

## 径向矢量光场在双延迟器作用下的偏振演化

贺文俊, 贾文涛, 王 祺, 陈柯含, 付跃刚

(长春理工大学 光电工程学院, 吉林 长春 130022)

**摘 要:** 延迟器作为改变光信号偏振态的一种重要光学器件, 具有高偏振变换精度、低成本、算法简单等特点, 利用一个 1/4 波片和一个 1/2 波片组合可实现对径向矢量光场偏振调制的新方法, 采用 Jones 矩阵算法分析了双波片的调制机理, 将光场的偏振演化规律在庞加莱球上表示, 并通过实验验证理论分析的正确性, 研究结果表明: 双延迟器结构可实现对径向矢量光场的复杂偏振调控, 并获得光强均匀分布、偏振态有规律分布的矢量光束。

**关键词:** 矢量光场; 偏振; Jones 矩阵; 庞加莱球

**中图分类号:** O436.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0517006

## Polarization evolution of radial vector field on double retarders

He Wenjun, Jia Wentao, Wang Qi, Chen Kehan, Fu Yuegang

(School of Opto-electronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

**Abstract:** As an important optical device for changing the polarization state of an optical signal, a retarder has high polarization conversion accuracy, low cost, and simple algorithm. A new method was proposed for polarization modulation of radial vector optical field using a combination of a 1/4 wave plate and a 1/2 wave plate. The Jones matrix algorithm was used to analyze the modulation mechanism of the dual-wave plate. The polarization evolution law of the light field was represented on a Poincaré sphere, and the correctness of the theoretical analysis was verified through experiments. The results show that the dual retarder structure can realize complex polarization control of radial vector light field, and obtain a vector field with uniform light intensity distribution and regular polarization state distribution.

**Key words:** vector field; polarization; Jones matrix; Poincaré

收稿日期: 2019-01-17; 修订日期: 2019-02-03

基金项目: 国家自然科学基金(61805025); 吉林省科技创新人才培育计划青年科研基金(20160520015JH)

作者简介: 贺文俊(1987-), 男, 讲师, 博士, 主要从事偏振光学及光学测试方面的研究。Email: hewenjun@cust.edu.cn

## 0 引言

矢量光束是一种偏振态在空间中呈现非均匀分布的光场,其偏振特性及调控方法已成为当前的研究热点。研究发现矢量光场的非均匀偏振分布对光场偏振特性的空域演化及光场与物质的相互作用有重要影响,其中最引人注目的是柱对称矢量光场的紧聚焦特性,在高数值孔径显微镜的聚焦<sup>[1]</sup>下产生很强的纵向偏振分量,形成超衍射极限的焦斑<sup>[2]</sup>。随着研究的持续深入和技术的不断进步,矢量光场的研究内容和方向越来越丰富,各种新型光电器件的应用和新实验方法的提出,也不断促进着矢量光场的发展,使其在众多光学领域受到越来越多的重视,如光信息领域<sup>[3]</sup>、光学显微技术<sup>[4]</sup>、表面等离子体激发<sup>[5]</sup>、微纳粒子捕获与操控<sup>[6]</sup>、光学微操纵<sup>[7-8]</sup>等方面。

目前,矢量光场的生成及调控方法可根据是否有增益介质的参与分为主动式和被动式两类,主动式是通过设计激光器谐振腔调控生成的矢量光场激光,如多层膜偏振光栅、光纤激光器、光子晶体反射镜等方式,此方式可获得高效率的矢量光场,但生成光场的种类单一;被动方式是在激光器谐振腔外,采用光学元件实现光场调制,如干涉、空变偏振器、基于 4f 系统和波前重构等方式,被动方式光路调节灵活,便于产生新的矢量光场。为了获得更多的矢量光场模式,采用被动方法更为实用,目前有国外研究者采用一个波片调制矢量光场<sup>[9-10]</sup>,其方法操作简单,转换效率较高,可以进行复杂的矢量光场调制,而双波片偏振调控结构可产生更新颖的矢量光场分布模式,如利用两个级联的 1/2 波片系统<sup>[11]</sup>,可以灵活调整柱矢量光场的初始方位角,文中在双 1/2 波片调制的基础上,采用单 1/2 波片和单 1/4 波片组合方式,实现对径向矢量光场的复杂调控。

文中采用 Jones 算法建立双延迟器调制的数学模型,通过理论推导,计算出标量光束经过 S 波片和双延迟器(1/2 波片和 1/4 波片组合)后偏振态的空间分布,定量分析了波片快轴变化对矢量光场偏振态分布的影响,采用庞加莱球描述出射光场的偏振态,更容易理解复杂矢量光场分布,并搭建单色光实验检验光路,充分验证理论分析的正确性和该方法的可行性。

## 1 原理

径向偏振光是电矢量振动方向在光束横截面上始终沿径向的一种偏振光,具有轴对称性。由于其独特的偏振分布,在高数值孔径情况下,聚焦时聚焦场具有很强的轴向分量,可获得非常小的聚焦光斑,具有超分辨特性,因此径向偏振光束在很多领域具有巨大的应用价值,如光学捕获、材料加工、近场光学及显微成像等。

径向偏振光是具有沿旋向变化的柱对称性,柱状矢量光场的表达式:

$$\vec{E}(x, y) = E(x, y) [\cos(m\varphi + \varphi_0) \vec{x} + \sin(m\varphi + \varphi_0) \vec{y}] \quad (1)$$

式中:  $m$  为拓扑荷数;  $\varphi_0$  为初始相位;  $\delta = m\varphi + \varphi_0$  为位相螺旋分布;  $\vec{x}$ 、 $\vec{y}$  分别为沿  $x$ 、 $y$  轴的单位方向矢量,当  $m=1$ ,  $\varphi_0=0$  时,可得到径向偏振光。

在某一时刻,径向矢量光束横截面上任一点的偏振态可采用 Jones 矢量表达:

$$\vec{E}(x, y, z) = \begin{pmatrix} E_x(x, y) \\ E_y(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中:  $\alpha$  为光束横截面上极坐标的方位角。

波片也称为相位延迟器,可对相互垂直的线偏振光产生一个相对的相位延迟,用 Jones 矩阵来表示:

$$G = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\delta}{2}} \cos^2\theta + e^{i\frac{\delta}{2}} \sin^2\theta & i \sin\frac{\delta}{2} \sin 2\theta \\ i \sin\frac{\delta}{2} \sin 2\theta & e^{-i\frac{\delta}{2}} \sin^2\theta + e^{i\frac{\delta}{2}} \cos^2\theta \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中:  $\delta$  为波片的位相延迟量;  $\theta$  为波片快轴相对  $x$  轴的夹角。当位相延迟量  $\delta = \pi/2$  和  $\delta = \pi$  时,可得到 1/4 波片与 1/2 波片不同级联顺序的 Jones 矩阵:

$$G_{\delta=\pi, \pi/2} = G_{\pi, \theta_2} \cdot G_{\pi/2, \theta_1} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta_1 + i \cos 2\Delta\theta & \sin 2\theta_1 + i \sin 2\Delta\theta \\ \sin 2\theta_1 - i \sin 2\Delta\theta & -\cos 2\theta_1 + i \cos 2\Delta\theta \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$G_{\delta=\pi/2, \pi} = G_{\pi/2, \theta_2} \cdot G_{\pi, \theta_1} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta_1 + i \cos 2\Delta\theta & \sin 2\theta_1 - i \sin 2\Delta\theta \\ \sin 2\theta_1 + i \sin 2\Delta\theta & -\cos 2\theta_1 + i \cos 2\Delta\theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中:  $\theta_1$  和  $\theta_2$  为第一个延迟器的快轴与  $x$  轴的夹角;  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$  为双延迟器快轴之间的夹角,将公式(2)与公式(4)、(5)结合可得:

$$\vec{E}_{\delta=\pi, \pi/2} = \begin{pmatrix} \cos(2\theta_1 - \alpha) + i\cos(\alpha - 2\Delta\theta) \\ \sin(2\theta_1 - \alpha) + i\sin(\alpha - 2\Delta\theta) \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\vec{E}_{\delta=\pi/2, \pi} = \begin{pmatrix} \cos(2\theta_1 - \alpha) + i\cos(\alpha + 2\Delta\theta) \\ \sin(2\theta_1 - \alpha) + i\sin(\alpha + 2\Delta\theta) \end{pmatrix} \quad (7)$$

公式(6)和公式(7)为径向矢量光场经过双波片组合后偏振态分布情况。由于径向矢量光束的偏振分布具有严格的旋转对称性，双延迟器对光场的调制取决于相对快轴的夹角。假设公式(6)和公式(7)  $\theta_1=0$ ，利用 MATLAB 软件计算出径向矢量光场经过双波片后光束的偏振特性。

由图 1 可知，线偏振光束经过 S 波片、1/4 波片和 1/2 波片后的偏振态分布情况，当 1/4 波片和 1/2 波片快轴之间夹角大小发生变化，出射光场的偏振态分布也随之变化，图 1(a)~(c)分别是  $\Delta\theta$  为  $0^\circ$ 、 $30^\circ$  和  $60^\circ$  的偏振态分布情况，由 MATLAB 计算仿真得出，并且可以得到任意快轴夹角变化后偏振分布情况，图 1 中三个不同  $\Delta\theta$  的偏振态分布具有一般性。

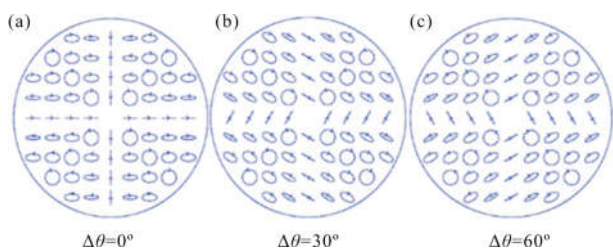


图 1 径向矢量光场经过 1/4 波片和 1/2 波片的偏振态分布  
Fig.1 Polarization distribution for radial vector field through quarter-wave plate and half-wave plate

在光场横截面  $45^\circ$  和  $-45^\circ$  方向偏振态分别为左旋圆偏振光和右旋圆偏振光，其偏振态不随波片快轴变化而变化，因此可以根据圆偏振态把光场分为四个区域，区域之间由线偏振和椭圆偏振组成，具有相同的方位角，椭率也逐渐变化，在光场  $x$  轴和  $y$  轴方向偏振态为线偏振光，且相互垂直，方位角的变化由 1/2 波片调制，而在其他四个象限是椭圆偏振光，在同一象限内不同位置的偏振态各不相同，且旋向相同，方位角相同，由此可得出 1/4 波片先对径向矢量光场偏振态进行调制，而后 1/2 波片改变偏振态的方向。径向偏振光束依次经过 1/2 波片和 1/4 波片后，光场偏振态的空间分布如图 2 所示。对比图 1 和图 2，当双波片的快轴方向都为  $0^\circ$  时，径向矢量光场

经过两种方式后偏振态的变化相同，由于双波片快轴方向平行时，波片对光束的相位延迟量是两个波片的累加，与光束经过波片的先后位置无关，相比于其他图片，虽然双波片的快轴夹角相同，但是偏振态分布不同，对于图 2(b)和(c)的偏振态分布，其椭圆偏振光的方位角相同，大致可以分为四个区域，虽然没有图 1 中划分区域那么明显，但是也具有较强的分布规律，由此可看出：波片顺序的不同可以对矢量光场的调制产生不同的效果。

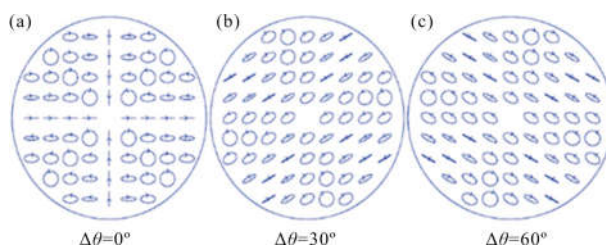


图 2 径向矢量光场经过 1/2 波片和 1/4 波片的偏振态分布  
Fig.2 Polarization distribution for radial vector field through half-wave plate and quarter-wave plate

## 2 偏振演化规律的庞加莱球表示

庞加莱球是一种表征偏振态的图示方法，其运用复变函数理论中的球极投影法，将复平面上表示偏振态的每个点都立体投影到球面上，庞加莱球能形象而简单地说明偏振元件对光束偏振态的变换作用。利用庞加莱球表示矢量光场上各点的偏振态更容易理解偏振态分布。由公式(6)可得空间各点偏振态的方位角和椭率关系式：

$$\varepsilon = \alpha - \theta_1, \varphi = 2\theta_2 - \theta_1 \quad (8)$$

式中： $\varepsilon$  为椭率； $\varphi$  为方位角，根据这两个角度，可把光场上各点的偏振态在庞加莱球上表示。

图 3 是生成矢量光束的偏振态分布在庞加莱球上的表示，图 3(a)中的偏振态分布由图 3(b)中庞加莱球上的轨迹所表示。从图 3(b)可看出，球上的偏振态轨迹是一条经过上下两个极点的闭合圆环，根据庞加莱球对偏振态的表示，球上两个极点分别代表左旋圆偏振光和右旋圆偏振光，过极点的经线所代表的偏振态具有相同的方位角，椭率在  $-45^\circ \sim 45^\circ$  之间变化，由此可得到完整的矢量光场偏振态信息。

改变 1/4 波片和 1/2 波片快轴之间的夹角，矢量光场偏振态也发生变化，如图 3(c)和(d)所示，当径向矢量光场经过双延迟器后，随着双延迟器

夹角的变化, 庞加莱球上矢量场偏振态的轨迹始终是经过两个极点的闭合圆环, 同时包括线偏振光、椭圆偏振光和圆偏振光的杂化矢量光场, 并且无论双延迟器夹角如何变化, 都会产生左旋偏振光和右旋偏振光, 光场横截面上产生左旋圆偏振光和右旋圆偏振光所在的直线互相垂直, 并且光场偏振态变化趋势由左旋圆偏振光逐渐过渡到右旋圆偏振光, 方位角不变, 椭率从 $-45^\circ \sim 45^\circ$ 之间连续变化, 很明显地得到双延迟器快轴夹角变化对矢量场偏振调控影响。

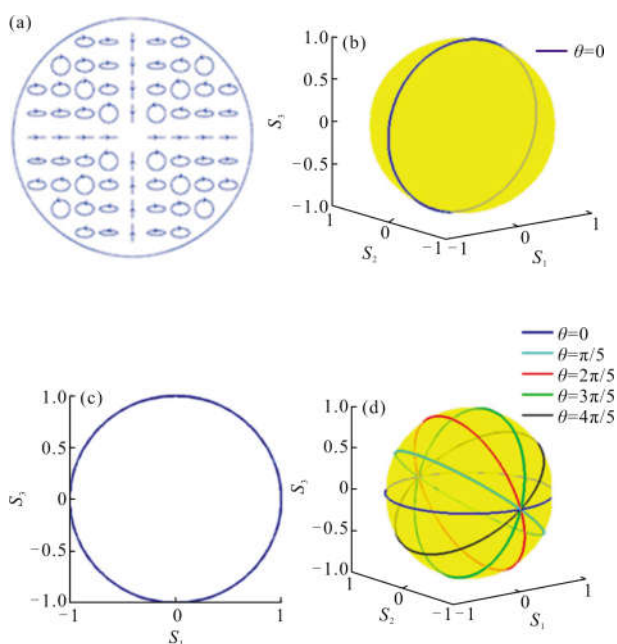


图 3 (a)~(c)依次对应  $\Delta\theta$  为  $0^\circ$  时矢量光场经过 1/4 波片和 1/2 波片后偏振态分布、庞加莱球的表示和 Poincaré 的截面表示; (d) 不同  $\Delta\theta$  的光场偏振态分布

Fig.3 (a)~(c) when  $\Delta\theta$  equals to  $0^\circ$ , polarization distribution, the representation of Poincaré sphere and the Poincaré sphere cross section for radial vector field through quarter-wave plate and half-wave plate; (d) polarization distribution of different  $\Delta\theta$

### 3 实验设计和验证

基于上述的双延迟器的光场调制机构, 设计原理光路图如图 4 所示, 由光源、起偏器、S 波片、双延迟器、检偏器、CCD 组成, 通过旋转波片快轴方向实现对光束的偏振调控, 旋转检偏器改变光强验证理论的正确性。

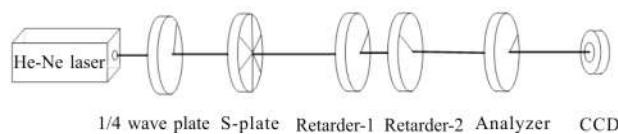


图 4 矢量光场偏振调控原理图

Fig.4 Polarization control principle for vector field

径向偏振片是一种把线偏振光束转换成径向偏振光束的偏振转换器件, 采用径向偏振片产生径向偏振光具有轴对称性高、各个点沿光强均匀分布的特点。

如图 5 所示, 采用波长为 632 nm 的 He-Ne 激光器作为单色光源, 出射光为水平线偏振光, 为了得到更大光斑, 先对光源进行扩束, 再经过起偏器, 得到均匀的线偏振光, 由 S 波片将线偏振光束转换成径向偏振光束, 再经过两个位相延迟器后产生非均匀偏振分布的复杂矢量光场, 通过改变第二个相位延迟器快轴方向实现对矢量光场的调控, 将调制的光场通过检偏器, 当检偏器旋时光强分布将会发生变化, 从而验证理论的正确性, CCD 探测光场的强度分布。

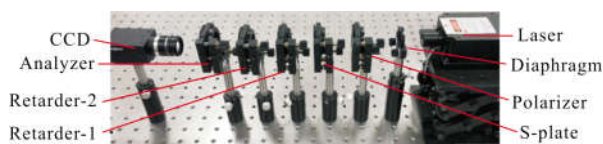
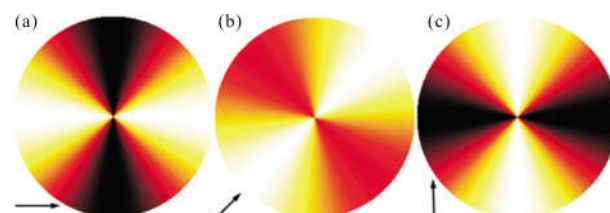


图 5 矢量光场偏振调控实验

Fig.5 Polarization control experiment for vector field

如图 6 和图 7 分别为径向偏振光束经过夹角为  $\Delta\theta=0$  和  $\Delta\theta=30$  的双波片时, 矢量光场经过检偏器的光强图, 由于波片对偏振矢量光场的调控产生复杂的偏振态分布, 其中包括线偏振光、圆偏振光和椭圆偏振光, 破坏了原有光束偏振态的对称性, 因此检偏器的方位角变化透射光强也会发生变化, 旋转检偏器从而实现对出射光场偏振态的验证。





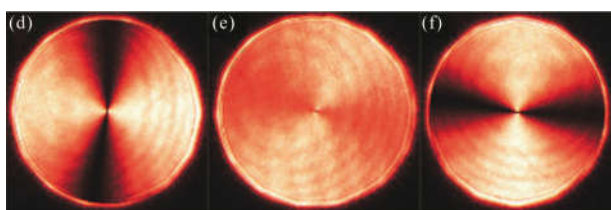


图 6 径向矢量光场经过 1/4 波片、1/2 波片和检偏器后的光强分布仿真图和实验结果:当  $\Delta\theta=0^\circ$  时,(a)~(c)依次对应  $\beta$  为  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  时出射光强分布的仿真图,(d)~(f)依次对应  $\beta$  为  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  时出射光强分布的实验结果

Fig.6 Simulation maps and experimental results of the intensity distribution for the radial polarization beam pass through quarter-wave plate and half-wave plates and an analyzer: when  $\Delta\theta$  equals to  $0^\circ$ , (a)~(c) respectively correspond to the intensity distribution of simulation maps when  $\beta$  equals to  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ , (d)~(f) respectively correspond to the intensity distribution of experimental results when  $\beta$  equals to  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$

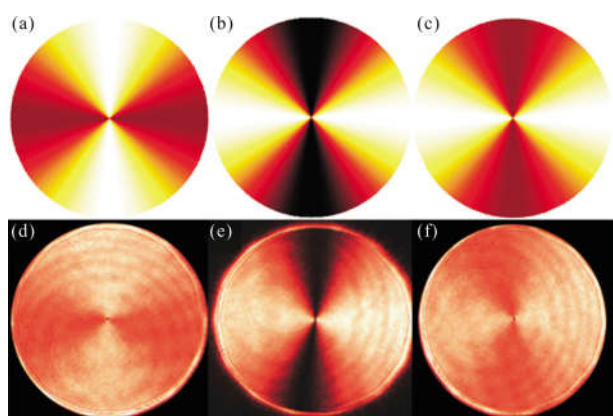


图 7 径向矢量光场经过 1/4 波片、1/2 波片和检偏器后的光强分布仿真图和实验结果:当  $\Delta\theta=30^\circ$  时,(a)~(c)依次对应  $\beta$  为  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  时出射光强分布的仿真图,(d)~(f)依次对应  $\beta$  为  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  时出射光强分布的实验结果

Fig.7 Simulation maps and experimental results of the intensity distribution for the radial polarization beam pass through quarter-wave plate and half-wave plates and an analyzer: when  $\Delta\theta$  equals to  $30^\circ$ , (a)~(c) respectively correspond to the intensity distribution of simulation maps when  $\beta$  equals to  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ , (d)~(f) respectively correspond to the intensity distribution of experimental results when  $\beta$  equals to  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$

## 4 结论

文中提出一种基于不同双延迟器组合的矢量光

场生成方法,对径向矢量光束产生复杂的偏振调控。结合 Jones 矩阵算法,推导出光束传播过程中与各器件的关系矩阵,得到最后出射光场的偏振特性矢量表达式,建立矢量光场调控数学模型,计算径向矢量光束经过 1/4 波片和 1/2 波片组合后矢量光场的偏振态分布情况,用 Matlab 计算并仿真,并采用庞加莱球分析矢量光场的偏振态分布,能直观地理解整个光场偏振态分布情况和光场中各点偏振椭圆与方位角的关系,无论双波片之间的夹角关系如何变化,在彭加莱球上的光场偏振特性曲线是一条过上下两个极点的经线,经线的位置与波片快轴方向有关。经实验验证,可证实理论计算的正确性。相比于调制技术成熟的柱状矢量光场,该方法调制的矢量光场不具有严格的旋转对称性,产生了更加复杂的偏振态分布,并且分布规律明显,是一种新型的矢量光场,并且该方法由光路简单、偏振态分布可调节、抗激光损伤阈值高、低成本等优势,有望在实际应用中推广。

## 参考文献:

- [1] Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to, applications [J]. *Journal of Systems Science & Complexity*, 2009, 27(5): 899-910.
- [2] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam [J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(23): 233901.
- [3] Wichmann J, Hell S W. Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission: stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy[J]. *Optics Letters*, 1994, 19(11): 780.
- [4] Zhan Q, Leger J R. Microellipsometer with radial symmetry. [J]. *Applied Optics*, 2002, 41(22): 4630-4637.
- [5] Lou K, Qian S X, Ren Z C, et al. Femtosecond laser processing by using patterned vector optical fields [J]. *Scientific Reports*, 2013, 3(2): 2281.
- [6] Volpe G, Petrov D. Generation of cylindrical vector beams with few-mode fibers excited by Laguerre-Gaussian beams [J]. *Optics Communications*, 2004, 237(1): 89-95.
- [7] Roy S, Ushakova K, Van d B Q, et al. Radially polarized light for detection and nanolocalization of dielectric particles on a planar substrate[J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(10): 103903.
- [8] Chen Y, Wang F, Liu L, et al. Generation and propagation

- of a partially coherent vector beam with special correlation functions[J]. *Phys Rev A*, 2014, 89(1): 013801.
- [9] Pal S K, Ruchi, Senthikumar P. Polarization singularity index sign inversion by a half-wave plate [J]. *Appl Opt*, 2017, 56(22): 6181–6190.
- [10] Lerman G M, Stern L, Levy U. Generation and tight focusing of hybridly polarized vector beams [J]. *Optics Express*, 2010, 18(26): 27650.
- [11] Li Yahong, Fu Yuegang, He Wenjun, et al. Polarization control and measurement technology using a biplate [J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2017, 36(4): 425–431. (in Chinese)
- 李亚红, 付跃刚, 贺文俊, 等. 基于双波片的偏振调控和偏振测量技术[J]. 红外与毫米波学报, 2017, 36(4): 425–431.