

渐变太赫兹椭圆-双曲线形连接器的理论分析

王 凯,张惠芳,曹 清

(上海大学 物理系,上海 200444)

摘 要: 为了实现太赫兹高斯光束与双曲线形金属波导的高效耦合,设计了一个渐变的椭圆-双曲线形金属波导连接器。此波导连接器的输入端是矩形的,输出端是椭圆-双曲线形的。在渐变的过程中,矩形金属波导的 TE_{01} 模逐渐转变成双曲线形金属波导的椭圆偏振模。根据 WKB 近似,这个缓慢渐变的波导消除了反射和散射, TE_{01} 模和椭圆偏振模的耦合效率可以高达 94%。最终,经过这个渐变连接器,高斯光束和双曲线形金属波导的耦合效率可以提高到 69.1%。

关键词: 连接器; 波导; 远红外或太赫兹; 金属光学

中图分类号: O441.1 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0203003

Theoretical analysis on tapered terahertz elliptical-hyperbolic connector

Wang Kai, Zhang Huifang, Cao Qing

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: In order to couple a terahertz Gaussian beam into a hyperbolic metal waveguide (HMWG), a tapered elliptical-hyperbolic metal waveguide (TEHMWG) was proposed as a connector. The input of the TEHMWG was rectangular, and the output was elliptical-hyperbolic. In the tapered process, the TE_{01} mode of rectangular metal waveguide was gradually transformed into the elliptical polarized mode of hyperbolic metal waveguide. According to WKB approximation, the slowly tapered waveguide eliminated the reflection and scattering. The coupling efficiency between the TE_{01} mode and the elliptical polarized mode was 94%. Through this connector, the coupling efficiency between a Gaussian beam and HMWG was improved to 69.1%.

Key words: connector; waveguides; far infrared or terahertz; metal optics

收稿日期:2018-09-05; 修订日期:2018-10-03

基金项目:国家自然科学基金(61275103)

作者简介:王凯(1989-),男,博士生,主要从事太赫兹波导传输与耦合方面的研究。Email:wkbenpao@shu.edu.cn

导师简介:曹清(1967-),男,教授,博士生导师,博士,主要从事微纳光学与光子学、表面等离子体、光学成像等方面的研究。

Email:qcao@shu.edu.cn

通讯作者:张惠芳(1967-),女,副研究员,博士,主要从事表面等离子体、超材料、量子光学等方面的研究。

Email:hfhzhang1967@shu.edu.cn

0 引言

在太赫兹(THz)科学与技术发展中,波导扮演着重要角色。在 THz 通信、光谱和传感领域,波导除了传输 THz 信号,还可以做成各种各样的器件^[1-2]。近年来,科研工作者研究了不同类型的 THz 波导^[3-5]。尤其是,用一个渐变的结构可以连接两个不同形状的波导^[6-7],从而实现本征模的转化^[8]。另外,渐变的波导结构还可以聚焦 THz 波。例如,一个渐变的双椭圆波导可以连接一个近似的平行平板波导和双圆曲线形金属波导^[9]。一个渐变的双曲线金属波导(HMWG)能把 THz 波聚焦到一个直径只有 5 nm 的光斑^[10]。HMWG 的本征模是椭圆偏振的,而一般的 THz 高斯光束是线性偏振的,两者具有比较差的模式叠加,高效地耦合高斯光束到 HMWG 是困难的。相比于 HMWG,矩形金属波导(RMWG)的 TE_{01} 模是线性偏振的,能够与高斯光束具有较好的模式叠加,高效地耦合高斯光束到 RMWG 是相对容易的。因此,寻找一种渐变的连接结构来提高高斯光束与 HMWG 的耦合效率是至关重要的。

文中提出了一个渐变的椭圆-双曲线形金属波导(EHMWG)用来高效地耦合 THz 高斯光束到 HMWG。为了匹配入射的高斯光束,渐变 EHMWG 的输入端是矩形的。为了匹配 HMWG 的本征模,渐变 EHMWG 的输出端是椭圆-双曲线形的。沿着传播方向,矩形的长边和短边分别逐渐地变成截断的椭圆线和截断的双曲线。在逐渐变化的过程中,线性偏振的 TE_{01} 模逐渐地转化成椭圆偏振模。根据 WKB 近似,这个缓慢变化的波导消除了 THz 波传输过程中的反射和散射。通过模拟,渐变的 EHMWG 两端的 TE_{01} 模和椭圆偏振模的耦合效率是 94%,输入端和输出端的耦合效率分别是 84%和 87.5%。经过这个渐变的 EHMWG 连接器,高斯光束和 HMWG 的耦合效率可以提高到 69.1%,远远大于高斯光束和 HMWG 的 20%直接耦合效率^[10]。

1 渐变波导的几何结构

渐变 EHMWG 的原理图和坐标系系统如图 1 所示。图 1(a)是渐变 EHMWG 的矩形输入端,矩形的长边和短边分别是 a 和 b 。图 1(b)是渐变 EHMWG 的

椭圆-双曲线形输出端,双曲线的半横轴是 a_2 ,椭圆的半短轴是 b_1 。图 1(c)是沿着 z 轴的渐变 EHMWG。沿着传播方向,矩形的长边逐渐从线段变化成椭圆曲线,矩形的短边逐渐从线段变化成双曲线。在渐变过程中,矩形的四个端点($A(x_0, y_0), B, C, D$)保持不变。

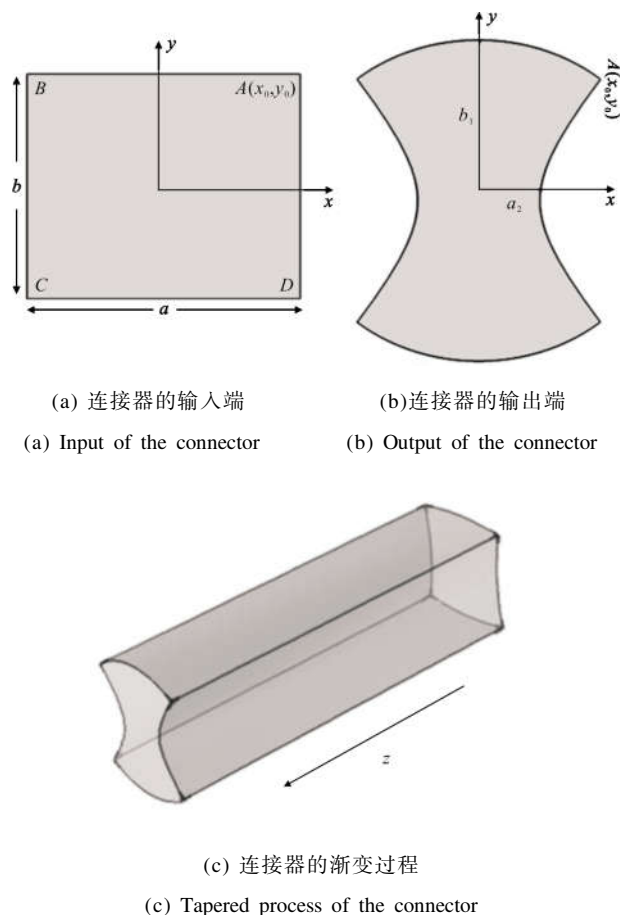


图 1 渐变的 EHMWG 的原理图和坐标系系统
Fig.1 Schematic of the tapered EHMWG and the coordinate system

众所周知,通过固定的矩形端点的椭圆和双曲线方程如下:

$$\frac{x_0^2}{a_1^2} + \frac{y_0^2}{b_1^2} = 1 \quad (1)$$

$$\frac{x_0^2}{a_2^2} - \frac{y_0^2}{b_2^2} = 1 \quad (2)$$

式中: a_1 和 b_1 分别是椭圆的半长轴和半短轴; a_2 和 b_2 分别是双曲线的半横轴和半纵轴。为了保持椭圆和双曲线的正交性,它们必须有同样的焦距 c ,并满足如下方程:

$$c^2 = a_1^2 - b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 \quad (3)$$

基于以前研究双曲线形金属波导的工作^[10], 现选择如下参数: 在输出端, 双曲线的渐近线的倾斜角 $\theta=\pi/4$, $a_2=1\ \mu\text{m}$ 和 $b_2=a_2\tan\theta=1\ \mu\text{m}$ 。在输入端, $x_0=149.896\ \mu\text{m}$ 。由于在渐变过程中保持矩形的端点不动, 通过方程(2)可得到 $y_0=149.893\ \mu\text{m}$ 。根据图 1(a), 可以得到矩形的长边和短边为: $a=2x_0=299.792\ \mu\text{m}$ 和 $b=2y_0=299.786\ \mu\text{m}$ 。然后把参数(a_2, b_2, x_0, y_0)代入到方程组(1)和(3), 求解得到输出端的另外两个参数: $a_1=211.985\ \mu\text{m}$ 和 $b_1=211.981\ \mu\text{m}$ 。在渐变的过程中, 保持 $a_2(z)$ 沿着 z 轴方向逐渐减小, 椭圆和双曲线方程的其它三个参数可以通过方程(1)和(2)求解得到。当 a_2 缓慢地从 $149.896\ \mu\text{m}$ 减小到 $1\ \mu\text{m}$ 时, 就得到渐变的 EHMWG 结构。

2 耦合计算

基于有限元(FEM)方法模拟, 来研究通过 EHMWG 连接器之后, 高斯光束与 HMWG 的耦合效率以及对应的模式场。在模拟中, 采用金属银作为阻抗边界条件。在远红外和 THz 波段, Drude 模型经常被用来获得金属的介电常数^[11], 金属银的介电常数 ϵ_m 在 $1\ \text{THz}$ 是 $-2.39\times 10^3+1.04\times 10^6j$ 。

首先, 计算从输入端到输出端 EHMWG 渐变过程中本征模的耦合效率。根据 WKB 近似^[12], 由于波导参数的绝热变化, THz 波将在波导中无反射和无散射的传输。这里, 定义渐变波导的梯度参数 $\delta_1=|da_2/dz|$, 模式波长缓慢变化程度的绝热参数 δ_2 :

$$\delta_2 = \left| \frac{d(k_z^{-1})}{dz} \right| = \left| \frac{d(k_0 n_{\text{eff}})^{-1}}{da_2} \times \frac{da_2}{dz} \right| \quad (4)$$

式中: k_z 是复传播常数; k_0 是真空中波数; n_{eff} 是有效折射率。为了保证 WKB 近似的有效性; δ_1 和 δ_2 必须远远小于 1。根据以前的经验^[8], δ_1 和 δ_2 的最大值必须小于 0.05。

当 $\delta_1=0.05$ 时, 图 2 展示传播方向 z , 有效折射率 n_{eff} 和绝热参数 δ_2 与 a_2 之间的变化关系。当 a_2 线性地从 $1\ \mu\text{m}$ 增加到 $149.896\ \mu\text{m}$ 时, 如图 2(a)所示, z 从 $2.978\ \text{mm}$ 减小到 0; 如图 2(b)所示, n_{eff} 的虚部首先迅速地减小, 然后趋于平坦; 如图 2(c)所示, n_{eff} 的实部从 0.9957 减小到 0.8662 。在输入端, RMWG 的 n_{eff} 是 $0.8662+1.664\times 10^{-4}j$ 。在输出端, EHMWG 的 n_{eff} 是 $0.9957+4.5441\times 10^{-3}j$ 。输出端的 EHMWG 的模式损耗比输入端的 RMWG 的大。在图 2(d)中, 绝热

参数 δ_2 首先迅速地下降到最小值, 然后逐渐增加。整个变化过程中, δ_2 的最大值是 0.0074 , 远远小于 1, 保证了 WKB 近似的有效性。

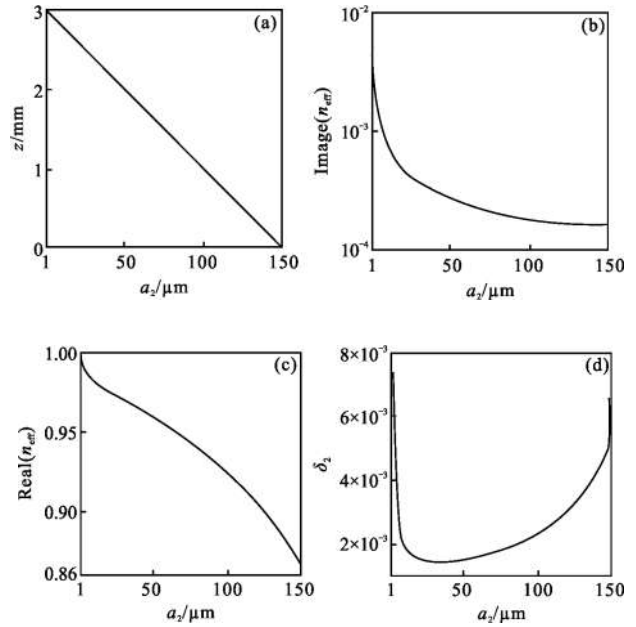


图 2 (a) 传播方向, (b) n_{eff} 的虚部, (c) n_{eff} 的实部, (d) 绝热参数 δ_2 与半横轴 a_2 的变化关系

Fig.2 (a) Propagation direction, (b) imaginary parts of n_{eff} , (c) real parts of the effective indices n_{eff} , and (d) adiabatic parameter δ_2 versus the semi-transverse axis a_2

首先, 在绝热条件下, 渐变 EHMWG 的本征模的耦合效率 η_{WKB} 可以用如下公式计算:

$$\eta_{\text{WKB}} = \exp[-2k_0 \int_0^z \text{Im}(n_{\text{eff}}) dz] \quad (5)$$

根据公式(5), 可计算出 η_{WKB} 与传播长度 z 的变化关系, 如图 3(a)所示。从图中可以看出随着 z 的增加, η_{WKB} 逐渐降低, 最终在输出端高达 96%。值得注意的是, 与输入端相比, 输出端的波导损耗急速增加, 因此在接近输出端时 η_{WKB} 迅速减小。通过 COMSOL 模拟, 可得到渐变 EHMWG 的耦合效率 η_{EHMWG} 是 94%, 几乎和 WKB 近似得到的结果一样。渐变 EHMWG 的模式场分布如图 3(b)所示, 整个模式转变的过程被形象地展示出。可看出, 输入端的 RMWG 线性偏振 TE_{01} 模逐渐演变成输出端的 EHMWG 的椭圆偏振模。此外, 沿着传输方向, EHMWG 中的电场逐渐被限制在中间区域, 从而实现了场增强。

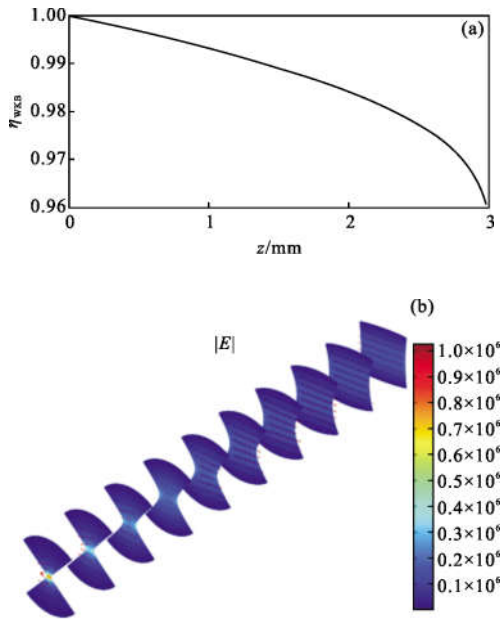


图 3 (a) WKB 近似计算的沿着传输方向 z 的渐变 EHMWG 的耦合效率, (b) 3D 模拟的模式转变图

Fig.3 (a) Coupling efficiency of the tapered EHMWG versus z by WKB, (b) mode transform of the tapered EHMWG by 3D simulation

其次, 计算高斯光束 $\phi = \exp[-(x^2+y^2)/\omega^2]$ 与输入端 RMWG 的 TE_{01} 模的耦合效率 η_{in} 。其中, ω 是高斯的光斑尺寸。由于模拟中无法取得无穷大的区域, 因此, 仅把高斯光束照射到矩形区域。当 $\omega = 0.3\lambda_0$ 时, 中空的矩形波导区域接收了 97.53% 的高斯光束的能量, 此时通过模拟得到的耦合效率是 84%。

最后, 讨论输出端 EHMWG 和 HMWG 之间的耦合效率 η_{out} 。一般情况下, 两个模式场的耦合效率可以通过如下叠加积分得到^[13]:

$$\eta_{out} = \frac{\left| \iint_s \phi_a \phi_b^* ds \right|^2}{\iint_s |\phi_a|^2 ds \iint_s |\phi_b|^2 ds} \quad (6)$$

式中: s 为积分区域; ϕ_a 和 ϕ_b 分别为 EHMWG 和 HMWG 的模式场。为了得到 ϕ_a 和 ϕ_b , 在模拟中, 忽略金属内部电场, 并采用模式分析, 模拟的模式场如图 4 所示。图 4(a) 是输入端的 TE_{01} 模式场, 图 4(b) 是渐变 EHMWG 在 $a_2 = 75 \mu\text{m}$ 的椭圆偏振模式场, 图 4(c) 是输出端 EHMWG 在 $a_2 = 1 \mu\text{m}$ 的椭圆偏振模式场, 图 4(d) 是输出端 HMWG 在 $a_2 = 1 \mu\text{m}$ 时的椭圆偏

振模式场。可以看出, 在输入端一个分布相对均匀的 TE_{01} 模式场逐渐演变成在输出端一个相对集中的椭圆偏振模式场。比较图 4(c) 和 (d), EHMWG 和 HMWG 的椭圆偏振模式场在场分布和偏振态上非常相似。把图 4(c) 和 (d) 的模式分析结果代入方程 (6), 可得到在输出端的耦合效率 $\eta_{out} = 87.5\%$ 。另外, 图 4(c) 和 (d) 模式场的 n_{eff} 分别是 $0.9957 + 4.5441 \times 10^{-3}j$ 和 $1.0041 + 3.857 \times 10^{-3}j$, 这两个有效折射率的实部相差甚小, 因此输出端 EHMWG 和 HMWG 之间的反射可以忽略。最终, 通过 EHMWG 连接器, 高斯光束与 HMWG 的耦合效率 $\eta_{tot} = \eta_{in} \eta_{EHMWG} \eta_{out}$ 是 69.1%。而不通过 EHMWG 连接器, 直接耦合效率才 20%^[10]。

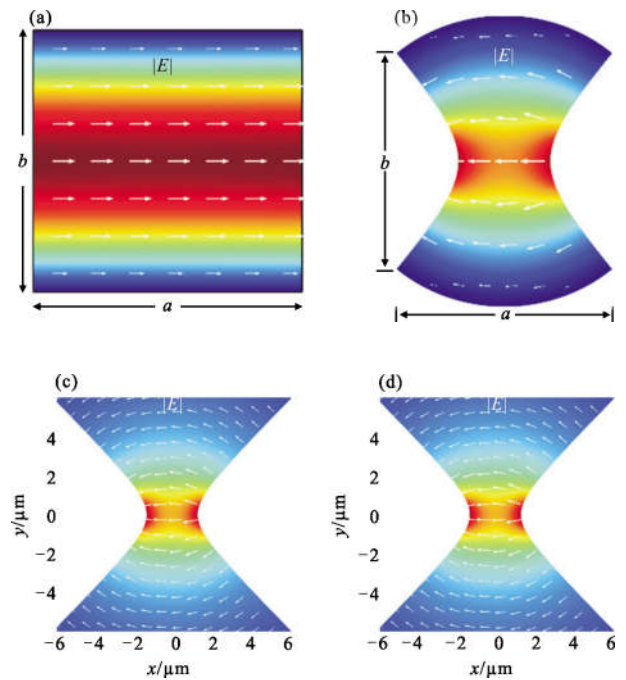


图 4 耦合过程中模式场的变化

Fig.4 Change of modal fields in the coupling process

3 结论

文中设计了一个渐变 EHMWG 连接器, 该器件可以提高高斯光束到 HMWG 的耦合效率。在整个传输过程中, 高斯光束首先在输入端耦合进 RMWG, 然后经过渐变的 EHMWG, 最后在输出端耦合到 HMWG, 与此同时, 线性偏振的高斯模逐渐耦合到椭圆偏振模。根据 WKB 近似, 渐变的波导结构消除了 THz 波的反射和散射, 可得到较高的耦合效率。通过模拟分析, 输入端的耦合效率为 84%, 渐变 EHMWG

的耦合效率为 94%, 输出端的耦合效率为 87.5%。最终, 高斯光束通过 EHMWG 连接器与 HMWG 的耦合效率可以提高到 69.1%。

参考文献:

- [1] Ma Jianjun, Karl Nicholas J, Bretin Sara, et al. Frequency-division multiplexer and demultiplexer for terahertz wireless links [J]. *Nature Communications*, 2017, 8(1): 729.
- [2] Lee Tae-Woo, Lee Young Jin, Kwon Soon-Hong. Low cross-talk, deep subwavelength plasmonic metal/insulator/metal waveguide intersections with broadband tunability [J]. *Photonics Research*, 2016, 4(6): 272-276.
- [3] Cao Qing, Jahns Jürgen. Azimuthally polarized surface plasmons as effective terahertz waveguides [J]. *Optics Express*, 2005, 13(2): 511-518.
- [4] Li Haisu, Atakaramians Shaghik, Lwin Richard, et al. Flexible single-mode hollow-core terahertz fiber with metamaterial cladding [J]. *Optica*, 2016, 3(9): 941-947.
- [5] Moghaddam Mohammad Ali Khosrovani, Ahmadi-Boroujeni Mehdi. Design of a hybrid spoof plasmonic sub-terahertz waveguide with low bending loss in a broad frequency band [J]. *Optics Express*, 2017, 25(6): 6860-6873.
- [6] Zhou Peng, Tsui Jacky PY, Chu Sai Tak, et al. Design and fabrication of a broadband millimeter wave rectangular-metallic to dielectric rod-waveguide adaptor [J]. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, 2017, 7(1): 86-92.
- [7] Saad Saad S. Rectangular to elliptical waveguide connection : US, 4540959 [P]. 1985-09-10.
- [8] Teng Da, Cao Qing, Li Shuang, et al. Tapered dual elliptical plasmon waveguides as highly efficient terahertz connectors between approximate plate waveguides and two-wire waveguides [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2014, 31(2): 268-273.
- [9] Stockman Mark I. Nanofocusing of optical energy in tapered plasmonic waveguides [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(13): 137404.
- [10] Gao Hua, Cao Qing, Zhu Minging, et al. Nanofocusing of terahertz wave in a tapered hyperbolic metal waveguide [J]. *Optics Express*, 2014, 22(26): 32071-32081.
- [11] Ordal Mark A, Bell Robert J, Alexander Ralph W, et al. Optical properties of fourteen metals in the infrared and far infrared: Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Mo, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, V, and W [J]. *Applied Optics*, 1985, 24(24): 4493-4499.
- [12] Rusina Anastasia, Durach Maxim, Nelson Keith A, et al. Nanoconcentration of terahertz radiation in plasmonic waveguides [J]. *Optics Express*, 2008, 16(23): 18576-18589.
- [13] Edelman A, Moeller L, Jahns J. Coupling of terahertz radiation to metallic wire using end-fire technique [J]. *Electronics Letters*, 2013, 49(14): 884-886.