

基于图论的单线激光雷达数据匹配方法

张元^{1,2}, 杨志卿^{1,2}

(1. 中国科学院半导体研究所, 北京 100089;
2. 中国科学院大学 材料科学与光电技术学院, 北京 100049)

摘要: 针对传统的基于单线激光雷达的匹配方法在多障碍物环境下匹配精度低的问题, 提出了一种基于图论的匹配方法。该方法从数据点集中提取出具有凹凸性质的特征点, 提取对应的线段并构建属性图模型, 将点集配准问题转化为属性图匹配问题。与传统的基于线段的匹配算法相比, 所提方法基于图模型引入了更多的线段之间的几何关系, 使算法可以适用于多障碍物环境以及动态多障碍物环境; 与传统的基于点的匹配方法相比, 该方法依据特征点组成的线段进行几何意义上的匹配, 通过属性图模型快速找到局部观测数据与全局数据的最佳匹配, 提升了运算效率, 同时也避免了传统方法易陷入局部最优解的缺点。

关键词: 扫描匹配; 属性图匹配; 位姿估计; 单线激光雷达; 地图创建

中图分类号: TP242 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201847.1226001

Single-line LiDAR data matching method based on graph theory

Zhang Yuan^{1,2}, Yang Zhiqing^{1,2}

(1. Institute of Semiconductors, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100089, China;
2. College of Materials Science and Opto-Electronic Technology, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Aiming at the problem of low registration accuracy of traditional laser scan matching method under multi-obstacle environment, a matching method based on graph theory was proposed. In this method, concave and convex points were extracted from the data points, then the corresponding line segments were extracted and the attribute graph model was constructed. The point set registration problem was transformed into an attribute graph matching problem. The registration parameters were determined by comparing the observed graph model with the reference model. Compared with the traditional matching algorithm based on line segments, the proposed algorithm introduces more geometric attributes between line segments, which have better robustness in multi-obstacle environment or dynamic multi-obstacle environment. Compared with the traditional matching method based on points or feature points, the proposed algorithm constructs the attribute graph model based on the more specific feature points, say convex points and concave points. In this way, the proposed algorithm not only improves the operation

收稿日期: 2018-07-10; 修订日期: 2018-08-18

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFB0101001)

作者简介: 张元(1991-), 男, 硕士生, 主要从事点云处理与识别方面的研究。Email: zhangyuan@semi.ac.cn

导师简介: 杨志卿(1970-), 男, 研究员, 主要从事激光测距、激光跟踪、三维激光成像方面的研究。Email: yzq@semi.ac.cn

efficiency, but also avoids the local minima problem in multi-obstacle environment and dynamic multi-obstacle environment.

Key words: scan matching; attributed graph matching; pose estimation; single line lidar; mapping

0 引言

激光雷达扫描成像是移动机器人获取障碍物信息的重要手段,激光扫描匹配算法是移动机器人定位和地图构建的基础方法之一。在室内环境中进行移动的机器人,由于 GPS 无法提供较为可靠的位置信息^[1],因此需要通过自身的传感器确定如位置、速度和方向等导航定位参数。将移动机器人连续采集的传感器数据与已知的环境数据进行匹配,从而确定机器人的导航定位参数,建立未知环境的地图^[2]。研究人员在该领域提出了众多有效的算法,但多障碍物环境、动态环境、大尺度环境、局部观测环境下的匹配问题仍然是研究的核心问题^[3]。

1 相关工作

单线扫描激光雷达通常采用半导体激光器,飞行时间法测距,可以通过旋转获取周视距离图像数据。一般的角分辨率为 0.36°~0.9°之间,室内近距离下精度通常为毫米级别。

现有的基于单线扫描激光雷达的数据匹配方法主要可以分为基于全局点的方法以及基于特征的方法。

基于全局点的方法主要通过迭代寻找参考扫描点集与当前观测扫描点集的对应对,从而确定匹配参数。常用的有迭代最近点(Iterative Closest Point, ICP)^[4]算法、迭代双对应(Iterative Dual Correspondence, IDC)算法^[5]、基于点-线距离的算法^[6-7]。这类算法由于使用了全局的点数据,收敛速度较慢,同时容易受到初始位姿的影响,如果初始位姿相差较大,则收敛速度将大幅降低,甚至会陷入局部最优解。

基于特征的匹配算法通过提取环境中的线段、角点等特征,根据特征的性质和特征之间的相对关系进行匹配,因此匹配速度较快。根据特征的不同,特征匹配算法可以分为两种;第一种采用线段与线段匹配的方法^[8-10];第二种采用角点、线段端点或线段交点作为特征点,并在此基础上进行匹配^[2, 11-15]。这两种方法在无障碍物的多边形环境中表现较好,

但在多障碍物环境中,由于遮挡的影响,第一种方法提取的部分线段通常是不完整的,只有线段夹角可以作为有效的约束条件,进而限制了匹配的准确性;而第二种方法可能引入额外的特征点,从而影响了匹配精度。动态障碍物对匹配算法的影响与多障碍物类似,相当于在当前扫描数据中添加了无法在参考数据中找到对应点的数据,进而导致匹配失当。

综上所述,如何在多障碍物环境以及动态环境中实现迅速、准确的匹配,是一个需要研究的重点难题。

针对这个问题,文中提出一种基于图论的匹配方法:首先提取具有凹凸性质的特征点,并在此基础上提取了具有完整凹凸性质的线段,然后以这些线段组成图模型,将点集匹配算法转变为图匹配方法。通过图匹配,能够将当前数据中的部分线段与参考数据进行匹配,从而降低了障碍物遮挡造成的影响。在图匹配结果的基础上,基于对应线段上的点进行匹配,从而得到更精确的匹配结果。换句话说,文中方法首先通过特征线段的图匹配得到良好的粗匹配结果,然后通过对应线段上的点进行精确匹配,从而实现速度与精度的平衡。

2 算法

算法流程图如图 1 所示。

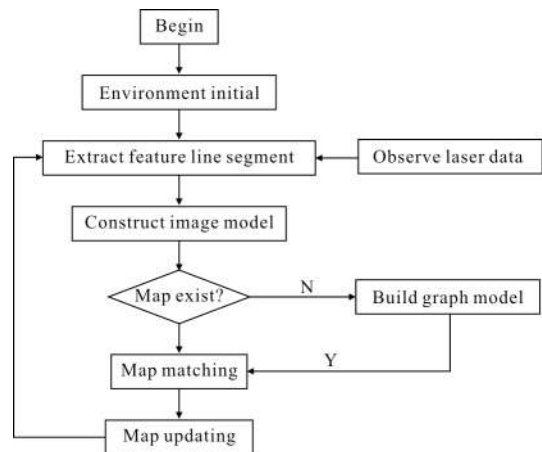


图 1 算法流程图

Fig.1 Algorithm flowchart

2.1 特征线段的提取

与传统的直接基于跳变点分割的线段提取方法^[2,10,13]不同,文中首先对特征点进行了更加细致的划分,并在此基础上提取具有完整意义的线段。完整意义的线段指的是没有被遮挡的线段(如障碍物的边缘线段)或被部分遮挡但依然可以识别的线段(如环境边界线段)。在多障碍物环境下,完整意义的线段少于传统算法提取的线段。以图 2 为例,在多障碍物相互遮挡的影响下,相距较近的两帧数据也可能差别很大。

首先将扫描中的特征点分为两种:凹端点和凸端点。凹端点是指相邻点距离较为连续的扫描数据中产生凹陷的点,常见于环境边界的墙角处。凸端点有两种情况:第一种是相邻点距离发生跳变的点,考虑到遮挡情况,该点实际上是障碍物的边缘点;第二种是指相邻点距离较为连续的扫描数据中产生凸起的点,常见于多边形障碍物的角点处。

文中采用相邻点间距和相邻点间线段夹角提取扫描数据中的凹凸端点。设单线激光雷达 360°扫描得到的距离数据为 $D=\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$, 对应点集为 $L=\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$, 计算出的相邻点间线段夹角为 $\Theta=\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$, θ_i 为向量 $\vec{l_{i-1}l_i}$ 到向量 $\vec{l_i l_{i+1}}$ 的偏转角度, 顺时针为正, 表示点的凹陷程度, 逆时针为负, 表示点的凸出程度。若干个连续相邻线段夹角之和为这些数据点的总偏转角度。实际环境中噪声对相邻点间

线段夹角 Θ 的影响较大, 因此首先需要采用中值滤波或均值滤波等方法对距离数据进行降噪, 再计算夹角。文中采用相邻点间距和相邻点间线段夹角提取扫描数据中的凹凸端点。设单线激光雷达 360°扫描得到的距离数据为 $D=\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$, 对应点集为 $L=\{l_1, l_2, \dots, l_n\}$, 计算出的相邻点间线段夹角为 $\Theta=\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$, θ_i 为向量 $\vec{l_{i-1}l_i}$ 到向量 $\vec{l_i l_{i+1}}$ 的偏转角度, 顺时针为正, 表示点的凹陷程度, 逆时针为负, 表示点的凸出程度。若干个连续相邻线段夹角之和为这些数据点的总偏转角度。实际环境中噪声对相邻点间线段夹角 Θ 的影响较大, 因此首先需要采用中值滤波或均值滤波等方法对距离数据进行降噪, 再计算夹角。

计算相邻点间的欧式距离, 通过设定动态阈值来判断数据点是否为地图的边缘点或稀疏点。距离数据 d_i 的动态阈值通过公式(1)计算:

$$\text{Thres}_{d_i} = k \times \psi \times d_i \quad (1)$$

式中: k 为放缩系数, 一般为 15; ψ 为单线激光雷达的角分辨率。高于阈值的相邻点被认为是跳变点。跳变点一般成对出现, 其中距离较近的点为第一种凸端点。

相邻线段夹角 Θ 经过滤波器[1 1 1 1]得到的值为数据点邻域内的总偏转角度, 通过设定相应的阈值来判断数据点的凸出或凹陷性质。一般来说, 凸端点的阈值设为 $-\pi/3$, 凹端点的阈值设为 $\pi/3$ 。实际环境下, 由于噪声的影响, 还需要对这些点在对应邻域内进行非极大/极小值抑制, 以剔除重复点。

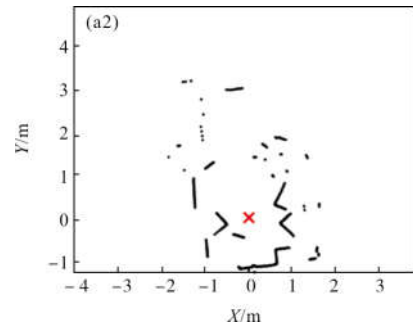
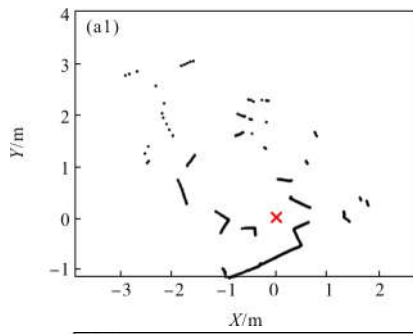
根据凹凸端点的组合, 可以将线段分为三类: 凸-凸线段, 凹-凹线段和凹-凸线段。

凸-凸线段: 相邻凸端点组成的线段。这类线段是多障碍物环境中最常见, 也是最容易提取的线段。通过凸端点间数据点的统计特性判断是否构成线段, 拟合相邻凸端点间的数据并将参数相似的线段融合, 去除点数量较少的线段, 最终提取出凸-凸线段。需要注意的是, 融合的线段不应包含跳变点, 以免引入误差。此外, 若环境中具有圆弧或圆边界的障碍物, 则需要通过参考文献[16]中的基于内接角识别圆弧的方法将这些圆弧剔除。

凹-凹线段: 相邻凹端点组成的线段。障碍物遮挡条件下, 环境的边沿通常无法被完整采集到, 因此文中在相邻凹端点构成的线段基础上, 通过统计落在该线段的点的数量来判断是否为凹-凹线段。实际实验中设定的阈值为 0.3, 即如果有超过 30% 的点被认为落在凹端点组成的线段上时, 则认定该线段为凹-凹线段。

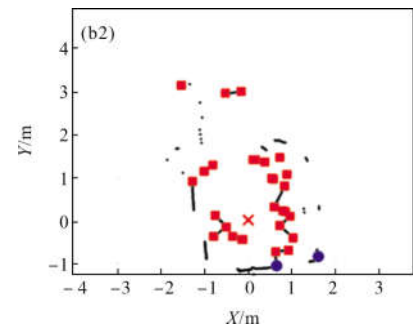
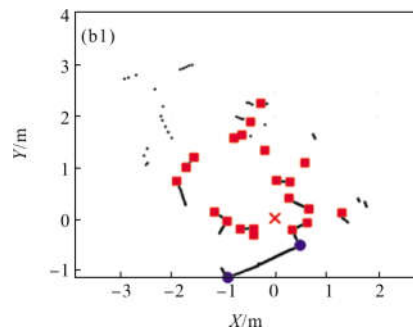
凹-凸线段: 第一种凸端点情况下, 该线段实际上是凹-凹线段的一部分; 第二种凸端点情况下, 这类线段的提取易受到扫描点密度不均匀、遮挡等情况的影响, 进而影响提取结果。因此, 这类线段在多障碍物环境中的提取难度较大, 在实际实验中不会单独提取出来。

图 2 展示的是两帧数据的匹配过程, X 标记为单线激光雷达的中心位置。图 2(a) 为环境中采集的两帧数据点集, 提取的特征点如图 2(b) 所示, 红色的方点为凸端点, 蓝色的圆点为凹端点, 图 2(c) 为对应的凸-凸线段和凹-凹线段, 图 2(d) 展示两帧数据中一一对应的线段, 对应线段采用相同的颜色标注, 图 2(e) 为两帧数据的匹配结果。



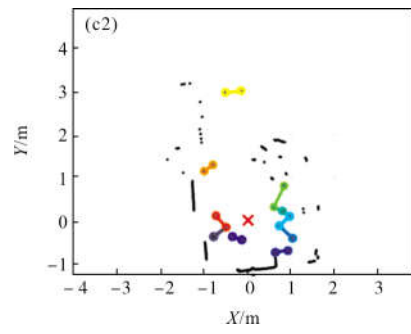
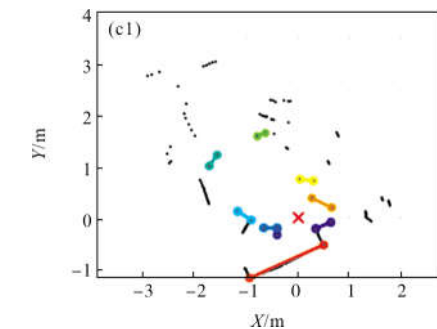
(a) 相同环境下的两帧激光扫描数据

(a) Neighboring laser scanning data in the same environment



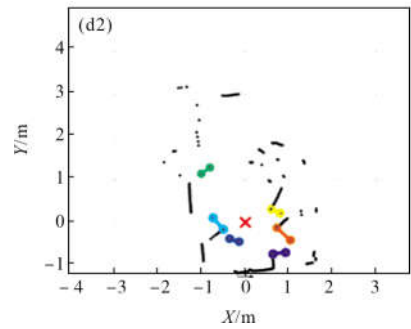
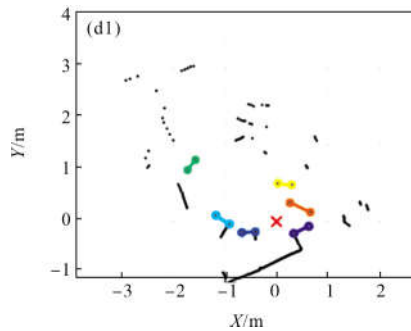
(b) 凹端点和凸端点的提取

(b) Extraction of concave points and convex points



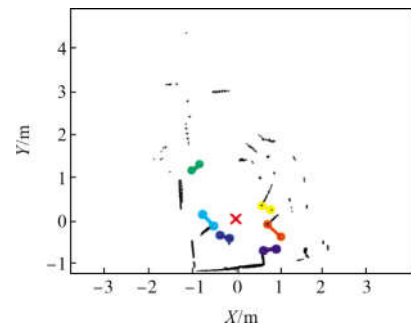
(c) 凹-凹线段和凸-凸线段的提取

(c) Extraction of concave-concave lines and convex-convex lines



(d) 属性图匹配

(d) Attributed graph matching



(e) 扫描数据匹配结果

(e) Matching result of the scanning data

图 2 扫描数据的属性图匹配计算过程

Fig.2 Attributed graph matching process of scanning data

2.2 属性图匹配

2.1 节将数据点集转化为若干个具有完整意义

的线段。将这些线段视为图(graph)中的点,建立相应的属性图模型。记当前扫描数据线段集合 S 对应的图为 $G=\{V,E,\{A\},\{B_h\}_{h=1}^s\}$, $n=|V|$, 参考数据线段集合 S' 对应的图为 $G'=\{V',E',\{A'\},\{B'_h\}_{h=1}^s\}$, $n'=|V'|$ 。其中, $V(V')$ 和 $E(E')$ 为图 $G(G')$ 的点和边的集合, $A \in R^{n \times 1}$, $A' \in R^{n' \times 1}$ 为点属性向量, $B_h \in R^{n \times n}$, $B'_h \in R^{n' \times n'}$ 为边属性矩阵。换句话说, A 和 A' 分别为线段集合 S 和 S' 中各线段的长度值向量, $\{B_h\}_{h=1}^s$ 和 $\{B'_h\}_{h=1}^s$ 分别为线段集合 S 和 S' 中线段之间的夹角、长度差值与线段长度的比值、中点间距以及最近点间距组成的矩阵集合。

为了衡量 G 与 G' 的相似性,通过公式(2)和公式(3)计算边属性的相似性矩阵 X 以及点属性的相似性向量 y 。

$$X_{kl} = \frac{\alpha}{\sum_{g=1}^r \left| B_{l-\lfloor \frac{l-1}{n} \rfloor n, k-\lfloor \frac{k-1}{n} \rfloor n}^g - B_{1+\lfloor \frac{l-1}{n} \rfloor n, 1+\lfloor \frac{k-1}{n} \rfloor n}^g \right| + \alpha} \quad (2)$$

$$y_k = \frac{\alpha}{A_{k-\lfloor \frac{k-1}{n} \rfloor n} - A'_{1+\lfloor \frac{k-1}{n} \rfloor n} + \alpha} \quad (3)$$

式中: $X \in R^{n \times n'}$ 为边属性对应的相似度矩阵; $y \in R^{n \times 1}$ 为点属性对应的相似度向量; α 为控制参数,通常设为 1。

采用连续投影图匹配方法(SPGM)^[17]计算 G 和 G' 的变换矩阵 P 的约束估计矩阵 \bar{P} , 即通过估算矩阵 \bar{P} 使下列函数最小化:

$$J(p) = -\frac{1}{2} p^T X p - \frac{1}{2} p^T I p - y^T p \quad (4)$$

式中: $p = \text{vec}(\bar{P})$ ($\text{vec}(\cdot)$ 为向量化操作); I 为单位矩阵。此时,属性图匹配问题被转换为最优化问题,其限制条件为:

$$\begin{cases} 0 \leq \bar{P}_{ij} \leq 1 \\ \sum_{i=1}^{n_s} \bar{P}_{ij} \leq 1 \quad \forall j \\ \sum_{i=1}^{n_s} \bar{P}_{ij} = 1 \quad \forall i \end{cases} \quad (5)$$

通过 SPGM 算法约束估计矩阵 $\bar{P}=[p_{ij}]$ 。矩阵中的元素 p_{ij} 代表着集合 S 的第 i 个特征线段与集合 S' 的第 j 个特征线段之间的匹配概率。最后,依次选取概率最大的线段作为对应线段。

集合 S 中各个线段的中点与集合 S' 中对应线段的中点构成对应点对,根据坐标转换原理即可得出相对定位参数旋转增量 $\Delta\theta$ 和平移增量 $\Delta x, \Delta y$ 。

从图 2 中可以看出,由于多障碍物环境存在的遮挡问题,无法保证当前数据线段集合 S 中的每一条线段都能找到在参考集合 S' 中的对应线段。同理,动态环境中,动态障碍物的边缘线段同样无法找到合适的对应线段。为避免这些线段带来的干扰,文中通过引入 RANSAC 算法,对 S 中随机抽取的若干线段进行图匹配,选出误差最小的变换参数,从而减少由于多障碍物遮挡或动态障碍物带来的影响。

此时,算法已经过图匹配算法将对应线段中心点进行了匹配,得到了良好的初始匹配结果。为提高匹配的精确性,需要在此基础上提取各个对应线段上的点数据,使用 ICP 算法进行进一步的精确匹配。

综上所述,文中首先基于图匹配快速确定了最优的初始变换,然后使用 ICP 算法对对应线段上的数据点进行精确匹配。一方面避免了基于全局点的匹配算法容易陷入局部最优解且匹配时间较长的问题,另一方面也基于对应线段上的点匹配获得了较高的配准精度,实现了匹配速度与匹配精度的平衡。

3 实验

为了研究文中匹配算法的性能,在实验室布置的多障碍物环境和动态环境下对算法进行定性与定量分析,通过与传统算法的比较,验证文中方法的实用性。实验数据由 RPLIDAR A2 型单线激光雷达获取,其视场角和角度分辨率分别为 360° 和 0.90° 。

3.1 图模型中线段数量的影响

随机布置的动态多障碍物环境如图 3 所示,图中的黑色物体为动态障碍物。在环境中随机选定三个点,记为 A, B, C , 移动机器人所在处为 A 点。分别在有动态障碍物和无动态障碍物的条件下在 A, B, C 三点上采集数据,然后与已知的无动态障碍物的环境地图进行匹配,最后根据匹配误差探究观测图模型中包含的线段数量对匹配结果的影响。

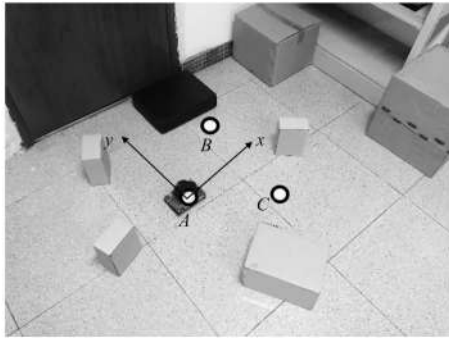


图 3 动态多障碍物环境示意图

Fig.3 Schematic diagram of dynamic multi-obstacle environment

图 4(a)为有动态障碍物的条件下移动机器人在 A 点观测到的数据点集,图 4(b)为对应的特征线段,其中,淡蓝色的线段为动态障碍物。

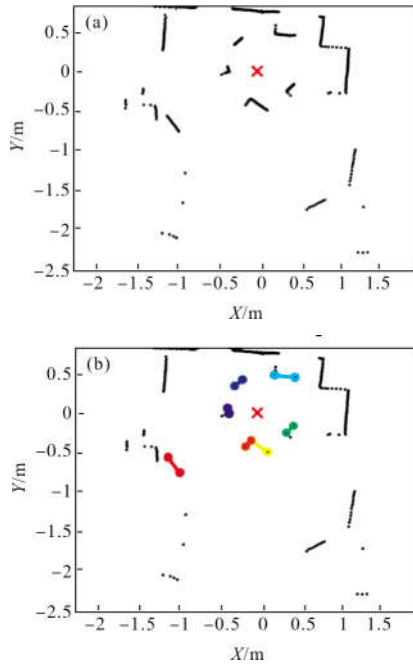
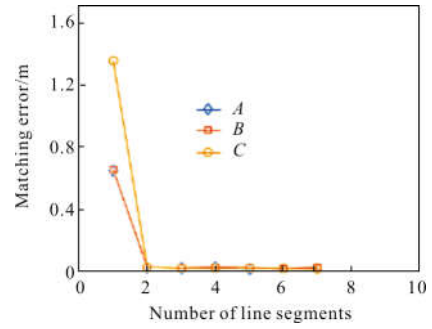


图 4 点 A 的观测数据与对应线段

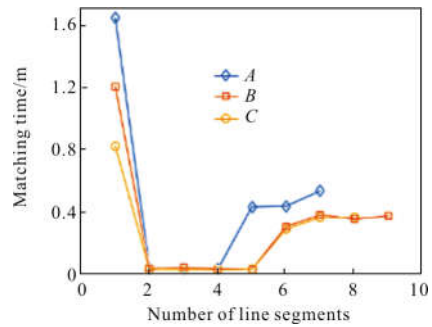
Fig.4 Scanning data and corresponding lines at point A

图 5 为不同环境下线段数量对匹配结果的影响。可以看出,当提取的线段数量为 1 时,单条线段无法建立特征线段之间的几何关系,此时匹配出现错误。当提取的线段数量大于 1 时,在没有动态障碍物的情况下,各个特征线段可以较为容易地匹配到已知环境地图上,线段数量几乎不影响匹配结果。而当环境中有动态障碍物时,在抽取线段数量较多的情况下容易引入动态障碍物的边缘线段,从而导致匹配出错。



(a) 静态障碍物环境

(a) Static obstacle environment



(b) 动态障碍物环境

(b) Dynamic obstacle environment

图 5 不同环境下线段数量对匹配误差的影响

Fig.5 Effect of the number of line segments on matching error in different environments

综上所述,无论环境中是否有动态障碍物,只需采用 RANSAC 算法随机抽取观测点集中的 2~3 条线段即可实现较好的图匹配效果,大大提升了算法的效率。

3.2 障碍物数量对匹配误差与匹配时间的影响

为了研究障碍物对匹配结果的影响,文中通过控制环境中障碍物的数量以及相邻帧采集的间距分析障碍物对匹配误差和匹配时间的影响。

一般来说,多障碍物环境下影响匹配效果的原因有两种:第一,多障碍物和环境边界之间的互相遮挡会引入更加散乱复杂的扫描点,当移动机器人进行一段位移后,新位置的障碍物遮挡情况会导致新的扫描数据与已知扫描数据出现较大的差异,从而导致匹配失当;第二,动态障碍物的偏移、旋转、出现和消失都会引入大量的与参考环境地图完全不一致的扫描点,极大地影响了匹配的稳定性。

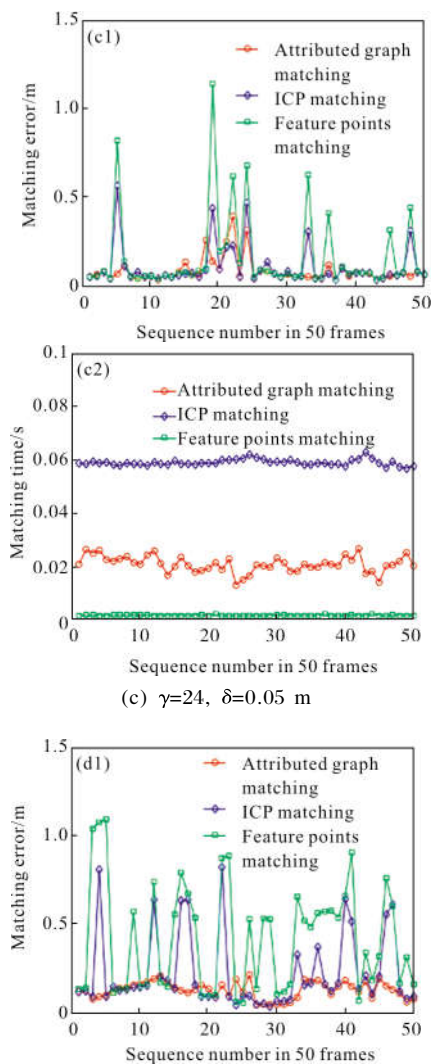
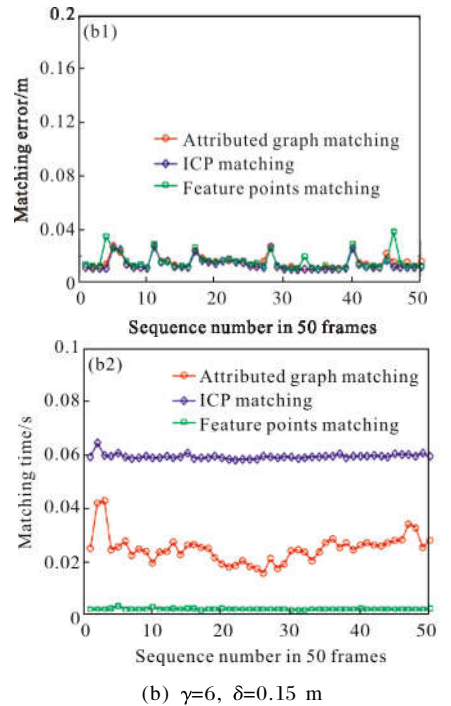
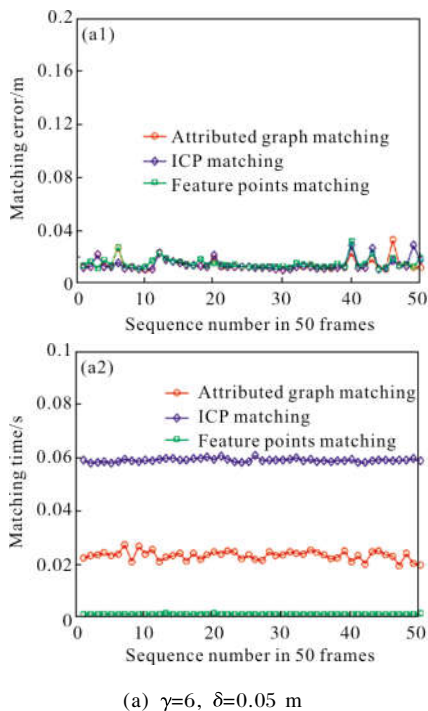
为了更好地描述环境中的障碍物的遮挡现象,文中定义了一个新的参数——环境复杂度 γ 。环境

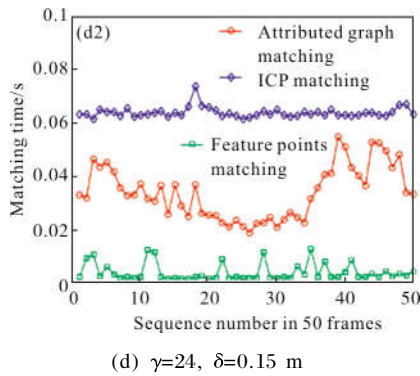
复杂度 γ 为移动机器人在同一环境中扫描的所有帧数据里根据 2.1 节计算的凹凸端点的最大数量。由于凹凸端点是由扫描数据的跳变点或角点计算得出的, 适合用于描述环境中障碍物分布的复杂程度。例如: 图 2 的环境复杂度为 24, 图 3 的环境复杂度为 19。

将无障碍物的环境 ($\gamma=6$) 与随机布置若干障碍物后的环境 ($\gamma=24$) 作为对照组, 在相同移动轨迹上分别采集 50 组相邻帧, 相邻帧的间距 δ 分别为 0.05 m 和 0.15 m。分别采用传统的 ICP 算法^[4]、基于特征点的算法^[13]以及文中提出的算法对每组相邻帧数据进行匹配。从匹配误差和匹配时间上对以上三种算法进行对比, 并根据统计结果研究环境复杂度和相邻帧数据差别对匹配结果的影响。

图 6(a)和图 6(b)展示的是低复杂度环境下不同相邻帧间距的匹配误差和匹配时间。由于低复杂度环境中遮挡情况较少, 相邻帧间距对扫描数据的影响较小, 相当于提供了非常合适的初始位姿, 因而各类方法均可以较快地收敛。此时文中方法在匹配误差上与 ICP 相当, 在匹配时间上小于 ICP 算法, 略高于基于特征点的方法。

图 6(c)和图 6(d)展示的是高复杂度环境下不同相邻帧间距的匹配误差和匹配时间。从图 6(c)可以看出, 在高复杂度环境中, 由障碍物带来的遮挡问题较为严重, 即使较小的相邻帧间距也可能导致扫描





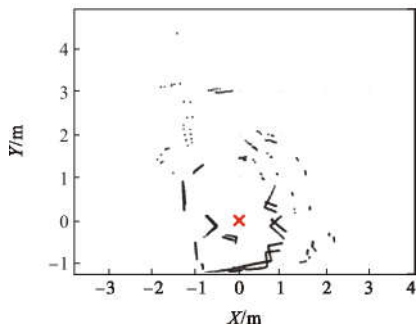
(d) $\gamma=24, \delta=0.15 \text{ m}$

图 6 相邻帧的匹配误差与匹配时间

Fig.6 Matching error and time of neighboring frames

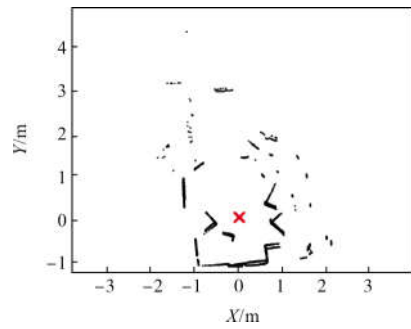
数据产生较大的变化,匹配的困难程度随着相邻帧间距的增大而增大。此时,基于特征点的方法受到障碍物遮挡的影响,常常引入额外的特征点,因此匹配误差起伏较大;基于全局点匹配的 ICP 算法在较小的间距条件下出现了少量的匹配失当的情况,随着间距的增大,算法更加容易陷入局部最优解;文中方法对相邻帧间距变化和环境复杂度变化均不敏感,匹配较为稳定,在高复杂度环境中的表现优于 ICP 算法与特征点匹配算法。

前文中的图 2(a)为高环境复杂度环境中相邻帧间距较大的条件下($\gamma=24, \delta=0.15 \text{ m}$)采集的一组相邻帧数据。分别基于特征点的算法、ICP 算法以及文中算法对图 2(a)中的相邻帧数据进行匹配,对应的匹配结果如图 7 所示。从图 7(a)中可以看出,由于多障碍物环境下相邻帧的特征点差异较大,特征点匹配的准确性受到较大的影响。从图 7(b)中可以看出,ICP 算法更倾向于优先匹配距离中心点较近的、密度较大的数据点,因此匹配结果容易陷入局部最优解。从图 7(c)中可以看出,文中方法根据特征线段进行了匹配,降低了遮挡的影响,提升了运算效率。



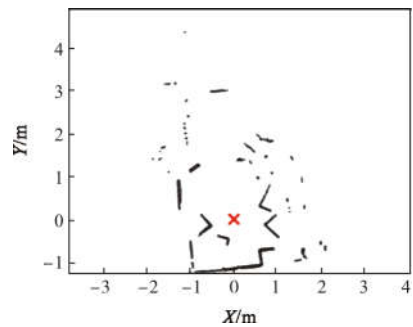
(a) 特征点匹配结果

(a) Matching result based on feature points



(b) ICP 算法匹配结果

(b) Matching result based on ICP algorithm



(c) 文中算法匹配结果

(c) Matching result based on the proposed algorithm

图 7 匹配效果对比图

Fig.7 Comparison of matching results

4 结论

文中主要研究了在多障碍物环境以及动态多障碍物环境下,基于单线激光雷达的数据点匹配问题。提出了一种新的基于图论的匹配算法,在传统的基于特征点的方法上分别提取出具有完整意义的凹性质和凸性质的线段,并依据这些线段的几何关系构成图模型,然后通过属性图匹配完成观测数据与参考数据的初始匹配,最后在此基础上进行对应线段上的精细匹配。文中在不同环境下对算法进行了定性和定量分析,并与传统的 ICP 方法以及基于特征点的方法进行了比较。实验结果表明,在多障碍物环境中,文中提出的匹配算法可以有效地降低障碍物遮挡对匹配结果的影响,能够准确、实时地完成数据点的匹配。

参考文献:

- [1] Wang F, Wang K, Lai S, et al. An efficient UAV navigation solution for confined but partially known indoor environments [C]//IEEE International Conference on Control &

- Automation, 2014, 1351–1356.
- [2] Shu L, Xu H, Huang M. High-speed and accurate laser scan matching using classified features [C]//IEEE International Symposium on Robotic and Sensors Environments, 2013: 61–66.
- [3] Thrun S. Robotic Mapping: A Survey [M]//Lakemeyer G, Nebel B. Exploring artificial intelligence in the new millennium. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2002: 1–35.
- [4] Besl P J, Mckay N D. A method for registration of 3-D shapes [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(2): 239–256.
- [5] Feng L, Milios E. Robot pose estimation in unknown environments by matching 2D range scans [J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 1997, 18(3): 249–275.
- [6] Cox I J. Blanche—an experiment in guidance and navigation of an autonomous robot vehicle [J]. *Robotics & Automation IEEE Transactions on*, 1991, 7(2): 193–204.
- [7] Censi A. An ICP variant using a point-to-line metric [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2008: 19–25.
- [8] Veeck M, Veeck W. Learning polyline maps from range scan data acquired with mobile robots [C]//IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2004, 2: 1065–1070.
- [9] Gutmann J, Weigel T, Nebel B. A fast, accurate and robust method for self-localization in polygonal environments using laser range finders [J]. *Advanced Robotics*, 2001, 14(8): 651–667.
- [10] Borges G A. A split-and-merge segmentation algorithm for line extraction in 2D range images [C]//IEEE International Conference on Pattern Recognition, 2000, 1: 1441.
- [11] Xie Yichen, Chen Jian, Yan Bin, et al. Distance feature set intersection for 3D feature matching [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(8): 2728–2732. (in Chinese)
- 谢易辰, 陈健, 闫宾, 等. 三维特征点距离特征集合求交匹配算法 [J]. 红外与激光工程, 2014, 43(8): 2728–2732.
- [12] Mohamed H A, Moussa A M, Elhabiby M M, et al. Improved real-time scan matching using corner features [J]. *ISPRS – International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2016, XLI-B5: 533–539.
- [13] Zhang Hui, Qu Ying, Hai Dan, et al. Real-time map building based on clustering for mobile robots [J]. *Journal of Computer Applications*, 2009, 29(8): 2116–2119. (in Chinese)
- 张辉, 渠瀛, 海丹, 等. 基于聚类匹配的移动机器人地图实时创建算法 [J]. 计算机应用, 2009, 29(8): 2116–2119.
- [14] Jia Yonghong, Yue Qingxing, Fu Xiujun, et al. Approach of identifying symbols in scanning map based on morphology [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, 33(S2): 303–306. (in Chinese)
- 贾永红, 岳庆兴, 付修军, 等. 基于数学形态学的扫描地图点状符号识别方法 [J]. 红外与激光工程, 2007, 33(S2): 303–306.
- [15] Li Haichao, Zhang Guangjun. Novel corner matching algorithm based on rotational invariants [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(3): 561–564. (in Chinese)
- 李海超, 张广军. 基于旋转不变的角点匹配方法 [J]. 红外与激光工程, 2008, 37(3): 561–564.
- [16] Xavier J, Pacheco M, Castro D, et al. Fast line, arc/circle and leg detection from laser scan data in a player driver [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005: 3930–3935.
- [17] Van Wyk B J, Van Wyk M A. A pocs-based graph matching algorithm [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(11): 1526–1530.