

高超声速飞行器红外探测窗口辐射透射特性研究

李一涵, 胡海洋, 王 强

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 高超声速飞行器在飞行过程中受到强烈的气动加热, 位于头部的红外探测窗口温度上升显著, 辐射透过率下降的同时自身发射辐射大幅增强, 致使内部的红外探测器信噪比下降, 严重情况下可能失效。对超声速弹头弹道末端蓝宝石红外探测窗口的气动加热-非稳态温升过程及其 3.7-4.8 μm 波段红外辐射透射特性进行数值模拟, 结果表明: 平均温度已经不能准确反映蓝宝石窗口的红外透射特性及其对红外探测器灵敏度的影响; 存在一个最优的红外探测窗口厚度, 该厚度下红外探测器在弹道末端的灵敏度达到最佳。

关键词: 高超声速; 红外探测; 气动加热; 辐射传输; 光学窗口

中图分类号: TN976 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA202049.0404002

Radiative transmission property of infrared window in hypersonic vehicle

Li Yihan, Hu Haiyang, Wang Qiang

(School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: The hypersonic vehicle is subjected to intense aerodynamic heating during flight. The temperature of the sapphire infrared radiation (IR) window located in the head rises significantly, and the transmittance decreases while the self-radiation is greatly enhanced, resulting in a decrease in the internal infrared detection gas signal-to-noise ratio. The aero-heating with unsteady temperature rise process of the sapphire IR window and the infrared radiation transmission characteristics of the 3.7-4.8 μm band were numerically simulated. The results show that the average temperature can't accurately reflect the infrared transmission characteristics of the sapphire IR window and its impact on the sensitivity of the infrared detector. There is an optimal infrared detection window thickness in which the sensitivity of the infrared detector reaches best.

Key words: hypersonic; infrared detection; aero-heating; radiative transmission; optical window

收稿日期: 2019-12-06; 修订日期: 2020-01-15

作者简介: 李一涵 (1995-), 男, 硕士生, 主要从事计算热辐射方面的研究。Email: yhli15@buaa.edu.cn

导师简介: 胡海洋 (1981-), 男, 讲师, 硕士生导师, 博士, 主要从事计算热辐射方面的工作。Email: 09451@buaa.edu.cn

0 引言

红外制导技术使导弹的末段打击能力得到有效提升,然而气动加热对于超声速导弹的红外探测窗口性能有着强烈影响^[1]。王亚辉^[2]、马毅飞等^[3]通过导弹光学探测窗口玻璃的红外透射特性随温度变化测量实验, Cross^[4]通过理论分析指出,红外窗口由于温度升高导致辐射透过率下降以及自身发射热辐射增强,对目标红外信号形成干扰,造成探测器的信噪比减小,严重时可引起红外探测器饱和和失效。为此,国内外研发了多种主动(液冷与气冷)与被动(优化几何结构与位置)红外探测窗口气动热减弱措施^[5],同时发展了各类计算工具对气动热影响下的弹头光学探测窗口红外特性进行数值模拟研究。王亚辉等^[6]通过对钝锥形弹头的气动热数值研究得出了弹头顶端红外探测窗口的非稳态温升特性曲线;王惠等^[7]采用探测器接收面的最大辐照度以及探测器达到饱和的时间为衡量指标,研究了半球形整流罩厚度对气动热辐射的影响; Pond 等^[8]数值研究了红外侧窗弹头窗口表面最大温度与热流对气动光学瞄准误差的影响。上述数值模拟工作对弹头光学窗口红外特性的计算仍然存在局限,没有进行窗口玻璃内部/外部辐射传输方程的三维空间与光谱离散及求解,因此,无法分析入射辐射光谱分布、窗口内外表面折射特性、非稳态气动加热导致的窗口玻璃温度三维分布对其自身发射辐射特性与入射辐射透射特性及二者叠加特性的影响。

文中对升力体构型超声速弹头的弹道末段绕流流场进行了准定常数值模拟和基于对流-固体导热松耦合的侧凸起式蓝宝石红外探测窗口非稳态温度数值模拟。以此为基础,采用射线追踪法^[9],计算了地面目标 3.7–4.8 μm 波段发射辐射经大气传输、上述蓝宝石窗口外表面折射、蓝宝石内部传输、蓝宝石窗口内表面折射,最终到达探测器 CCD 阵列的辐射亮度分布,得到给定灵敏度下,红外探测器阵列不同位置可感知的地面辐射源最小温度变化。最后分析了蓝宝石窗口厚度对上述可感知温度变化平均值的影响规律。

1 物理模型和计算方法

1.1 物理模型和计算网格

文中研究对象为包含侧凸起红外探测窗口的升

力体构型弹头,如图 1 所示, x 轴为弹头轴线方向。计算采用多分区结构化网格,黑色为流体域网格,蓝色为蓝宝石结构温度场计算网格,总数约 117×10^4 ,对流场参数剧烈变化区域加密,近壁面网格 y -plus 小于 20。分离整流罩后 13 s 内弹头飞行参数如图 2 所示,其飞行攻角始终为负。

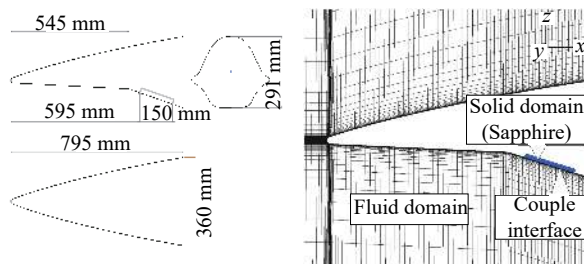


图 1 计算模型(左)及网格划分(右)

Fig.1 Computation model (left) and grid division (right)

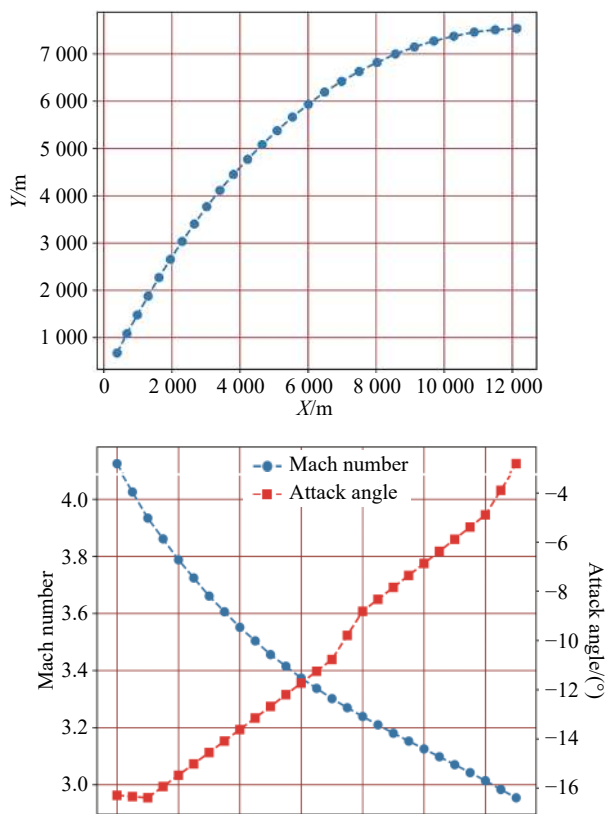


图 2 飞行弹道(上)及攻角与 Ma 数(下)

Fig.2 Flight trajectory (above) and attack angle and Ma number (below)

1.2 气动加热与辐射传输计算

该算例弹头飞行速度超过 1 000 m/s,弹头长度不足 1 m,因此,空气流动的特征时间小于 0.001 s,然而蓝宝石红外窗口的气动加热温升时间尺度为秒级。

面对巨大的时间尺度差异,基于流场准定常计算、固体温度场非定常计算的松耦合迭代可在不影响固体气动热计算精度的前提下最大化计算效率^[10]。流场数值计算采用三阶精度迎风偏心 Roe 格式离散三维雷诺平均 $N-S$ 方程,湍流模型采用 WJ2000 显式代数雷诺应力模型^[11]。非稳态固体温度场扩散方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho C_V T dV = \iint_S \lambda \vec{n} \cdot \nabla T dS \quad (1)$$

式中: ρ 为固体密度; C_V 为固体定容比热容; T 为固体温度; λ 为固体导热系数; V 为控制体体积; S 为控制体表面积; \vec{n} 为控制体表面外法向单位向量。公式 (2) 采用第三类边界条件计算固壁与流场之间的换热问题:

$$q'' = h(T^* - T_w) \quad (2)$$

式中: q'' 为流体固壁交界面上的热通量; T_w 为固壁温度; h 为对流换热系数; T^* 为空气的恢复温度, 后两者基于 $N-S$ 方程计算。

光线穿过两种介质交界表面会产生反射和折射, 对于非偏振或圆偏振光, 反射率与折射率计算公式如下^[12]:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \quad (3)$$

$$\rho = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{n_1 \cos \theta_r - n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_r + n_2 \cos \theta_i} \right)^2 + \left(\frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_r}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_r} \right)^2 \right] \quad (4)$$

$$\tau = 1 - \rho \quad (5)$$

$$n^2 - 1 = \frac{1.431\ 349\ 3\lambda^2}{\lambda^2 - 0.072\ 663\ 1^2} + \frac{0.650\ 547\ 13\lambda^2}{\lambda^2 - 0.119\ 324\ 2^2} + \frac{5.341\ 402\ 1\lambda^2}{\lambda^2 - 18.028\ 251^2} \quad (6)$$

公式 (4)~(6) 中, ρ 为反射率, τ 为透过率, n_1 和 n_2 为两介质的折射率, 空气折射率为 1, 蓝宝石玻璃的折射率与入射辐射波长 λ 关系由公式 (6) 给出, θ_i 和 θ_r 为入射角和出射角, 以此可计算出入射蓝宝石玻璃和出射蓝宝石玻璃的光谱辐射亮度损失。

如图 3 所示, 任一时间点, 可根据弹道参数得到弹头相对目标的高低角 θ_1 , 弹头攻角 θ_2 , 探测窗口与弹头轴线夹角 θ_3 , 弹头轴线与水平面夹角 θ_4 , 则目标发射辐射到达探测窗口的入射角 $\theta_i = 90^\circ - \theta_1 - \theta_3 + \theta_4$ 。设地面某等效(黑体辐射)温度为 T 的辐射源发射辐射亮度为 $I_{\lambda 0}$, 过程 1 为其经过一定距离的大气传输衰减为 $I_{\lambda 1}$, 设其透过率为 τ_1 , τ_1 由大气辐射传输软件

MODTRAN4 计算得出。过程 2 为辐射在蓝宝石玻璃外表面折射衰减, 设其透过率为 τ_2 , 此时辐射亮度衰减为 $I_{\lambda 2}$ 。过程 3 为辐射在蓝宝石玻璃内部传输, 求解公式 (7)~(9) 所给出的辐射传输方程得到到达玻璃内侧表面的光谱辐射亮度 $I_{\lambda 3}$ 。过程 4 为辐射在蓝宝石玻璃内表面经历第二次折射衰减, 设其透过率 τ_4 , 折射后的出射辐射亮度为 $I_{\lambda 4}$, τ_2 和 τ_4 可由公式 (5) 求出, 则 $I_{\lambda 4}$ 由公式 (10) 得出。

$$\frac{dI_\lambda(s)}{ds} = -kI_\lambda(s) + kI_{\lambda b}(T) \quad (7)$$

式中: $I_\lambda(s)$ 为光谱辐射亮度; k 为吸收系数; $I_{\lambda b}(T)$ 为黑体光谱辐射亮度; s 为辐射传播路径长度; τ_λ 为 λ 波长下的辐射透过率。

$$s = 0 \text{ 时}, I_\lambda(s) = I_{\lambda 2} = \tau_1 \tau_2 I_{\lambda 0} \quad (8)$$

$$s = s_{max} \text{ 时}, I_\lambda(s) = I_{\lambda 3} \quad (9)$$

$$I_{\lambda 4} = I_{\lambda 3} \cdot \tau_4 \quad (10)$$

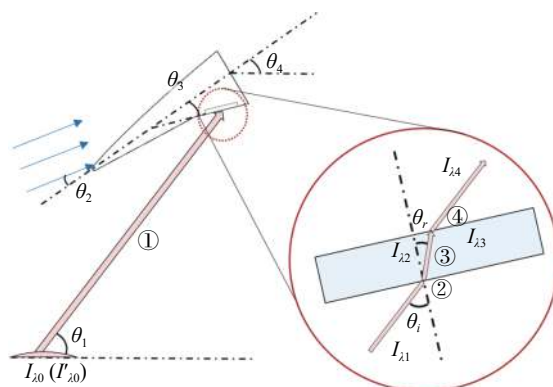


图 3 地面辐射传输路径图

Fig.3 Transmission path of radiation from ground

1.3 计算参数

弹头抛罩时刻红外探测窗口初始温度为 $T_{ini}=300\text{ K}$, 靠近探测器一侧设置为自然对流, 对流换热系数 $5\text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ 。不同高度的空气热力学参数详见参考文献 [13]。计算红外波段为 $3.7\sim 4.8\ \mu\text{m}$, 光谱分辨率 $0.1\ \mu\text{m}$, 蓝宝石红外探测窗口密度为 $\rho=3\ 850\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, 比热容 $C_p=836\ \text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, 热导率 $\lambda=17\ \text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$, 其在不同温度与波长下辐射衰减系数 k_λ 基于文献 [14] 中的透射率测量结果反推得到, 如图 4 所示。计算物理时间推进步长为 $0.5\ \text{s}$, 即从弹头抛罩开始共计算 27 个物理时间步。

采用 MODTRAN4 大气辐射软件计算各波段地面辐射源在真实大气中的传播透过率, 该算例大气参

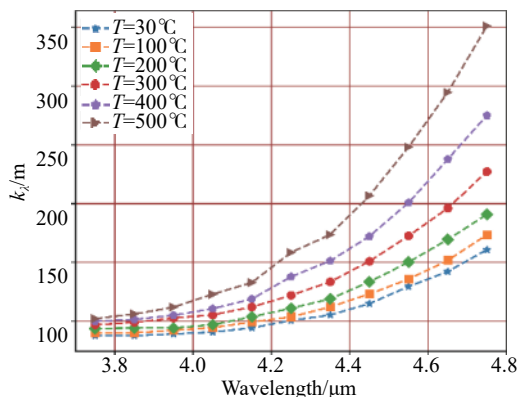


图 4 蓝宝石光谱吸收系数随波长和温度的变化

Fig.4 Spectral absorption coefficient of sapphire due to variety of wavelength and temperature

数设置为 USSA1976 美国标准大气 (北纬 45° 年均气体状态), 地面反照率为 1, 无气溶胶及云雨影响, 无多次散射。

2 验证算例

2.1 高超声速平板边界层

图 5(a) 为 $Re_\theta = 10\,000$ ($\theta = \int_0^\infty \frac{\rho U}{\rho_\infty U_\infty} \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) dy$) 时绝热平板边界层摩阻系数随外流 Ma 的变化, 其中, $C_{f,i}$ 为 $Ma=0$ 时的绝热壁摩阻系数 (与图 5(b) 相同)。从图 5(a) 可以看出: WJ2000 模型的结果接近 Van Driest II 变换的理论值^[15], 尤其是在 $Ma=1\sim 4$ 时。图 5(b) 为外流 $Ma=5$ 、 $Re_\theta=10\,000$ 时平板边界层摩阻系数随壁温的变化规律, 其中, $T_{aw} = \left(1 + Pr_t \frac{\gamma - 1}{2} Ma^2\right) T_\infty$ 为绝热壁湍流边界层恢复温度, $Pr_t=0.9$ 。

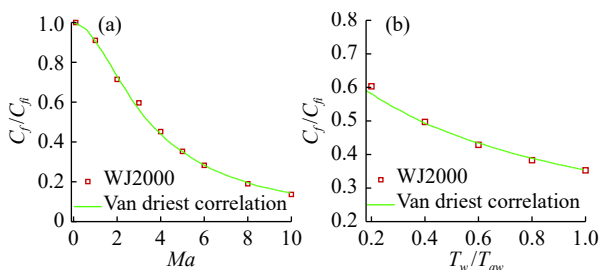


图 5 绝热平板边界层摩阻系数随 Ma 数 (a) 及壁面温度 (b) 变化计算结果对比理论值

Fig.5 Simulation results of adiabatic plate boundary layer friction coefficient comparing with ideal results due to variety of Ma number (a) and wall temperature (b)

2.2 高超声速斜激波干扰边界层

图 6(a) 的高超声速流场首先在足够长的平板上发展出一定厚度的湍流边界层, 之后与平板末端垂直放置的单个三棱柱 (棱柱前缘位置 $x=0, z=0$) 作用形成一道与平板垂直的斜激波面, 该面与上述湍流边界层发生作用, 形成复杂的流动结构^[16]。由于三棱柱半楔角只有 8° , 产生的激波强度较低, 因此, 斜激波的干扰只是使平板边界层不再平整, 并未导致流动分离。该算例计算网格数量 $64 \times 60 \times 60$ (平板流向 $(x) \times$ 平板法向 $(y) \times$ 平板展向 (z))。图 6(b) 为 $x=5.1$ cm 处平板换热系数与实验数据对比, 图中 $q_0=11\,356.6$ W/m² 为棱柱前缘平板的热流密度。可以看出: WJ2000 模型计算结果与实验数据吻合良好。

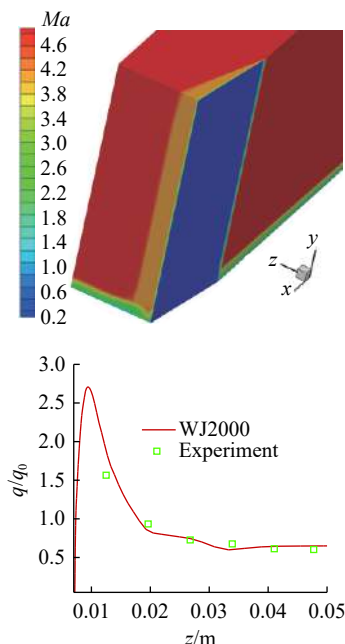


图 6 受斜激波干扰的平板边界层流场 Ma 数分布 (a) 及换热特性计算结果对比实验数据 (b)

Fig.6 Ma distribution of fluid field boundary layer interrupted by oblique shock wave (a) and heat transfer characteristics compared with experiment results (b)

3 计算结果及分析

3.1 气动热计算结果

图 7 为第 13 s 时的弹头对称面流场 Ma 数分布, 流场未出现明显分离, 从第 13 s 时的蓝宝石玻璃温度分布可以看出, 靠近几何转折处的区域受来流冲击最

强烈, 气动加热更严重, 即使在弹头飞行的最后时刻气动热也未深入传播到蓝宝石玻璃内侧。图 8 密度、轴向速度、压力残差收敛历史表明: 该算例各物理时间步计算收敛良好。

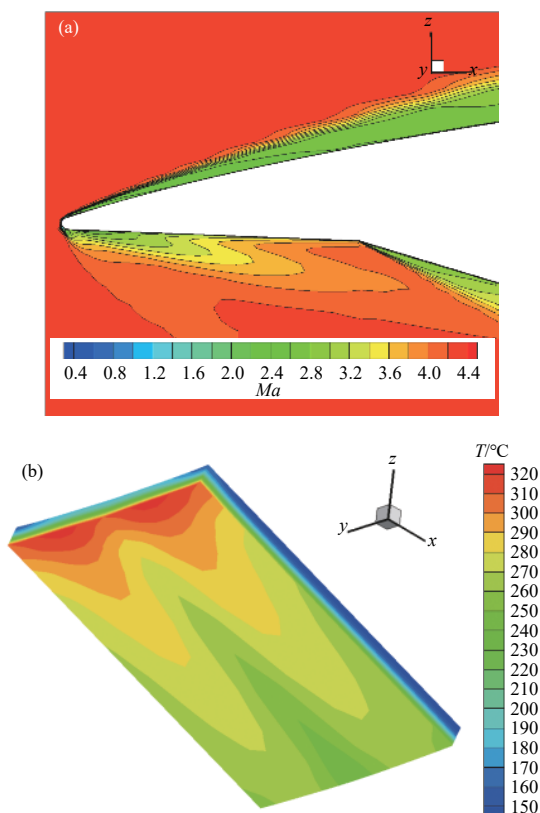


图 7 $t=13$ s 时弹头对称面流场 Ma 数分布图 (a) 及蓝宝石玻璃温度分布图 (b)

Fig.7 Ma number distribution at $t=13$ s (a) and temperature distribution of sapphire (b)

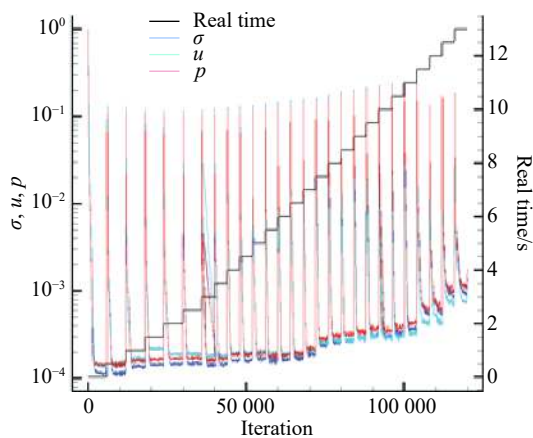


图 8 计算收敛史图

Fig.8 Computational convergence history

3.2 辐射传输计算结果

设等效温度为 300 K 的地面背景辐射到达探测器的光谱辐射亮度为 $I_{\lambda 4}$, 等效温度为 300 K + ΔT 的地面目标辐射到达探测器的光谱辐射亮度为 $I'_{\lambda 4}$; 14 bit 数字红外 CCD 阵列能够稳定识别的目标背景相对信号差为 10 级灰度, 即:

$$\frac{\int_{3.7\mu\text{m}}^{4.8\mu\text{m}} I'_{\lambda 4} (I'_{\lambda 0} = I_{bl}300\text{K} + \Delta T) - I_{\lambda 4} (I_{\lambda 0} = I_{bl}300\text{K}) d\lambda}{\int_{3.7\mu\text{m}}^{4.8\mu\text{m}} I_{\lambda 4} (I_{\lambda 0} = I_{bl}300\text{K} + \Delta T) d\lambda} = \frac{10}{2^{14}} \quad (11)$$

$I_{\lambda 4}$ 和 $I'_{\lambda 4}$ 可根据公式 (7)~(10) 计算出来, 根据公式 (11) 可求解出当地 CCD 阵列能够稳定识别的目标与背景温度差 ΔT 。图 9 为蓝宝石玻璃厚度为 10 mm 时, 不同弹道时间点 ΔT 的分布图。红外传感器各处能够分辨的 ΔT 都随蓝宝石玻璃窗口所受气动加热时间 (即弹头抛罩后的飞行时间) 的增加而增大, 初期 ΔT 最小的区域位于探测器两侧, 随着时间增长该区域逐渐后移直至探测器远端角区与尾部。由于蓝宝石自身的辐射吸收系数和辐射发射项都随着温度的升高而增大, 因此, 探测器 ΔT 的分布与蓝宝石窗口的温度分布对应。蓝宝石玻璃前缘由于更靠近弹头几何转折处, 受来流冲击影响大, 温度高, 导致对应位置探测器的 ΔT 始终处于最高水平。

图 10 反映了随着蓝宝石玻璃厚度增长, 其在末时刻的体平均与最大温度差异也在增大。由于蓝宝石热导率较低, 随着玻璃厚度 (特征长度) 增加, 傅里叶数减小, 热流短时间内来不及深入传播。

对整个红外探测器 CCD 阵列的 ΔT 进行平均得到 ΔT_{ave} , 可以认为: ΔT_{ave} 值越小, 红外传感器成像的总体灵敏度就越高。蓝宝石玻璃厚度为 10、17.5、25 mm 时红外探测器的 ΔT_{ave} 随时间变化变化情况如图 11 所示。可以看出: 弹头抛罩后的飞行时间越长, 蓝宝石玻璃受气动热导致的累积温升就越大, 而温升导致的蓝宝石玻璃透射率下降总体高于与目标拉近距离导致的空气透射率升高。也就是说, 无论蓝宝石玻璃厚度如何, 红外探测器的最低灵敏度都出现在弹道末端或接近弹道末端的时刻。

相同飞行条件下末时刻 (第 13 s) 不同蓝宝石玻璃厚度对 ΔT_{ave} 的影响如图 12 所示, 该曲线包含两个极值点。蓝宝石玻璃厚度趋近于 0 时, ΔT_{ave} 只受到辐射入射和出射玻璃表面的折射损失影响, 透射及玻

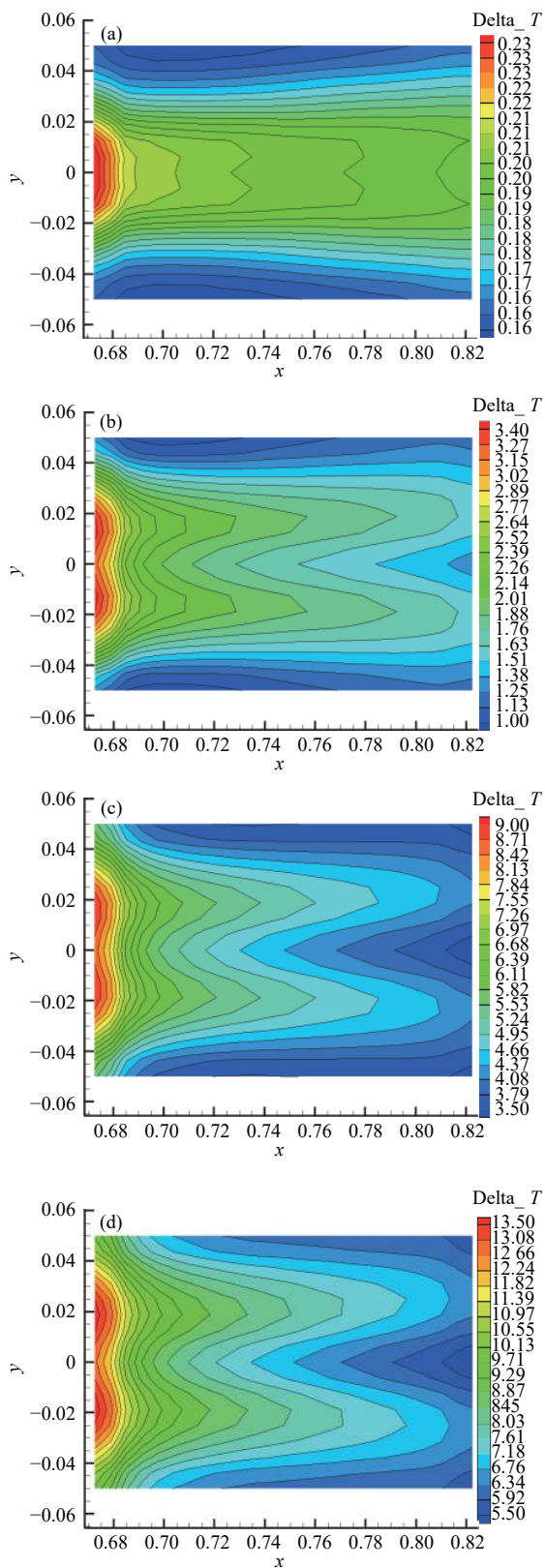


图 9 不同飞行时刻红外探测器可识别的最低目标背景温度差分布图 (a) $t=0.5$ s, (b) $t=6$ s, (c) $t=10$ s, (d) $t=13$ s

Fig.9 Minimum difference of target and background temperature recognizable by IR detector distribution at different time

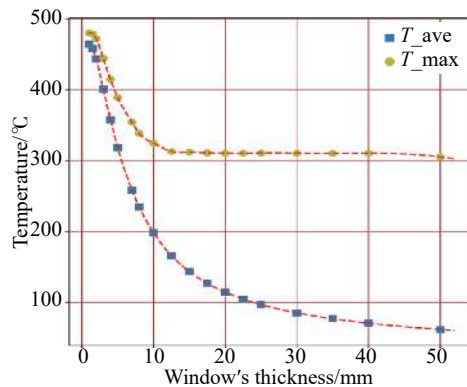


图 10 $t=13$ s 时蓝宝石玻璃体平均温度与最大温度随厚度的变化关系图

Fig.10 Volume average temperature and maximum temperature of sapphire at $t=13$ s due to variety of thickness

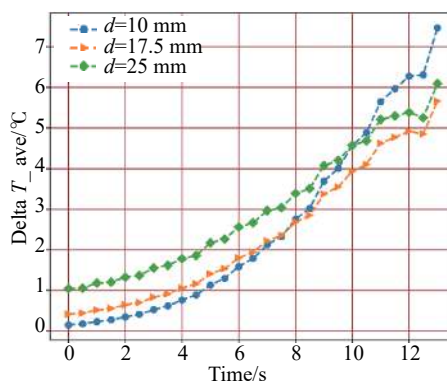


图 11 $d=10$ 、 17.5 、 25 mm 时, ΔT_{ave} 随时间的变化关系图

Fig.11 ΔT_{ave} of sapphire at $d=10$, 17.5 , 25 mm due to variety of flight time

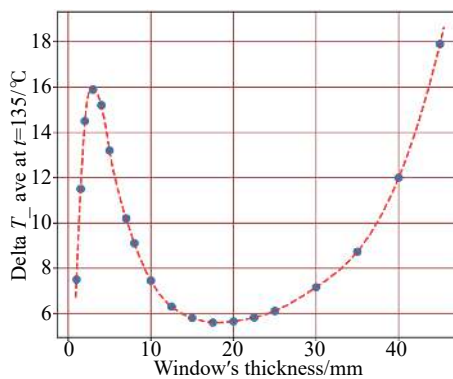


图 12 $t=13$ s 时蓝宝石玻璃体 ΔT_{ave} 随厚度的变化关系图

Fig.12 ΔT_{ave} of sapphire at $t=13$ s due to variety of thickness

璃自身发射辐射的影响为零,因此值最小;玻璃厚度由极小值增大时,由于其总厚度和热容仍然较低,未时刻各处的温度接近外部空气总温,导致其辐射吸收系数很高, ΔT_{ave} 快速上升;当玻璃厚度进一步增加

时,其热容的升高使其可通过向冷端热传导降低高温区体积和平均温度,从而降低平均吸收系数,使 ΔT_{ave} 下降;由于蓝宝石的辐射吸收系数在任何温度下都大于零,无限大的玻璃厚度显然会导致无限大的 ΔT_{ave} 。排除无法满足结构强度要求的玻璃厚度极小的情况,该算例蓝宝石红外探测窗口厚度为17.5 mm时,末时刻的 ΔT_{ave} 最小,代表其在最艰难的工作环境中辐射透射效果最好。

4 结论

文中对弹道末端的超声速对地攻击弹头侧凸起式蓝宝石红外探测窗口的非稳态气动加热特性进行了对流固体导热耦合数值模拟。在此基础上,采用射线追踪算法计算了上述蓝宝石窗口在不同飞行时间点对地面目标3.7–4.8 μm 发射辐射的透射特性。计算考虑了环境空气对地面发射辐射的衰减、辐射进出蓝宝石窗口的折射衰减及其在蓝宝石内部的传输衰减以及蓝宝石自身发射辐射的叠加。结果表明:虽然蓝宝石的光谱吸收系数受温度影响剧烈,但红外探测窗口的平均温度并不能准确反映其红外透射特性及其对后方红外探测器灵敏度的影响;存在一个最优的蓝宝石红外探测窗口厚度,该厚度下红外探测器在弹道末端的灵敏度达到最佳;对于升力体构型弹头的侧面凸起式前视红外探测器,其最高灵敏度位置随飞行时间变化显著。

参考文献:

- [1] Yin Xingliang. Principle of Aero-optics[M]. Beijing:China Aerospace Press, 2003. (in Chinese)
殷兴良. 气动光学原理[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2003.
- [2] Wang Yahui, Wang Qiang, Gao Lei, et al. Aero-thermo-radiation of a hypersonic vehicle [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(6): 1399–1403. (in Chinese)
王亚辉, 王强, 高磊, 等. 高超声速飞行器气动热辐射特性[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(6): 1399–1403.
- [3] Ma Yifei, Zhao Wenping. Effects of window on infrared imaging detection [J]. *System Engineering and Electronics*, 2005, 27(3): 427–430. (in Chinese)
马毅飞, 赵文平. 窗口辐射对红外成像探测影响的研究[J]. *系统工程与电子技术*, 2005, 27(3): 427–430.
- [4] Cross E F. Window-heating effects on airborne infrared system calibration [C]//Proceedings of SPIE, 1992, 1762: 576–583.
- [5] Zhang Ke, Chen Zhiguang, Zhao Yuyin. Dome protecting technologies for overseas high-velocity guided missiles [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(1): 154–158. (in Chinese)
张科, 陈之光, 赵玉印. 国外高速导弹的头罩防护技术[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(1): 154–158.
- [6] Wang Yahui, Wang Qiang, Zhang Bochuan, et al. Evaluation method for aero-thermo-radiation effect of IR window [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(2): 0404002. (in Chinese)
王亚辉, 王强, 张伯川, 等. 红外窗口气动热辐射效应评估方法[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(2): 0404002.
- [7] Wang Hui, Dang Fanyang, Zhang Rongda, et al. Influence of thickness of hemispherical dome on aerodynamic thermal radiation [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(12): 153–158. (in Chinese)
王惠, 党凡阳, 张荣达, 等. 半球形整流罩厚度对气动热辐射的影响[J]. *红外与激光工程*, 2018, 47(12): 153–158.
- [8] Pond J E, Welch C T, Sutton G W. Side-mounted IR window aero-optic and aerothermal analysis [C]//Proceedings of SPIE, 1999, 3705:266–275.
- [9] Coiro E, Chatelard C, Durand G, et al. Experimental validation of an aircraft infrared signature code for commercial airliners[C]//Aiaa Thermophysics Conference, 2006: 491–495.
- [10] Zhang S, Fang C, Hong L. Integrated fluid-thermal-structural analysis for predicting aerothermal environment of hypersonic vehicles[C]//Aerospace Sciences Meeting, 2013.
- [11] Wallin S, Johansson A V. An explicit algebraic reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, 403: 89–132.
- [12] Modest M F. Radiative Heat Transfer[M]. 3rd ed. San Diego: Academic Press, 2013.
- [13] Pan Jinshan, Shan Peng. Fundamentals of Gasdynamics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011: 548–549.(in Chinese)
潘锦珊, 单鹏. 气体动力学基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011: 548–549.
- [14] Lee G W, Jeon S, Park S N, et al. Temperature and thickness dependence of IR optical properties of sapphire at moderate temperature [J]. *International Journal of Thermophysics*, 2011, 32(7-8): 1448–1456.
- [15] Speziale C G, Anderson E C, Abid R. A critical evaluation of two-equation models for near wall turbulence [J]. *AIAA Journal*, 1992, 30(2): 1145–1152.
- [16] Settles Gary S, Dodson Lori J. Hypersonic shock/boundary-layer interaction database[C]//22nd Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, 1991: 1763.