

透镜模型下基于色散和强度传输方程的相位恢复技术

程 鸿*, 熊帮玲, 王金成, 马慧敏, 张 芬, 韦 穗

(安徽大学 电子信息工程学院, 安徽 合肥 230039)

摘 要: 针对基于强度传输方程(Transport of Intensity Equation, TIE)的非干涉相位恢复技术要求光源是单色的限制, 以及强度采集过程移动 CCD 或物体而引入的机械误差, 提出了一种适用于透镜模型下的色散相位恢复技术。该方法基于透镜成像系统的相位变换特性, 将色散与 TIE 结合在一起, 使不同波长的光经过透镜系统后在同一位置成像, 从而在不机械移动的情况下获得聚焦和散焦强度图像。再利用散焦量与波长的关系结合 TIE 计算出物体的相位信息。模拟实验中用该方法恢复物体的相位与原始相位的相关性系数为 0.970 7, 均方根误差为 0.061 8; 同时真实实验对透镜阵列相位进行了恢复, 实验结果与真实参数误差为 1.74%, 证明了所提方法的正确性和有效性。

关键词: 相位恢复; 强度传输方程; 色散; 透镜成像系统

中图分类号: O438.2 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA201948.0603018

Phase retrieval technology based on chromatic dispersion and transport of intensity equation in lens model

Cheng Hong*, Xiong Bangling, Wang Jincheng, Ma Huimin, Zhang Fen, Wei Sui

(School of Electronics and Information Engineering, Anhui University, Hefei 230039, China)

Abstract: Aiming at the non-interference phase retrieval technique based on Transport of Intensity Equation (TIE), which requires that the light source be monochromatic, and the mechanical error caused by moving CCD or object in the intensity acquisition process, a dispersion phase retrieval technique suitable for the lens model was proposed. The method was based on the phase transformation characteristic of the lens imaging system, and combined the dispersion with the TIE so that different wavelengths of light were imaged at the same position after passing through the lens system, thereby obtaining the focus and defocus intensity images without mechanical movement. Then, phase information of an object was calculated from the TIE by combining the relationship between the defocus amount and the wavelength. In this simulation, the correlation coefficient between the phase recovered by this method and the original phase is 0.970 7, and the RMSE is 0.061 8. At the same time, the phase of the lens array was restored by real experiment. The error between the experimental result and the real parameter is 1.74%, which proves the correctness and effectiveness of the proposed method.

Key words: phase retrieval; transport of intensity equation; chromatic dispersion; lens imaging system

收稿日期: 2019-01-11; 修订日期: 2019-02-21

基金项目: 国家自然科学基金(61301296, 61377006, 61501001, 61605002); 安徽省自然科学基金(1608085QF161); 安徽省高等学校自然科学研究项目(KJ2016A029, KJ2015A114)

作者简介: 程鸿(1981-), 女, 副教授, 博士, 主要从事计算信号处理方面的研究。Email: chenghong@ahu.edu.cn

0 引言

强度传输方程 (Transport of Intensity Equation, TIE) 是 Teague^[1] 于 1983 年在傍轴近似条件下推导得到的。该方程表明了单色相干光场中垂直于光传播方向的光场相位与轴向强度差分量的数学关系。其中, 轴向强度差分可以通过使用强度的轴向微分近似替代, 通常需要移动 CCD 或物体采集 2~3 幅强度信息, 必然会引入相应的机械误差。因此, 很多研究者在实验中对强度信息采集装置进行了改进。Waller 等^[2] 利用体全息光束, 通过单次曝光获取了不同聚焦面的光强分布, 然而体全息元件的精确制作是很困难的。左超等^[3] 利用空间光调制器实现可编程数字离焦, 并结合类迈克尔逊光路结构获取了单帧采集两幅不同成像面上的光强图像。该方法促进了光强传输定量相位显微成像的发展, 但是采集的强度图需要进行分割配准, 要求光学系统完美对准。程鸿等^[4] 将成像透镜用相位函数可控的 LCoS 变焦透镜代替, 实现在同一成像平面获得不同散焦距离的强度分布的目的。但是, 实验中由于引入了 LCoS 变焦透镜, 会对强度图像的采集产生影响, 并且增加了实验操作的难度。

同时, 以上所提到的方法都是严格遵循单色光的条件, 这不可避免的限制了基于 TIE 相位恢复技术的发展。2004 年, Gureyev 等^[5] 基于多色光场的谱分解提出了广义程函理论, 指出当光源的光谱分布已知时, 即使是在非单色光照明下也可通过求解强度传输方程进行相位恢复, 但会对重构图像产生卷积效应(相位模糊)。Laura Waller 等^[6] 将白光作为光源, 通过拜尔相机在固定成像面采集到的强度图分成 RGB 三幅单色图像, 再利用 TIE 得到相位。但是该处理方法要求使用特殊的相机系统。

文中提出了一种适用于透镜模型, 色散和强度传输方程结合的相位恢复技术。同时设计了简便的图像采集系统, 通过模拟和真实实验验证所提方法的有效性和正确性。该方法不仅克服了传统 TIE 移动 CCD 或物体引入的机械误差问题, 而且拓宽了

TIE 在多波长光源中的应用, 特别是对将来应用于自然光场景的复杂相位重构提供有益的借鉴。

1 理论分析

1.1 单透镜模型下的 TIE

在自然光条件下成像通常需要应用透镜聚光^[7]。相应的可以建立含透镜的光传播模型, 如图 1 所示。

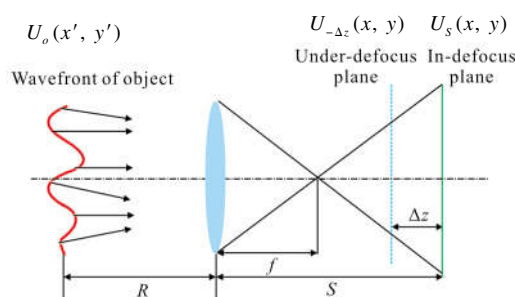


图 1 单透镜的光传播模型

Fig.1 Light propagation model in the single lens

该模型更符合实际中用普通相机拍摄成像的光学原理, 图 1 中 R 表示物距, f 表示透镜焦距, S 表示像距。将图 1 中物面、散焦平面、聚焦平面上的复振幅分别表示为:

$$U_o(x', y') = \sqrt{I_o(x', y')} \exp(i\varphi_o(x', y')) \quad (1)$$

$$U_{-\Delta z}(x, y) = \sqrt{I_{-\Delta z}(x, y)} \exp(i\varphi_{-\Delta z}(x, y)) \quad (2)$$

$$U_s(x, y) = \sqrt{I_s(x, y)} \exp(i\varphi_s(x, y)) \quad (3)$$

式中: $I_o(x', y')$, $I_{-\Delta z}(x, y)$, $I_s(x, y)$ 和 $\varphi_o(x', y')$, $\varphi_{-\Delta z}(x, y)$, $\varphi_s(x, y)$ 分别表示各复振幅的强度和相位分布。根据自由空间光的传播原理, $U_{-\Delta z}(x, y)$ 与 $U_s(x, y)$ 之间满足 Fresnel 积分公式。该公式可以用收敛指数序列近似描述成:

$$U_{-\Delta z}(x, y) \approx \exp(-ik\Delta z) U_s(x, y) + \frac{-i\lambda\Delta z \exp(-ik\Delta z)}{4\pi} \nabla^2 U_s(x, y) \quad (4)$$

式中: λ 为波长, 波数 $k=2\pi/\lambda$; Δz 为散焦距离; $\nabla^2 = (\partial_x^2 + \partial_y^2)$ 。当 $|U_s(x, y)|^2 \neq 0$ 时, 结合公式(2)、(4)可以得到散焦强度分布:

$$I_{-\Delta z}(x, y) = |U_{-\Delta z}(x, y)|^2 = |U_s(x, y)|^2 \left| \left[1 + \frac{\lambda\Delta z \nabla [I_s(x, y) \nabla \varphi_s(x, y)]}{4\pi} - \frac{-i\lambda\Delta z}{4\pi} \left(I_s(x, y)^{\frac{1}{2}} \nabla^2 I_s(x, y)^{\frac{1}{2}} - |\nabla \varphi_s(x, y)|^2 \right) \right] \right|^2 \quad (5)$$

式中： $\nabla=(\partial_x+\partial_y)$ 。忽略上式中的二次项，散焦平面和聚焦平面之间满足以下方程：

$$-\nabla \cdot [I_S(x, y)\nabla\varphi_S(x, y)] \cong \frac{2\pi}{\lambda\Delta z} [I_S(x, y)-I_{-\Delta z}(x, y)] \quad (6)$$

即为单透镜模型下的 TIE。

1.2 色散和强度传输方程结合的相位恢复

由公式(6)可以看出,实际求解过程中,至少需要散焦平面和聚焦平面上的两幅强度信息才能求解出相应的相位。通常情况下散焦强度图需要移动 CCD 或者待测物体获得,这将会引入机械误差^[9]。为了避免该误差以达到在传播方向上的不同位置记录像平面的强度分布的目的,文中提出利用色散特性^[9]采集不同波长对应的强度图。

如图 2 所示,波长的变化将会使对应聚焦平面的位置沿光轴移动一定的距离,即散焦距离 Δz ,该散焦距离的值是 TIE 求解相位必备的条件。假设以绿色光波 λ_G 作为设定波长,透过透镜的折射率为 n_G ,

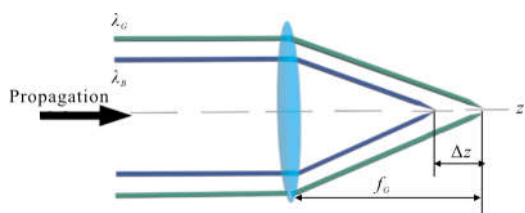


图 2 透镜的色散特性

Fig.2 Chromatic dispersion characteristics of lens

聚焦平面位置与透镜的距离为 f_G ,蓝色光波 λ_B (透过透镜折射率为 n_B)相对于设定波长产生的轴向偏移量由磨镜者定理^[10]可得:

$$\Delta z=[(n_B-n_G)f_G]/[n_B-1] \quad (7)$$

在 CCD 平面分别采集绿光和蓝光照射物体时的强度图设为 $I_G(x, y)$ 、 $I_B(x, y)$ 。此时波长视为变量,则散焦距离与实际散焦偏移量满足公式 $\Delta z=\Delta\zeta/\lambda_B$ 。将公式(6)重新写成:

$$-\nabla \cdot [I_S(x, y)\nabla\varphi_S(x, y)] \cong \frac{2\pi}{\Delta\zeta} [I_S(x, y)-I_{-\Delta z}(x, y)] \quad (8)$$

将强度图代入公式(8)用傅里叶法^[11]求解得到聚焦平面的相位信息:

$$\varphi_S(x, y)=F^{-1} \left\{ \frac{[FI_G(x, y)-I_B(x, y)]}{2\pi(f_x^2+f_y^2)\Delta\zeta} \right\} \quad (9)$$

式中: F 和 F^{-1} 分别为傅里叶变换和逆变换; f_x 和 f_y 表

示 x 、 y 方向的空间频率。但是光场在 R 和 S 距离上满足菲涅耳近似条件且成像系统满足共轭关系时,会出现二次球面相位差^[12],因此采用如下补偿函数对其进行纠正以得到准确的相位信息 $\varphi'_S(x, y)$:

$$\Phi(m, n)=\exp \left[\frac{-i\pi}{\lambda D} (m^2 \Delta\alpha^2+n^2 \Delta\beta^2) \right] \quad (10)$$

式中: $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\beta$ 是离散化时的抽样间隔; $m \times n$ 为加载补偿函数的相位掩膜的大小; D 为对相差补偿的一个可调参数,最优值时得到的相位精度达到最高。

最后利用光传播的可逆性,将聚焦面的复振幅分布逆向传回到物面,获取物体的相位信息 $\varphi_o(x', y')$ 。假设物体材料的折射率差为,由此可得到物体的物理厚度 L :

$$L=\frac{\varphi_o(x', y')}{k \cdot \Delta n} \quad (11)$$

2 实验与分析

2.1 模拟实验

实验中选取强度为 1 的纯相位物体作为初始模拟相位,其取值范围是 $[0, 2\pi]$,如图 3(a)所示。物体像素 $dx \times dy=4 \mu\text{m} \times 4 \mu\text{m}$,大小 $m \times n=256 \times 256$,模拟波长为 $\lambda_G=530 \text{ nm}$ 的绿光和 $\lambda_B=465 \text{ nm}$ 的蓝光,其中绿光波长作为设定波长。透镜成像系统中,透镜焦距为 $f=300 \text{ mm}$,物距 R 与像距 S 相等,即 $R=S=600 \text{ mm}$ 。

图 3 表示透镜模型下基于强度传输方程与色散的模拟实验结果。图 3(b)和图 3(c)分别是绿光和蓝光条件下 CCD 在透镜的成像面获得的强度图,即聚焦和散焦强度图。图 3(d)表示由图 3(b)、(c)计算恢复的相位图。从图 3(d)中可以看出,在该透镜系统进行相位恢复的结果中出现由中心向外扩散的球形光波,既为透镜系统引入的额外的二次球面像差,会对恢复相位的质量造成影响。针对此问题可以对恢复



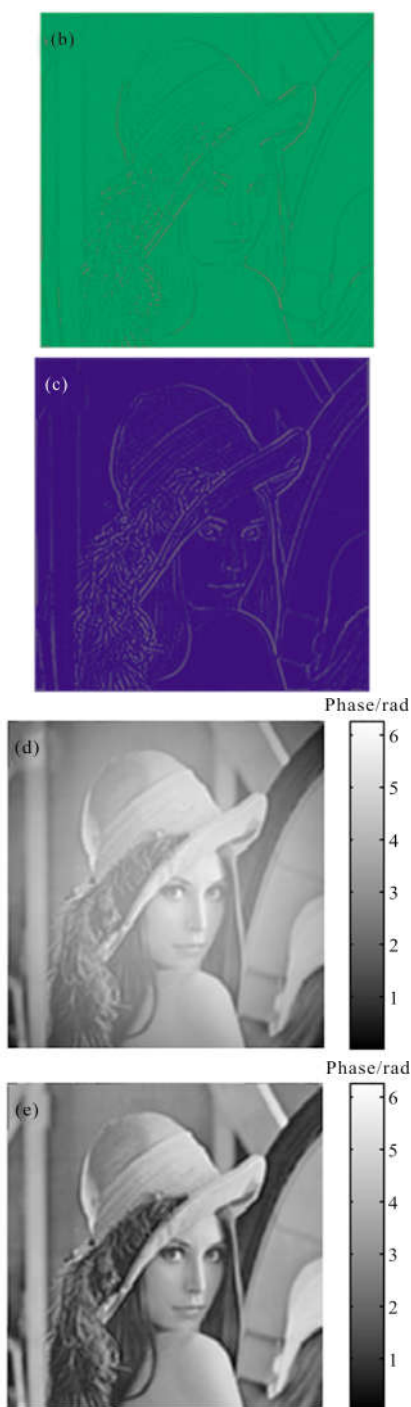


图 3 模拟实验结果

Fig.3 Simulation experiment results

出的相位进行补偿,使用公式(10)对恢复出的相位进行补偿。图 3(e)为补偿参数 D 为最优值时得到的最终结果。

为了能更直观地、定量地展现相位恢复精度,文中选用相关系数来证明初始相位和恢复相位之间的定量相似性。

$$CC = \frac{\sum_m \sum_n (\varphi_0 - \varphi_{Oave})(\varphi - \varphi_{ave})}{\sqrt{\left(\sum_m \sum_n (\varphi_0 - \varphi_{Oave})^2\right) \left(\sum_m \sum_n (\varphi - \varphi_{ave})^2\right)}} \quad (12)$$

式中: φ_0 、 φ 、 φ_{Oave} 、 φ_{ave} 分别为初始相位和最终恢复相位及其对应的均值。如图 4(a)所示此次实验当补偿参数 $D=0.5 \text{ mm}$ 时最终恢复相位与初始相位的相关性系数达到 0.970 7。

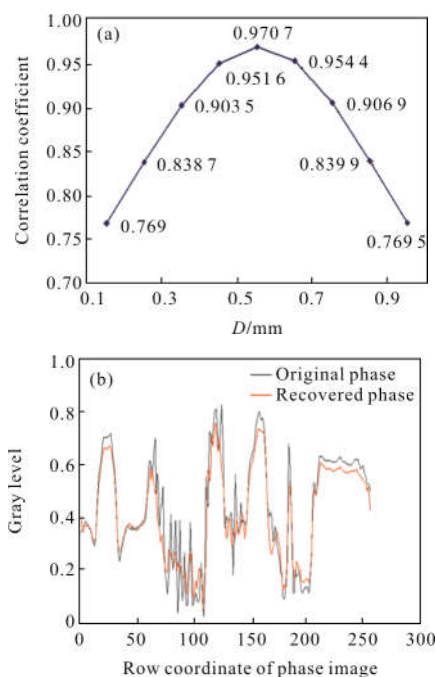


图 4 相关系数和灰度对比结果图

Fig.4 Results of correlation coefficients and gray level comparison

为了更清楚地表示恢复结果的正确性,图 4(b)给出了恢复的相位与原始相位的横向中心抛物线所对应的灰度值,其中黑色曲线和红色曲线分别表示原始相位和用文中所提方法恢复的相位。使用公式(13)计算得到的恢复相位与原始相位的均方根误差为 0.061 8。实验结果充分证明了文中所提方法可以有效的保证恢复相位的精度。

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{x,y} [\varphi - \varphi_0]^2}{m \times n}} \quad (13)$$

2.2 真实实验

根据所提出的方法,设计了如下实验平台,如图 5 所示。实验选用 LED 白光(大恒光电, GCI-060411 系列)作为光源,首先通过可变光阑(Aperture)限制

视场范围,并且调整光阑和准直透镜 L1 关于光轴严格对称,使得透过准直透镜的光为均匀等大的平面波。然后在可变光阑和准直透镜间分别放置中心波长为 530、465 nm 的滤光片(Filter)(深圳纳宏光电, FWHM=(22±5) nm)。准直透镜 L1 后的分光棱镜(BS)将平面波一分为二改变光路方向。实验选取大小为 1.5 cm×1.5 cm 且由 2×2 小透镜组成的透镜阵列作为相位物体,每个小透镜都是由硅油滴成,周边填充材料是聚二甲基硅氧烷(PDMS),其折射率差 $\Delta n=0.176$,最大厚度为 1.15 mm。实验中,成像系统中透镜的焦距为 $f=300$ mm,LED 与准直透镜 L1 距离为 300 mm,物体与透镜 L2 之间距离为 600 mm,CCD(型号:Lumenera, Lu100 & Lu105,分辨率:1 280 pixel×1 024 pixel)在成像面采集强度信息,与透镜 L2 之间距离为 600 mm。

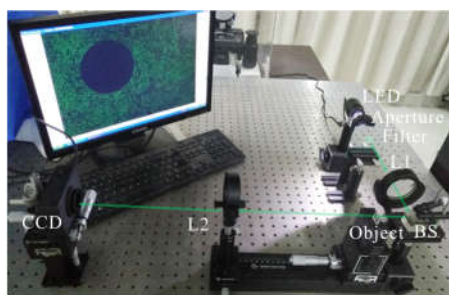


图 5 实验装置图

Fig.5 Device diagram of experiment

图 6 表示该系统中用文中所提方法得到的真实实验结果。其中,图 6(a)、(b)分别是 CCD 采集到的聚焦和散焦强度,图 6(c)是用文中所提方法恢复的相位。其中,图 6(d)是恢复相位的三维深度分布,图 6(c)中心截面红线上的相位数值代入公式(11)计算得到透镜的物理厚度最大值为 1.13 mm,与真实参数误差为 1.74%,具体如图 6(e)所示,实验结果充分证文中所提方法的有效性 with 正确性。

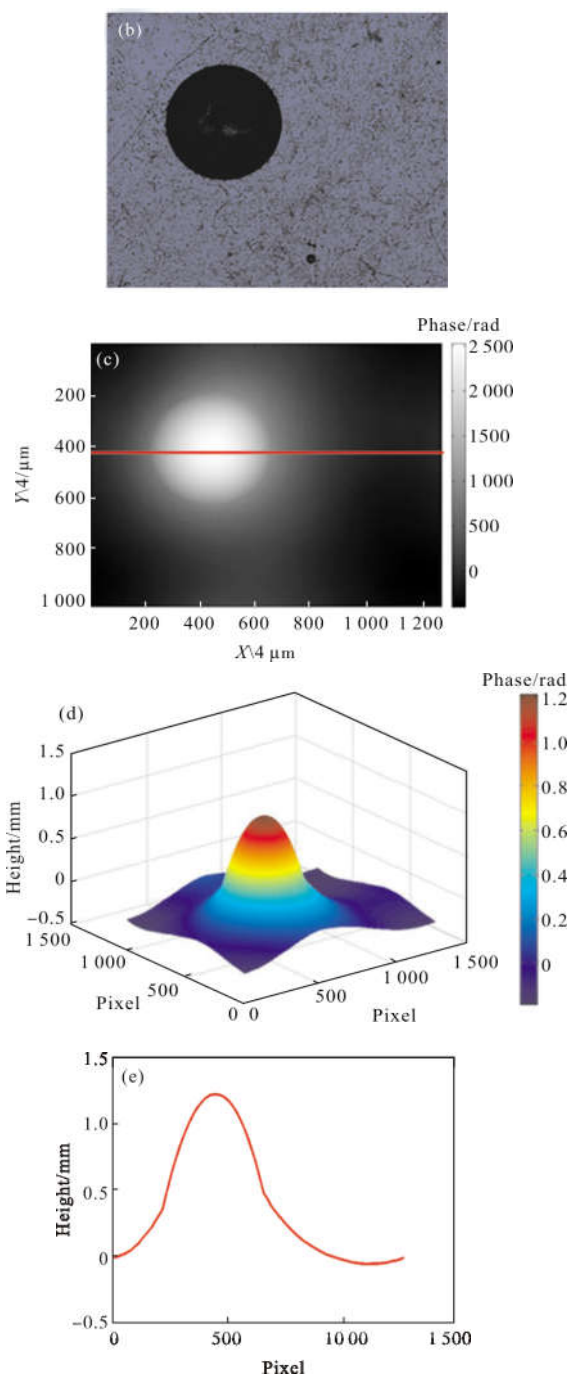
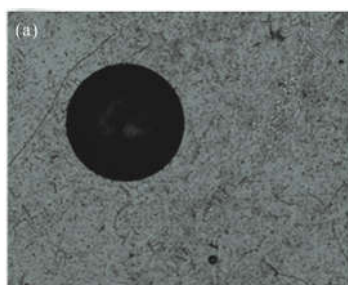


图 6 透镜阵列的测量结果

Fig.6 Lens array measurement results



3 结论

文中提出了在透镜模型下基于色散和 TIE 的相位恢复方法,该方法利用透镜成像系统的相位调制作用,结合色散特性,不移动任何装置实现了强度图像的采集,同时透镜成像系统引入的相位差也得到了补偿。该方法避免了传统 TIE 强度采集过程出现

的机械误差等弊端以及要求光源是单色的限制,拓展了 TIE 的应用领域,特别是对将来应用于自然光场景的复杂相位重构提供有益的借鉴。文中模拟实验和真实实验都验证了所提方法的有效性和正确性。

参考文献:

- [1] Teague M R. Deterministic phase retrieval: a Green's function solution [J]. *Journal of Optical Society of America*, 1983, 73(11): 1434–1441.
- [2] Laura Waller, Luo Yuan, Se Youngyang, et al. Transport of intensity phase imaging in a volume holographic microscope [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(17): 2961–2963.
- [3] Zuo Chao, Chen Qian, Qu Weijuan, et al. Noninterferometric single-shot quantitative phase microscopy with an electrically tunable lens [J]. *Optics Express*, 2013, 21(20): 24060–24075.
- [4] Cheng Hong, Lv Qianqian, Wei Sui, et al. Rapid phase retrieval using SLM based on transport of intensity equation [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(7): 0722003. (in Chinese)
- [5] Gureyev T E, Paganin D M, Stevenson A W, et al. Generalized eikonal of partially coherent beams and its use in quantitative imaging[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(6): 068103.
- [6] Laura Waller, Kou S S, Sheppard C J. Phase from chromatic aberrations[J]. *Optics Express*, 2010, 18(22): 22817–22825.
- [7] Cheng Hong, Wei Sui, Zhang Wei, et al. Phase retrieval in lens-based Fresnel wave propagation model [J]. *Optical Engineering*, 2013, 52(7): 074102.
- [8] Cheng Hong, Xiong Bangling, Wang Jincheng, et al. Phase retrieval based on registration progressive compensation algorithm [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2019, 48(4): 0410002. (in Chinese)
- [9] Sun Jiasong, Chen Qian, Zhang Jialin, et al. Single-shot quantitative phase microscopy based on color-multiplexed Fourier ptychography [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(14): 003365.
- [10] Li Jiaji, Chen Qian, Sun Jiasong, et al. Multimodal computational microscopy based on transport of intensity equation [J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2016, 21(12): 126003.
- [11] Cheng Hong, Deng Huilong, Shen Chuan, et al. Phase retrieval based on transport of intensity equation and image interpolation [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(10): 1026003.
- [12] Cuche E, Marquet P, Depeursinge C. Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms[J]. *Applied Optics*, 1999, 38(34): 6994–7001.