最大输出光强只有输入面归一化光强的 0.08,而且位置远远偏离横截面坐标原点,表面光波在  $n_r=-1.0$  的含负折射率周期平板介质传输时,输出光波质量最差。



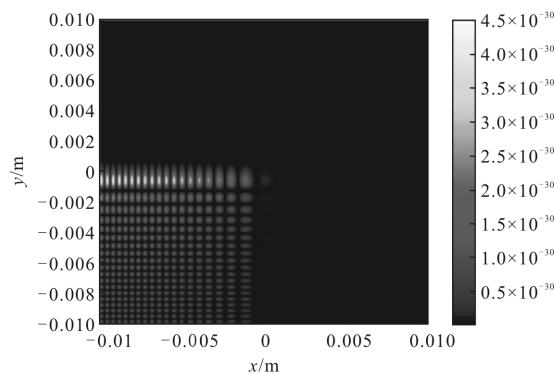
(a) 光强分布, DNM's  $n_r=-1.55$

(a) Beam intensity distribution, DNM's  $n_r=-1.55$



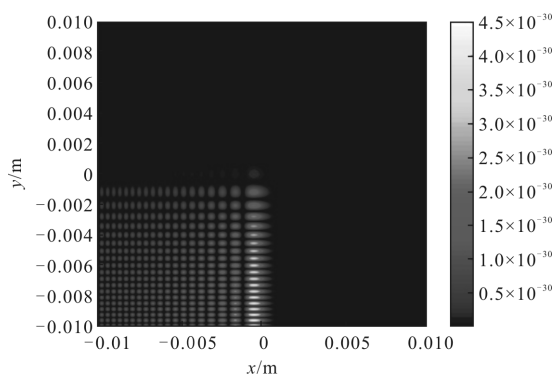
(b) 光强分布,  $|E_1|^2$

(b) Beam intensity distribution,  $|E_1|^2$



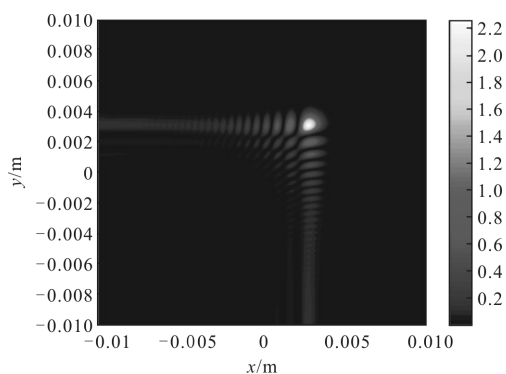
(c) 光强分布,  $|E_2|^2$

(c) Beam intensity distribution,  $|E_2|^2$



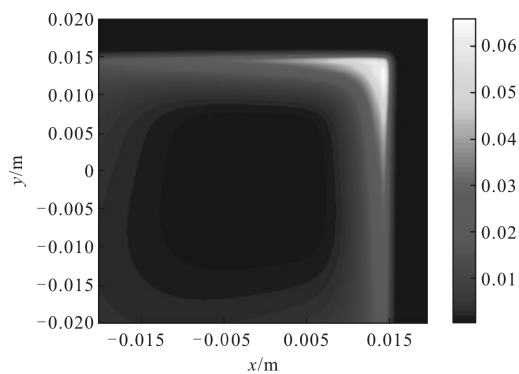
(d) 光强分布,  $|E_3|^2$

(d) Beam intensity distribution,  $|E_3|^2$



(e) 光强分布, DNM's  $n_t = -2.10$

(e) Beam intensity distribution, DNM's  $n_t = -2.10$



(f) 光强分布, DNM's  $n_t = -1.0$

(f) Beam intensity distribution, DNM's  $n_t = -1.0$

图 3 三种负折射率参数下出射 AiGVB 归一化光强分布图

Fig.3 Transverse normalized beam intensity distribution of emergent AiGVB changed with three kinds of negative index parameters

### 2.3 不同负折射率参数下 AiGVB 侧面传输图

为进一步研究 AiGVB 如何在 RHM 和 DNM 交替变化的周期平板介质进行光波演变, 图 4 给出了其侧面传输光强和不同负折射率系数关系图, 其中,

紫色箭头线为正、负介质界面。为方便对比, 图 4(b) 给出了  $l=0$  下普通 AiGB 侧面传输图, 对比图 4(a) 和 (b) 可以看出, 当  $n_t = -1.55$  时, 无论是 AiGB, 还是 AiGVB, 都在 RHM 内出现自弯曲, 其传输轨迹为抛物线, 在正、负介质界面处, 发生负折射现象, 进而光线在 DNM 内沿逆抛物线轨迹传输, 这些现象在两个周期内均依次出现, 故在  $Z/2$  位置处和出射表面时, 光强都回到初始轮廓, 主要的不同是, 由于涡旋核的影响, AiGVB 在入射表面中心原点有空心暗核存在, 当光波在 RHM 中传输时, 由于自弯曲, 主瓣越来越亮, 而旁瓣则随着传输距离的增加, 出现很大的黑心, 这种现象随着  $z$  的增大, 蔓延到 RHM 下侧较远的地方; 在 DNM 中传输时, 自弯曲和旁瓣消失留下的黑暗空间均可得到补偿, 但出射光波还是和 AiGB 相差甚远。当  $n_t = -2.1$  时, AiGVB 在 DNM 内传输轨迹仍是逆抛物线, 只是较大的  $\text{abs}(n_t)$  导致第一层 DNM 无法完全补偿光束在 RHM 中形成的自弯曲, 就在下一层 RHM 内又出现自弯曲, 因而光束在最右侧 DNM 中出射时, 根本没有办法回到初始轮廓, 因此在图 4(c) 中, 留下稍偏离原点的明亮主瓣, 而非空心暗核; 现在, 一个亟待解决的问题产生了: 每 DNM 单元长度为多少时, 可使出射表面 AiGVB 回到其初始轮廓? 当光束依次经过第一周期 RHM 和 DNM 单元时, 其光学传输矩阵为:

$$T = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_t \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_r}{n_t} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_r} \end{pmatrix} \quad (21)$$

将  $R=1/4 \times Z$ ,  $n_r=1.55$ ,  $n_t=-2.1$  代入上式, 可得矩阵中元素  $B$  定量大小为:

$$B = \frac{100\pi}{31} - \frac{10}{21} \times L \quad (22)$$

因此, 光波在 DNM 中实现完美还原所需长度为  $L=21/62 \times Z$ , 图 4(d) 给出了光波在  $R=1/4 \times Z$ ,  $L=21/62 \times Z$  的准周期平板介质侧面传输图, 对比图 4(d) 和 (a)、(c) 可知, 除了 DNM 距离稍长之外, 中心位置处和输出表面光波光强都回到初始暗心涡旋轮廓。与图 4(c) 形成鲜明对比的是, 当  $n_t = -1.0$  时, 光波实现完美还原所需的 DNM 长度小于  $Z/2$ , 因此, 当  $L=Z/2$  固定不变时, 从图 4(e) 可以看出, 光波不仅在第一次

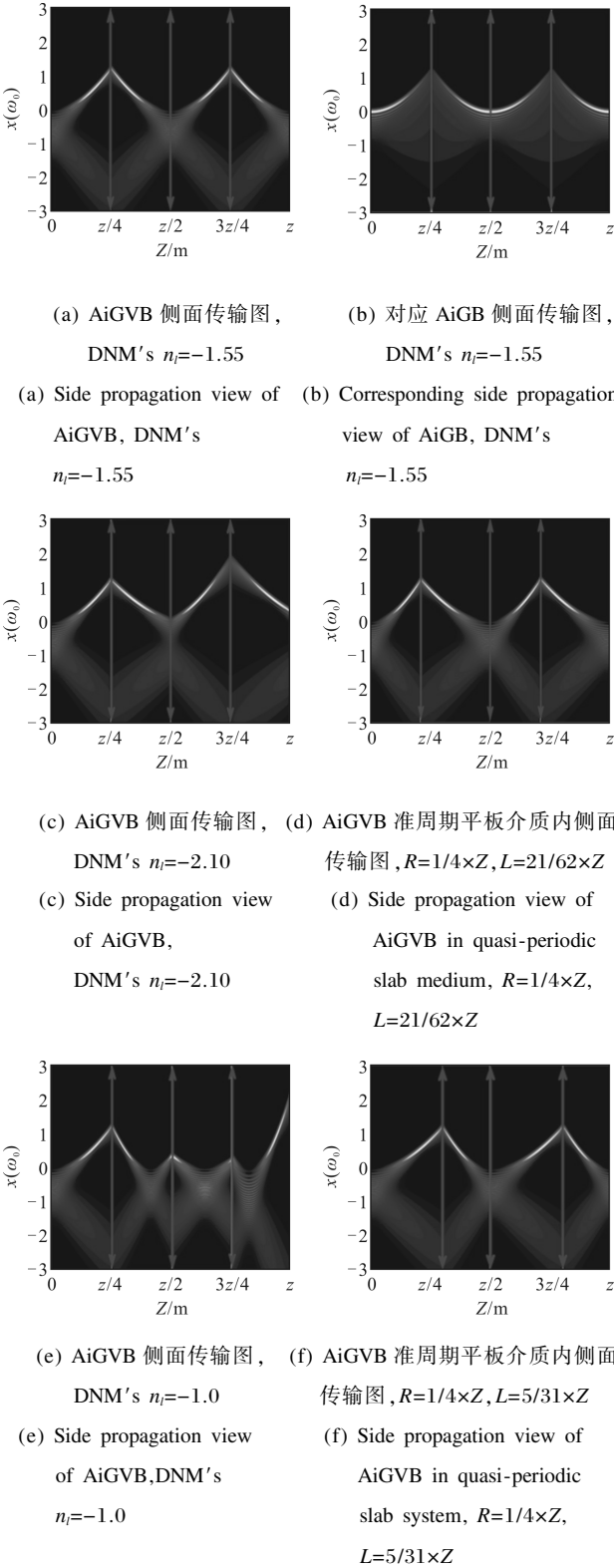


图 4 AiGVB 在 RHM 和三种不同 DNM 单元交替排列的平板介质内光波侧面传输图

Fig.4 Light side view of AiGVB propagating in slab medium of each RHM and three kinds of DNM unit alternatively arrangement

DNM 内回到了初始轮廓, 而且还在剩余的 DNM 中继续自弯曲, 结果导致光束在下一层 RHM 本该出现自弯曲, 却由于 DNM-RHM 的负折射效应在 RHM 沿逆抛物线轨迹传输, 因此在最右侧 DNM 传输时, 出射光束一直自弯曲到很远的地方, 这与图 4(a)和 (c)大相径庭, 不仅输出中心主瓣是亮斑、整体光强微弱, 且输出横截面中心主瓣远远偏离中心原点, 因而光束质量最差; 类似地, 将  $R=1/4 \times Z, n_i=1.55, n_i=-1.0$  代入公式(21), 可得光波在这类准周期结构内传输时, 光学矩阵元素  $B$  的定量大小为:

$$B = \frac{100\pi}{31} - L \quad (23)$$

同理可得光波在这类介质中实现完美还原所需长度为  $L=5/31 \times Z$ , 图 4(f)给出了其侧面传输图, 理论分析和仿真结果相一致。

### 2.4 准周期平板介质中 DNM 单元长度和负折射率的定量关系

在这一小节, 进一步研究准周期平板介质中 DNM 单元长度  $L$  和负折射率  $n_i$  的定量关系。从 2.3 节分析可知, 固定  $n_i=1.55$  和  $R=1/4 \times Z$  不变, 当  $abs(n_i) > 1.55$  时, 实现 AiGVB 完美还原所需的  $L > 1/4 \times Z$ , 反之则反, 三类模型传输原理图如图 5 所示, 这里仅以一个周期单元作为分析对象, 从图中可以清楚看出在 RHM-DNM 界面, 光波发生负折射现象, 即入射光线和折射光线在界面法线同侧, 设入射光线、折射光线和界面法线的夹角分别为  $\theta_1$  和  $\theta_2$ , 光波经 RHM 自弯曲后距离  $O$  点高度为  $H$ , 根据斯涅耳定律

$$n_i \sin \theta_1 = n_t \sin \theta_2 \quad (24)$$

式中: 左侧项在  $\theta_1$  固定后为常量, 右侧可以写成:

$$n_i \sin \theta_2 = n_t \frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}} \quad (25)$$

对于任意离轴入射角度, 利用无穷级数展开公式

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + o(x^2) \quad (26)$$

便可得出  $L$  和  $n_i$  之间的多项式关系式, 其中,  $o(x^2)$  为大于  $x^2$  的高阶余项和。一般情况下, 入射光束的离轴角度很小, 这时利用函数极限公式

$$\sin \theta_2 \approx \tan \theta_2 = \frac{H}{L} \quad (27)$$

就可清楚地看出  $L$  和  $n_i$  之间有线性关系。图 6 是  $L$  和  $n_i$  之间的定量关系图, 利用线性拟合可以得到函数关系式为:

$$L = -0.16129n_t \times Z \quad (28)$$

其残差平方和为  $2.13412 \times 10^{-7}$ , 表明 DNM 单元长度  $L$  和负折射率  $n_t$  之间具有线性关系。

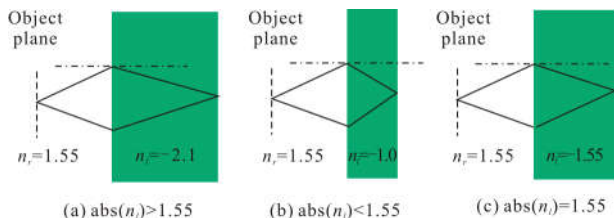


图 5 AiGVB 在 RHM 和不同折射率 DNM 交界面传输原理图

Fig.5 Schematic diagram of AiGVB propagating in RHM-DNM interface with different negative index parameters

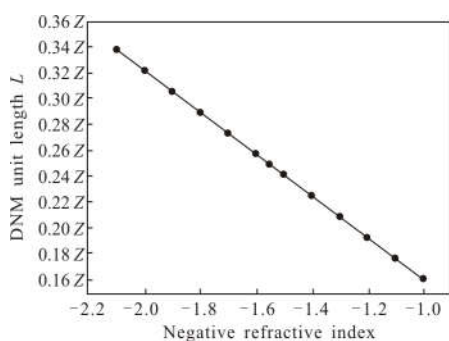


图 6 DNM 单元长度  $L$  和  $n_t$  之间的定量关系

Fig.6 Relation between DNM unit length  $L$  and  $n_t$

### 3 结论

利用广义惠更斯-菲涅耳光学衍射公式, 结合光学传输矩阵, 研究了 AiGVB 在正负交变周期平板介质中传输时, 其输出横截面光强分布规律和侧面传输光强的演变特征, 主要得出了如下结论:

(1) 当  $n_r = -n_t$ , 且  $R=L$  时, 传输光波在平板介质每周期末均可实现光强完美还原; 当  $\text{abs}(n_t) > n_r$ , 而  $R=L$  时, 光束在最右侧 DNM 中传输后, 根本没有办法回到初始位置, 因此, 若要实现光强完美还原, 则所需的 DNM 长度也越长; 反之, 对于  $\text{abs}(n_t) < n_r$ ,  $R=L$ , 出射光束会一直自弯曲到很远的地方, 且输出横截面中心主瓣远远偏离中心原点, 因而光束质量最差, 此时要实现光强完美还原, 则所需的 DNM 长度为  $L < R$ 。

(2) 定量研究了准周期平板介质中 DNM 单元长度  $L$  和负折射率  $n_t$  的关系, 在入射光束的离轴角度很小时, 线性关系符合得很好, 其函数公式如公

式(28)所示。

以上结论对含特异材质周期和准周期结构中 AiGVB 的调控、控制和通信传输提供了重要的参考价值。

### 参考文献:

- [1] Jia Xiuli, Wang Xiao'ou, Zhou Zhongxiang, et al. Latest progress on chiral negative refractive index metamaterials[J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(4): 548-556. (in Chinese)  
贾秀丽, 王晓鸥, 周忠祥, 等. 手性负折射率材料的最新进展[J]. *中国光学*, 2015, 8(4):548-556.
- [2] Seddon N, Bearpark T. Observation of the inverse Doppler effect[J]. *Science*, 2003, 302(5650):1537-1540.
- [3] Luo C, Ibanescu M, Johnson S C, et al. Cerenkov radiation in photonic crystals[J]. *Science*, 2003, 299(5605): 368-371.
- [4] Mao Hongming. Goos-Hanchen shift of transmitted wave from an inhomogeneous slab [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(11): 2952-2955. (in Chinese)  
毛红敏. 非均匀介质透射波古斯汉森位移的研究[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(11): 2952-2955.
- [5] Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens [J]. *Physical Review Letters*, 2000, 85(18): 3966-3969.
- [6] Fisanov V V. Fresnel coefficients of forward and backward waves refracting at the interface of isotropic media [J]. *Russian Physics Journal*, 2017, 59: 1-6.
- [7] Su An, Wang Gaofeng, Meng Chengju, et al. Light propagation characteristic of dual defect microcavity of photonic crystal [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(6): 0620004. (in Chinese)  
苏安, 王高峰, 蒙成举, 等. 光子晶体二元缺陷微腔的光传输特性[J]. *红外与激光工程*, 2017, 46(6): 0620004.
- [8] Kang Y, Zhang C. Resonant modes in photonic multiple quantum well structures with single-negative materials [J]. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2013, 124(22): 5430-5433.
- [9] Ke Xizheng, Song Qiangqiang, Wang Jiao. Influence of decay factor and scale in the transverse on the three characteristics of Airy beam [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(9): 0922003. (in Chinese)  
柯熙政, 宋强强, 王姣. 衰减因子和横向尺度对 Airy 光束三大特性的影响 [J]. *红外与激光工程*, 2017, 46(9): 0922003.
- [10] Zhou G, Chen R, Ru G. Propagation of an Airy beam in a strongly nonlocal nonlinear media [J]. *Laser Physics Letters*,



- 2014, 11(10): 105001.
- [11] Gao Chunqing, Zhang Shikun, Fu Shiyao, et al. Adaptive optics wavefront correction techniques of vortex beams [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46 (2): 0206001. (in Chinese)  
高春清, 张世坤, 付时尧, 等. 涡旋光束的自适应光学波前校正技术[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(2): 0206001.
- [12] P Li, S Liu, T Peng, et al. Spiral autofocusing Airy beams carrying power-exponent-phase vortices [J]. *Optics Express*, 2014, 22(7): 7598–7606.
- [13] Chen R P, Chew K H. Far-field properties of a vortex Airy beam[J]. *Laser & Particle Beams*, 2013, 31(1): 9–15.
- [14] Li Wensheng, Zhang Qin, Huang Haiming, et al. Polarization properties of Tamm state of one-dimensional photonic crystal containing single-negative materials [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(5): 1600–1604. (in Chinese)  
李文胜, 张琴, 黄海铭, 等. 一维含单负材料光子晶体塔姆态的偏振特征[J]. 红外与激光工程, 2014, 43(5): 1600–1604.
- [15] Zhao R, Deng F, Yu W, et al. Propagation properties of Airy-Gaussian vortex beams through the gradient-index medium [J]. *Journal of the Optical Society of America A Optics Image Science & Vision*, 2016, 33(6): 1025.
- [16] Wang Jiao, Ke Xizheng. Speckle characteristics of partially coherent beam propagating in atmospheric turbulence [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(7): 0722003. (in Chinese)  
王姣, 柯熙政. 部分相干光束在大气湍流中传输的散斑特性[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(7): 0722003.