



基于法化矩阵降维的多相机快速光束法平差算法

朱子健 张贵阳 杨明 霍炬 薛牧遥

Multi-camera fast bundle adjustment algorithm based on normalized matrix dimensionality reduction

Zhu Zijian, Zhang Guiyang, Yang Ming, Huo Ju, Xue Muyao

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3788/IRLA20200156>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非相似立体视觉模型构建与验证

Model establishment and validation of non-similar stereo vision

红外与激光工程. 2019, 48(8): 825003–0825003(7) <https://doi.org/10.3788/IRLA201948.0825003>

单像素成像及其在三维重建中的应用

Single-pixel imaging and its application in three-dimensional reconstruction

红外与激光工程. 2019, 48(6): 603003–0603003(11) <https://doi.org/10.3788/IRLA201948.0603003>

多视点立体视觉测量网络组网方法

Networking method of multi-view stereo-vision measurement network

红外与激光工程. 2020, 49(7): 20190492–1–20190492–8 <https://doi.org/10.3788/IRLA20190492>

针对机器人位姿测量立体标靶的单目视觉标定方法

Monocular vision calibration method of the stereo target for robot pose measurement

红外与激光工程. 2017, 46(11): 1117005–1117005(9) <https://doi.org/10.3788/IRLA201746.1117005>

基于雅可比矩阵的仿人视觉系统运动角度分解

Motion angle decomposition of humanoid vision system based on Jacobi matrix

红外与激光工程. 2018, 47(8): 817006–0817006(6) <https://doi.org/10.3788/IRLA201847.0817006>

采用辅助靶标的移动机器人立体视觉定位

Stereo vision localization for mobile robot based on auxiliary target

红外与激光工程. 2019, 48(S1): 104–113 <https://doi.org/10.3788/IRLA201948.S117006>

基于法化矩阵降维的多相机快速光束法平差算法

朱子健¹, 张贵阳¹, 杨明¹, 霍炬^{1,2}, 薛牧遥³

- (1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;
2. 哈尔滨工业大学 电气工程与自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;
3. 上海航天技术研究院 新力动力研究所, 上海 201109)

摘要: 针对多相机系统的高精度快速光束法平差问题, 提出一种采用法化矩阵降维的多相机快速光束法平差新算法。充分考虑多相机系统中主从相机间的固定位姿参数关系, 设置维数为 $3N$ (N 为相机个数) $\times 4$ 的系统位姿变换矩阵, 根据此矩阵可快速由主相机参数得到每个从相机的参数, 并将此变换关系带入光束法平差算法中完成对从相机位姿的求取。从相机的外参优化算法中便只需要对主相机的外参变化进行更新, 由此将所有相机捆绑为一个整体, 使雅可比矩阵与法化矩阵的维数相对下降, 在一次迭代更新中可以完成对多个相机特征图像的运算, 因此算法的精度与速度得到了大幅提高。根据仿真实验与实测实验表明, 文中算法的优化精度比传统的光束法平差精度提高到了 15.5%, 运算效率提升了 7.8%, 能够满足实际工程的应用需求。

关键词: 立体视觉; 多相机系统; 矩阵降维; 光束法平差

中图分类号: TP391.4 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20200156

Multi-camera fast bundle adjustment algorithm based on normalized matrix dimensionality reduction

Zhu Zijian¹, Zhang Guiyang¹, Yang Ming¹, Huo Ju^{1,2}, Xue Muyao³

- (1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
3. Space Propulsion Technology Research Institute, Shanghai Academy of Spaceflight Technology, Shanghai 201109, China)

Abstract: Aiming at the problem of high-precision and fast bundle adjustment of multi-camera systems, a multi-camera fast bundle adjustment algorithm based on normalized matrix dimensionality reduction was proposed. Considering the fixed pose parameter relationship between the master and slave cameras in a multi-camera system, the system pose transformation matrix with the dimension of $3N$ (N number of cameras) $\times 4$ was used. According to this matrix, each slave camera parameters could be quickly obtained from the master camera parameters, and the transformation relationship was taken into the bundle adjustment algorithm to get the posture of all slave cameras. For external parameters optimization of all cameras, only the external parameter of main camera need to be updated. So all cameras were bundled as a whole, which made the dimension of the Jacobian matrix and the normalized matrix relatively reduce. The calculation of multiple camera feature images could be implemented in one iteration, so the accuracy and speed of the algorithm have been greatly improved. According to simulation and practical measurement experiments, the optimization accuracy of the proposed algorithm is 15.5% higher than traditional bundle adjustment, and the operation efficiency is improved by 7.8%. These precise

收稿日期: 2020-12-22; 修订日期: 2021-01-14

基金项目: 装备预研航天科技联合基金 (6141BXXX); 国防重点实验室科工局基金 (2018XXX)

results can meet the practical engineering application requirements.

Key words: stereo vision; multi-camera system; matrix dimensionality reduction; bundle adjustment

0 引言

视觉测量技术是精密测量技术领域内最具有发展潜力的新技术。由于具有非接触、速度快、精度高、柔性好等诸多优点,视觉测量技术被广泛运用在目标识别与定位、导航、目标质量检测等各个领域^[1-3]。

在高精度视觉测量中,利用影像进行定位的光束法平差(Bundle Adjustment, BA)整体优化算法一直以来备受学者关注。Lourakis 等人出于对 BA 运算过程中雅可比矩阵与法化矩阵的稀疏特性的研究,实现了基于稀疏矩阵的光束法平差(Sparse Bundle Adjustment, SBA),大幅提升了内存使用与运算的效率^[4]; Snavely 等人利用 SBA 算法结合网络上大量的场景图片进行了一系列三维重建实验^[5],能够较为方便地实现三角网格重构的再生成效果。Wu 等人^[6]在保持算法收敛性能的同时,利用并行计算使得 SBA 的运算速率提升约 30 倍,但是得到的参数精度有待进一步提升。薛俊鹏等人^[7]抓住了双目视觉中相机间位姿固定的关系,在双目领域中优化了算法,使得速度与精度都得到了提升,但是对于多相机系统的关系构建以及位置分布并没有给出相应的策略。夏泽民等人^[8]在双目光束法平差的基础上,加入相机内参相等的约束条件,使得精度更高。但是这些算法只适用于双目视觉系统,如果直接应用到多相机系统,则会使法化矩阵的维度大幅升高,平差矩阵难以解算,导致最终的收敛效果较差甚至求解失败。

当前多相机系统具有视场大、覆盖区域完善的特点,可以极大的提升视觉定位与跟踪性能^[9],从而在无人驾驶、光控工厂、视觉导航等领域得到广泛地应用^[10-12]。因此多相机成像、标定以及重建的精度也成为广泛聚焦并值得深入研究的问题^[13-14]。对于多相机系统内外参数获取的研究中,参考文献^[15]中徐秋宇等人基于精密角度优化了多相机定位系统的标定,提高了相机内参的精度;而 Chen 等人^[16]则通过引入惩罚因子计算出多相机的外部参数并保证了算法的灵活性与鲁棒性。然而这些算法都是从相机标定的角度出发,并没有同时优化相机拍摄的三维点坐标,

以此来提高参数获取的精度。

基于上述分析,文中引入光束法平差算法进行多相机系统参数的获取与优化,提出一种基于法化矩阵降维的多相机快速光束法平差算法。将多个相机捆绑为一个优化整体的同时,根据相机间的固定位姿关系设置主从相机。由于从相机的位姿可以由主相机表示,在每次迭代运算时只需要对主相机的位姿参数与三维点进行优化便可以得到所有相机与空间点的综合优化更新,通过完成对法化矩阵的有效降维,得到超定方程的可行解,同时提高了全局收敛求解的速度,因此在一次迭代过程中能够完成对多个相机特征图像的运算。最终文中方法实现了多相机捆绑对场景进行拍摄,使得待优化参数相对减少,进而导致算法执行效率较高且减小了参数误差。最后通过模拟实验与实测实验验证该算法的有效性与精确性。

1 视觉测量基本原理

光束法平差是对空间中每一个三维点坐标以及每一个相机外参的整体求解与综合校正。其数学模型就是构建光束法平差中观测数据与参数之间的关系。它首先包括成像模型,如图 1 所示,即图像、物体及相机之间的数学关系,三者通常满足共线方程。根据此可以推导出重投影误差方程。其次是运用迭代方法对此非线性方程进行求解。

由图像上的二维像素坐标变换到空间中的三维坐标需要两步,即由相机坐标系变换到像素坐标系的内参矩阵和由相机坐标系变换到世界坐标系的外参矩阵。齐次化之后用公式表达如下:

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u & s & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [R \quad T] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = K [R \quad T] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: (X, Y, Z) 为三维世界坐标; (u, v) 为二维理想像素坐标; λ 为非零尺度因子; K 为相机内参; (R, T) 为相机外参,分别为旋转矩阵和平移矩阵; s 为倾斜因子,一般不考虑。

然而在实际应用中,所有相机都难免存在一定程

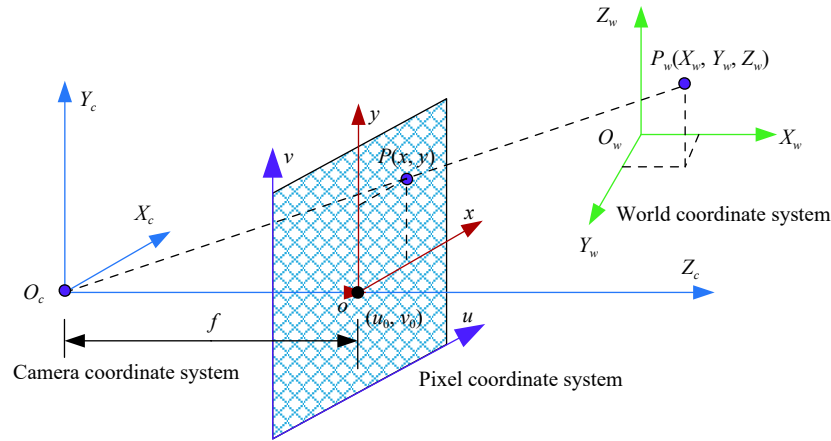


图 1 摄像机成像模型

Fig.1 Camera imaging model

度畸变, 而前文建立的模型是理想的线性模型, 并没有涉及相机的畸变。因此, 文中引入畸变模型来更真实地反映实际成像效果, 由于切向畸变可以忽略, 因此只考虑相机的径向畸变并且通过级数展开保留前 2 项, 即 2 个参数, 则有:

$$u = \frac{u_d + u_0[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2]}{1 + k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2} \quad (2)$$

$$v = \frac{v_d + v_0[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2]}{1 + k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2}$$

式中: (x, y) 为二维点在图像坐标系下的坐标; k_1, k_2 为径向畸变系数; (u_d, v_d) 为图像畸变后的实际坐标。

因此, 将解算出来的三维点通过公式 (1) 与公式 (2) 的变换便可以得到重投影的像素坐标。将此坐标与对应特征点原像素坐标作差便可以得出重投影误差。求取所有特征点的重投影误差的二阶范数, 并将公式 (3) 作为待优化的目标函数, 表达如下:

$$\delta = w_{ij} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \|u_{ij} - \hat{u}_{ij}\|_2^2 \quad (3)$$

式中: m 为特征点的个数; n 为相机个数或是图片个数; u_{ij} 为特征点在图像上的实际坐标; \hat{u}_{ij} 为重投影坐标; w_{ij} 为二值函数, 值 0 表示此点不在图片上, 值 1 表示此点在图片上。

因此, 光束法平差本质上是 δ 取得最小值时, 相机外参以及空间坐标点的最优解的求取。

2 基于法化矩阵降维多相机光束法平差

某些场合如卫星位置跟踪, 为了保证精确性与实

时性, 不得不用多个相机同时进行拍摄。通常, 在有多多个相机对目标物体进行拍摄时, 首先要对相机进行标定。可以通过张正友标定法进行相机标定, 获取相机内外参数的初值。文中的策略是建立如图 2 所示的相机采集架构, 全方位实现目标图像采集, 将所有相机捆绑为一个整体。将其中一个相机作为主相机, 将主相机的外参数作为光束法平差中待优化的参数。其他相机作为从相机, 其相机外参可由主相机的外参经过变换求得。

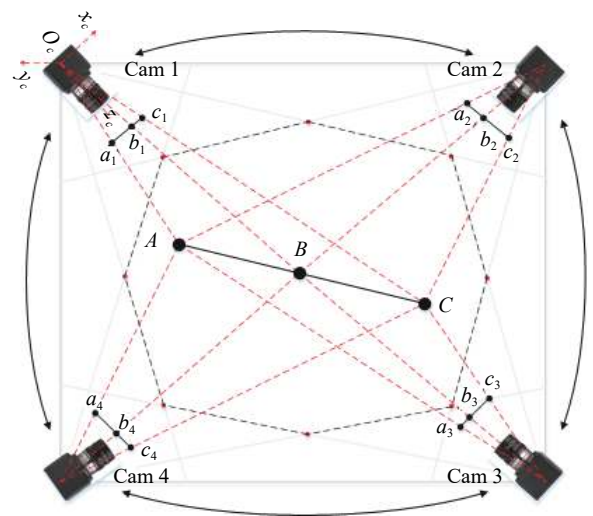


图 2 多相机系统光束法平差结构

Fig.2 Bundle adjustment structure of multi-camera system

假设有 $k + 1$ 个相机, 其中 1 个主相机, k 个从相机, 因此, 根据传统的光束法平差, 可以得出主相机的共线方程为:

$$\lambda \begin{bmatrix} u_m \\ v_m \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_m [\mathbf{R}_m \quad \mathbf{T}_m] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: (u_m, v_m) 为主相机拍摄图片的像素坐标; \mathbf{K}_m 为主相机的内参; $(\mathbf{R}_m, \mathbf{T}_m)$ 为主相机的外参, 即旋转矩阵和平移向量; (X, Y, Z) 为三维点的世界坐标。

由共线方程对相机外参和三维点求一阶偏导可得误差方程如下:

$$\mathbf{V}_m = [\mathbf{A}_m \quad \mathbf{B}_m] \begin{bmatrix} \delta_{cm} \\ \delta_{tm} \end{bmatrix} - \mathbf{L}_m \quad (5)$$

式中: $(\mathbf{A}_m, \mathbf{B}_m)$ 为 $(u_m, v_m)^T$ 对相机外参 $(\omega_m, \varphi_m, \kappa_m, t_{xm}, t_{ym}, t_{zm})$ 和三维点 (X, Y, Z) 的一阶偏导数。

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_m}{\partial \omega_m} & \frac{\partial u_m}{\partial \varphi_m} & \frac{\partial u_m}{\partial \kappa_m} & \frac{\partial u_m}{\partial t_{xm}} & \frac{\partial u_m}{\partial t_{ym}} & \frac{\partial u_m}{\partial t_{zm}} \\ \frac{\partial v_m}{\partial \omega_m} & \frac{\partial v_m}{\partial \varphi_m} & \frac{\partial v_m}{\partial \kappa_m} & \frac{\partial v_m}{\partial t_{xm}} & \frac{\partial v_m}{\partial t_{ym}} & \frac{\partial v_m}{\partial t_{zm}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_m}{\partial X} & \frac{\partial u_m}{\partial Y} & \frac{\partial u_m}{\partial Z} \\ \frac{\partial v_m}{\partial X} & \frac{\partial v_m}{\partial Y} & \frac{\partial v_m}{\partial Z} \end{bmatrix} \quad (6)$$

而且 $(\delta_{cm}, \delta_{tm})^T$ 为主相机的外参改正数与三维点改正数, 即每次迭代的步长, 其可以表示为:

$$\delta_{cm} = [\Delta \omega_m \quad \Delta \varphi_m \quad \Delta \kappa_m \quad \Delta t_{xm} \quad \Delta t_{ym} \quad \Delta t_{zm}]^T \quad (7)$$

$$\delta_{tm} = [\Delta X \quad \Delta Y \quad \Delta Z]^T$$

\mathbf{L}_m 为图像上点的实际坐标与用共线方程计算得到的重投影坐标的差值矩阵:

$$\mathbf{L}_m = \begin{bmatrix} u_m - \hat{u}_m \\ v_m - \hat{v}_m \end{bmatrix} \quad (8)$$

综上所述, 便得到了主相机的所有信息, 基于法化矩阵降维的多相机的光束法平差就是为了充分利用从相机与主相机之间的固定约束关系, 并将其他相机的外参用主相机的外参来表示。此时有 $k+1$ 个相机, 其中一个为主相机, k 个从相机, 通过对所有相机的标定, 可以得到从相机与主相机之间的固定几何约束关系 $(\mathbf{R}_{m1}, \mathbf{T}_{m1}), (\mathbf{R}_{m2}, \mathbf{T}_{m2}) \cdots (\mathbf{R}_{mk}, \mathbf{T}_{mk})$, 则从相机的外参数 $(\mathbf{R}_k, \mathbf{T}_k)$ 可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_{m1} \mathbf{R}_m \\ \mathbf{T}_1 = \mathbf{T}_{m1} + \mathbf{R}_{m1} \mathbf{T}_m \\ \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_{m2} \mathbf{R}_m \\ \mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_{m2} + \mathbf{R}_{m2} \mathbf{T}_m \\ \vdots \\ \mathbf{R}_k = \mathbf{R}_{mk} \mathbf{R}_m \\ \mathbf{T}_k = \mathbf{T}_{mk} + \mathbf{R}_{mk} \mathbf{T}_m \end{cases} \quad (9)$$

根据上式可以推导出系统位姿变换矩阵, 利用其进行的位姿变换可简化为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{R}_2 & \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{R}_3 & \mathbf{T}_3 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{R}_k & \mathbf{T}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{m1} & \mathbf{T}_{m1} \\ \mathbf{R}_{m2} & \mathbf{T}_{m2} \\ \mathbf{R}_{m3} & \mathbf{T}_{m3} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{R}_{mk} & \mathbf{T}_{mk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m & \mathbf{T}_m \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

因此, 根据此约束关系, 可以得出第 k 个相机的共线方程为:

$$\lambda \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_k [\mathbf{R}_{mk} \mathbf{R}_m \quad \mathbf{T}_{mk} + \mathbf{R}_{mk} \mathbf{T}_m] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: (u_k, v_k) 为第 k 个相机拍摄图像中的点的二维像素坐标; \mathbf{K}_k 为第 k 个相机的内参。由共线方程对相机外参和三维点求一阶偏导, 对三维点求导方式不变, 但是对每个从相机的外参数求导, 相当于对主相机的外参数求导, 因此第 k 个从相机的误差方程可表示如下:

$$\mathbf{V}_k = [\mathbf{A}_k \quad \mathbf{B}_k] \begin{bmatrix} \delta_{ck} \\ \delta_{tk} \end{bmatrix} - \mathbf{L}_k \quad (12)$$

其中,

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_k}{\partial \omega_m} & \frac{\partial u_k}{\partial \varphi_m} & \frac{\partial u_k}{\partial \kappa_m} & \frac{\partial u_k}{\partial t_{xm}} & \frac{\partial u_k}{\partial t_{ym}} & \frac{\partial u_k}{\partial t_{zm}} \\ \frac{\partial v_k}{\partial \omega_m} & \frac{\partial v_k}{\partial \varphi_m} & \frac{\partial v_k}{\partial \kappa_m} & \frac{\partial v_k}{\partial t_{xm}} & \frac{\partial v_k}{\partial t_{ym}} & \frac{\partial v_k}{\partial t_{zm}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_k}{\partial X} & \frac{\partial u_k}{\partial Y} & \frac{\partial u_k}{\partial Z} \\ \frac{\partial v_k}{\partial X} & \frac{\partial v_k}{\partial Y} & \frac{\partial v_k}{\partial Z} \end{bmatrix}$$

$$\delta_{ck} = \delta_{cm}$$

$$\delta_{tk} = \delta_{tm}$$

$$\mathbf{L}_k = \begin{bmatrix} u_k - \hat{u}_k \\ v_k - \hat{v}_k \end{bmatrix}$$

由公式 (12) 可以看出, 只需要对主相机外部参数进行求导并且只用计算主相机外参和三维点的改正数即可。这极大程度上减少了对所有相机都进行运算的时间与运算量, 下面对法化矩阵进行推导。首先得到雅可比矩阵 \mathbf{J} 为:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_m \quad \mathbf{A}_1 \quad \mathbf{A}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{A}_k]^T$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_m \quad \mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{B}_k]^T \quad (13)$$

$$\mathbf{J} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{B}]$$

故法化矩阵为:

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{B}^T \end{bmatrix} [\mathbf{A} \quad \mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{A} & \mathbf{A}^T \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T \mathbf{A} & \mathbf{B}^T \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (14)$$

运用 Levenberg-Marquardt 算法进行求解, 则法化

方程为:

$$\begin{bmatrix} A^T A + \mu I & A^T B + \mu I \\ B^T A + \mu I & B^T B + \mu I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{cm} \\ \delta_{tm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T L \\ B^T L \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: $L = [L_m \ L_1 \ L_2 \ \dots \ L_k]^T$ 。

由上述推导可以看出,相比于传统的光束法平差算法,新的光束法平差算法在优化处理时,方程总个数不变,但是待优化的参数减少了。假设有 $k+1$ 个相机对 n 个三维中的点拍摄 m 次。则传统的算法便有 $6(k+1)m+3n$ 个待优化量,因为每个相机每次拍摄便会引入 6 个未知数,每个三维点引入 3 个未知数。而新算法加入相机位姿关系后只有 $6m+3n+k$ 个待优化量,因为有了相机间的约束关系,消除了因相机数量引入的未知数。单从相机参数考虑,待优化量比原先少了约 $k+1$ 倍,即法化矩阵的维数减少了约 $k+1$ 倍。并且随着相机数量增多,此算法的收益更大。

3 实验结果与分析

3.1 仿真实验

文中在传统光束法平差的基础上,建立基于法化矩阵降维的多相机快速光束法平差算法。为了验证此算法的优越之处。在仿真实验部分取空间中 30 个特征点构成一个长方体作为测试的三维点集,此长方体的尺寸设定为 $300\text{ mm} \times 400\text{ mm} \times 500\text{ mm}$ 。设置 4 个等距离且平行的相机对场景进行模拟采集,作为第一组结果。然后将 4 个相机捆绑,同时向远离场景的方向每次平移 10 mm 并再次采集一次,一共采集 4 次,共产生 16 幅模拟图像。图 3 所示为模拟测试的三维点图空间分布。

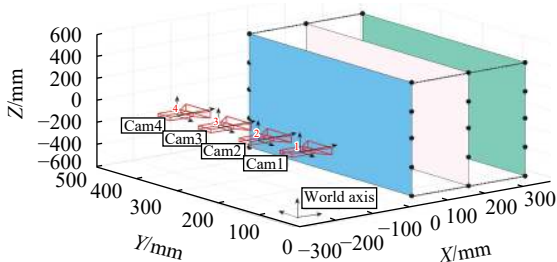


图 3 测试长方体三维点空间图

Fig.3 3D point space diagram of cuboid

在模拟实验中,设置 4 个相机内参相等,均为 $f_u = f_v = 2500\text{ pixel}$, $u_0 = 640\text{ pixel}$, $v_0 = 512\text{ pixel}$, $s = 0$ 。

将 16 幅模拟图像中加入干扰,即高斯噪声。向相机外参和三维点中均加入相对误差为 $0\% \sim 5\%$ 等间距的高斯白噪声作为光束法平差的初值,并分别求出对应的重投影误差。

下面进行新算法精度的验证。首先比较算法的重投影误差的平均值。使用 Levenberg-Marquardt 算法进行 50 次迭代,计算出迭代前与迭代后的重投影误差并取平均值,每次取不同相对误差的高斯噪声。为了避免偶然性,取定一种相对误差后重复 10 次并取均值。实验结果如图 4 所示。

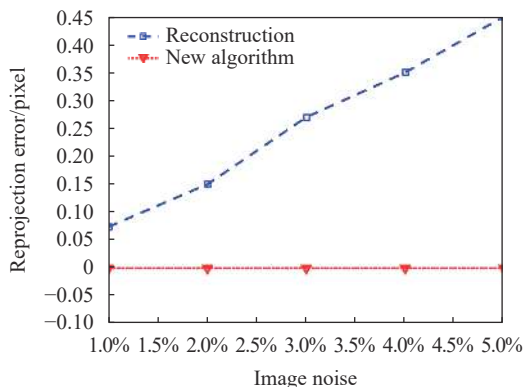


图 4 高斯噪声对重投影误差的影响

Fig.4 Effect of Gaussian noise on reprojection error

由图 4 可以看出,随着噪声的增大,在新算法下图片的重投影误差并无明显的变化,说明此算法合理,并且可以达到预期的收敛效果。

然后,比较重建的三维点与真实三维点的误差。将重构点与真实点逐一求取距离,并取均值算出平均每一点的偏差量,相当于求解每一点的平均绝对误差。并与传统光束法平差算法进行比较,实验结果如图 5 所示。

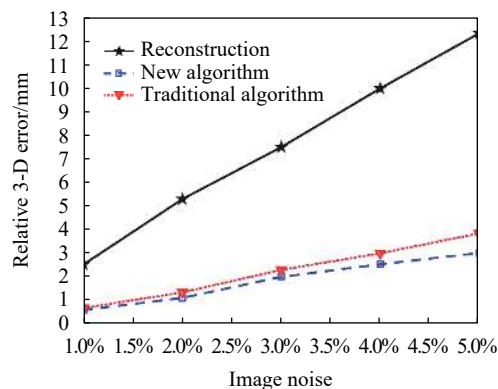


图 5 高斯噪声对重建三维点的影响

Fig.5 Effect of Gaussian noise on reconstructing 3D points

由图 5 可以看出,在不同的噪声下,新算法重建的三维点误差都要小于传统的算法结果,因此得到了优化。并且随着噪声的增大,优化的程度也更大,因为这里将 4 个相机捆绑为一个整体,相当于增加了传感器的数量,并且固定相机间的位姿关系,使得总体上方程个数增多,但未知数个数较传统算法而言却减少了。故新算法的重建精度较原来相比提升了约 15.5%,重建精度得到了提升与优化。

3.2 实测实验

为了进一步验证光束法平差新算法对优化相机参数与三维点的有效性,用 4 台 Mikrottron 相机 MC3010 进行拍摄。获取的图像尺寸为 $1\ 680 \times 1\ 710$ pixel,每个像素为 $0.008\ \text{mm/pixels}$,并且相机镜头型号均为 AF Zoom-Nikkor 24-85 mm/1:2.8-4D。相机与靶标的捕获深度方向上距离约为 $3\ 200\ \text{mm}$,相机采集系统架构如图 6 所示。

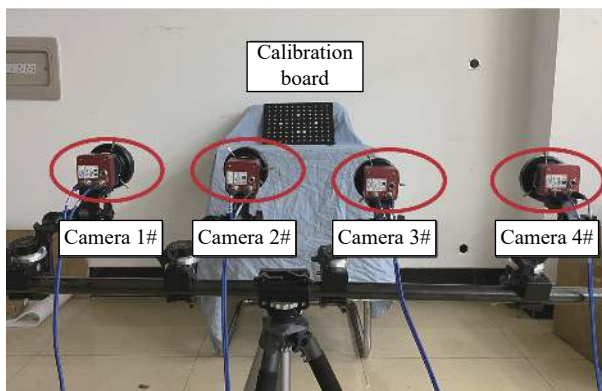


图 6 立体相机系统图像采集设备

Fig.6 Stereo camera system image acquisition equipment

通过图 6 中所示的 4 台相机对平面 99 圆靶标进行图像采集,采集到的图像分布如图 7 所示,并对每个标定板上的 99 特征点进行圆心提取与编号,图 7 中的编号值即为已经完成的特征点对应编码。

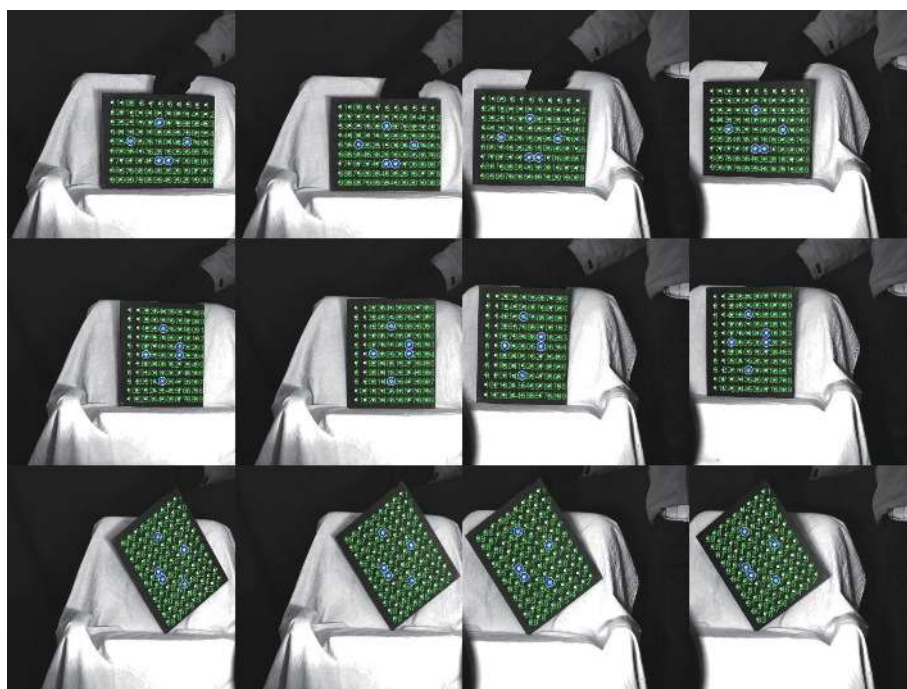


图 7 靶标图像采集与圆心提取效果图

Fig.7 Effect image of target image acquisition and center extraction

在图像采集完成之后,进行多相机系统的标定运算,由于型号相同,因此 4 个相机的内参在一定程度上相同,解算出相机的内参,以及从相机与主相机间的内外参关系如表 1 所示。

然后对 99 个圆心点的三维坐标与相机外参分别

用传统的光束法平差和新算法进行优化处理,并将所有圆心点以空间三维分布进行显示,保留每个三维点的坐标值方便对比。重构出的靶板特征点空间三维布局效果图以及对应的编号如图 8 所示。

接着由表 1 得出的位姿关系,可以根据前文的推

导计算出系统位姿变换矩阵的初值,如公式(16)所示。

$$Q = \begin{bmatrix} 0.9995 & -0.0087 & -0.0288 & 38.9221 \\ 0.0025 & 0.9778 & -0.2095 & 302.3599 \\ 0.0300 & 0.2094 & 0.9774 & 12.8044 \\ 0.9910 & -0.0347 & -0.1296 & 181.2582 \\ 0.0041 & 0.9733 & -0.2294 & 329.7910 \\ 0.1341 & 0.2268 & 0.9647 & -3.9730 \\ 0.9951 & 0.0248 & 0.0958 & -149.6339 \\ 0.0003 & 0.9675 & -0.2530 & 364.6977 \\ -0.0990 & 0.2581 & 0.9627 & 35.6901 \end{bmatrix} \quad (16)$$

表 1 相机内参以及固定位姿关系

Tab.1 Camera internal parameters and fixed pose relationship

Camera internal parameters	Relationship between slave cameras and master camera
$f_u = 3061.2375$ $f_v = 3061.5998$ $u_0 = 832.2130$ $v_0 = 901.2860$ $k_1 = -0.1857$ $k_2 = 0.2804,$ $s = 0$	$R_{m1} = \begin{bmatrix} 0.9995 & -0.0087 & -0.0288 \\ 0.0025 & 0.9778 & -0.2095 \\ 0.0300 & 0.2094 & 0.9774 \end{bmatrix}$
	$T_{m1} = \begin{bmatrix} 38.9221 & 302.3599 & 12.8044 \end{bmatrix}$
	$R_{m2} = \begin{bmatrix} 0.9910 & -0.0347 & -0.1296 \\ 0.0041 & 0.9733 & -0.2294 \\ 0.1341 & 0.2268 & 0.9647 \end{bmatrix}$
	$T_{m2} = \begin{bmatrix} 18.2582 & 329.7910 & -3.9703 \end{bmatrix}$
	$R_{m3} = \begin{bmatrix} 0.9951 & 0.0248 & 0.0958 \\ 0.0003 & 0.9675 & -0.2530 \\ 0.0990 & 0.2518 & 0.9627 \end{bmatrix}$
	$T_{m3} = \begin{bmatrix} -19.6339 & 364.6977 & 35.6901 \end{bmatrix}$

将此矩阵作为相机外参之间的关系代入光束法平差算法中,将主相机的外参与 99 个三维点进行综合优化后得到的结果于真实值比较,并计算出每个点的误差以及所有点坐标的平均误差。表 2 给出其中

表 2 部分重建三维点世界坐标值比较

Tab.2 Comparison of world coordinate values of partially reconstructed 3D points

Code	Ideal value/mm			Traditional bundle adjustment/mm				Novel bundle adjustment/mm			
	X	Y	Z	X	Y	Z	Error	X	Y	Z	Error
12	25	0	0	25.2106	-0.2415	-0.1984	0.3769	25.1914	-0.1423	-0.0512	0.2439
13	25	25	0	25.2464	24.8546	-0.1426	0.3197	25.1559	24.9824	-0.0618	0.1686
14	25	50	0	25.2186	49.9145	0.0146	0.2352	25.1049	49.9532	0.0778	0.1387
15	25	75	0	25.1954	74.8462	0.2492	0.3520	25.1440	74.9068	0.1136	0.2057
16	25	100	0	25.1002	99.8164	0.2012	0.2902	25.0229	99.9103	0.0993	0.1358
17	25	125	0	25.1026	124.8125	0.2179	0.3052	25.0710	124.9809	0.1434	0.1612
18	25	150	0	25.2312	149.8978	0.1002	0.2719	25.1007	149.9481	0.0406	0.1203
19	25	175	0	25.1089	174.8713	-0.1243	0.2095	25.0817	174.9308	-0.0409	0.1146
20	25	200	0	25.1916	199.8846	0.1582	0.2740	25.0656	199.8917	0.1471	0.1941
21	25	225	0	25.0598	224.7996	0.1893	0.2821	25.0159	224.8457	0.1125	0.1916
22	25	250	0	25.1649	249.8162	-0.0146	0.2474	25.0433	249.9197	-0.0051	0.0914

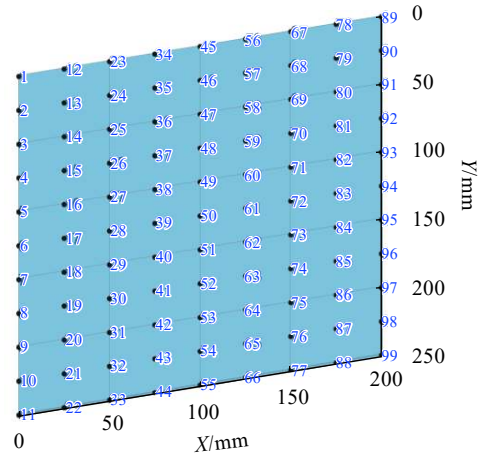


图 8 实测标定板的三维坐标点

Fig.8 3D points of the actual calibration plate

连续 11 个编号点的坐标值以及平均误差值。

根据计算,得出用传统光束法平差时,最后得到的平均误差为每个点 0.2946 mm,而新算法得到的误差为每个点 0.1527 mm,再结合表 2 可以看出,文中算法可以得到很好的效果,并且对于多相机系统而言,新的算法在精度上更有优势。得到的三维点误差也更小,算法在重构精度及稳定性上均得到了优化。

最后,为了验证新算法的效率优势,将新算法优化三维点的时间与原算法运行时间作比较,以点的个数作为自变量。观察重建点增加时两个算法的运行时间。实验结果如图 9 所示。

由图 9 可以看出,新算法在运行速率、执行效率上高于传统算法,这是因为将多个相机绑定为一个相

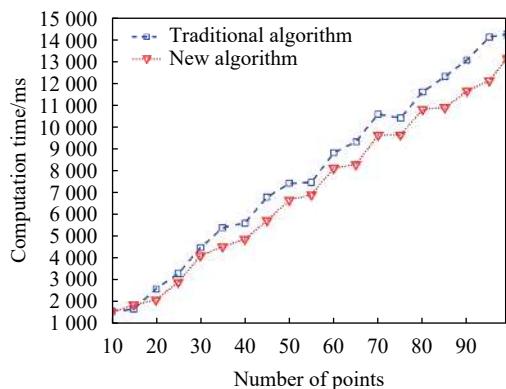


图 9 运行时间与三维点数目关系

Fig.9 Relationship between running time and number of 3D points

机,那么在一次迭代过程中可以处理多幅图像,同时通过法化矩阵降维,实现运算速度的提升,并且随着三维点的增加,效果更加明显。根据运行时间与三维点数目关系计算得到新算法效率提升了约 7.8%。

此算法优化处理多相机系统时,可以大幅度降低法化矩阵的维数,在精确性与快速性上占一定的优势。但是此算法在优化的过程中并没有对相机的内参进行优化。而在多相机系统领域,随着相机数量的增多,相机的内参也会对光束法平差结果产生一定的影响。因此后续在此算法的基础上,可以考虑在不改变算法效率的前提下,适当的加入相机内参从而在算法精度上完成进一步的提升,以适应于超大视场的高精度视觉测量与重构。

4 结 论

文中将稀疏光束法平差算法进行改进优化并引入到多相机系统中,充分利用每个相机间的固定位姿关系,将其中一个设置为主相机,其余的从相机外参用主相机关联表示,根据相机间特有的位姿关系,提出了系统变换矩阵,加入到光束法平差中进行快速变换,使得在光束法平差整体优化的过程中,待优化的参数相对减少,降低法化矩阵的维数,使优化结果精度与效率更高。最后通过仿真实验与实测实验验证了此算法的有效性与优越性。新算法在精度上提高了约 15.5%,在效率上提高了约 7.8%,得到的更为精确的结果能够满足如空间三维重构、自动停泊系统及医学图像定位等实际工程的应用需求。

下一步工作将基于多源数据融合,实现超大视场及高分遥感图像的立体重构与测量,通过冗余信息实

现多相机系统内外参数统一全局优化。

参考文献:

- [1] Karine A, Toumi A, Khenchaf A, et al. Multivariate copula statistical model and weighted sparse classification for radar image target recognition [J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2020, 84: 106633.
- [2] Han T, Jefferson S A, da Silva Suane Pires P, et al. An effective approach to unmanned aerial vehicle navigation using visual topological map in outdoor and indoor environments [J]. *Computer Communications*, 2020, 150: 696-702.
- [3] Ding Zhongjun, Zhao Ziyi, Zhang Chuntang, et al. 3D reconstruction of deep sea geomorphologic linear structured light based on manned submersibleline [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(5): 0503001. (in Chinese)
丁忠军, 赵子毅, 张春堂, 等. 载人潜水器的深海地貌线结构光三维重建[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(5): 0503001.
- [4] Lourakis M, Argyros A. The design and implementation of a generic sparse bundle adjustment software package based on the levenberg-marquardt algorithm[R]. Heraklion. Crete, Greece, Technical Report 340. Institute of Computer Science-FORTH, 2004: 1-28.
- [5] Snavely N, Seitz S M, Szeliski R. Modeling the world from internet photo collections [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2008, 80(2): 189-210.
- [6] Wu C C, Agarwal S, Curless B, et al. Multicore bundle adjustment[C]//IEEE Computer Vision and Pattern Recognition, 2011: 3057-3064.
- [7] Xue Junpeng, Su Xianyu, Xiao Yongliang, et al. A new algorithm for bundle adjustment based on stereo vision [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2011, 22(6): 888-892. (in Chinese)
薛俊鹏, 苏显渝, 肖永亮, 等. 基于双目视觉的光束法平差新算法[J]. *光电子·激光*, 2011, 22(6): 888-892.
- [8] Xia Zemin, Li Zhongwei, Zhong Kai. Camera calibration optimization with constrained sparse bundle adjustment [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2015, 42(5): 13-19. (in Chinese)
夏泽民, 李中伟, 钟凯. 受约束的稀疏光束法平差在相机标定中的应用[J]. *光电工程*, 2015, 42(5): 13-19.
- [9] Yu Yang. Multi-sensor-based robot formation and tracking control[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2019.(in Chinese)
于洋. 基于多传感器的机器人编队与跟踪控制[D]. 大连: 大连理工大学, 2019.

- [10] Xiong Lu, Yang Xing, Zhuo Guirong, et al. Overview of development status of unmanned vehicle motion control [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(7): 127-143. (in Chinese)
熊璐, 杨兴, 卓桂荣, 等. 无人驾驶车辆的运动控制发展现状综述[J]. *机械工程学报*, 2020, 56(7): 127-143.
- [11] Robson S, MacDonald L, Kyle S, et al. Optimized multi-camera systems for dimensional control in factory environments [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2018, 232(10): 1707-1718.
- [12] Damian W. Multi-camera imaging system for UAV photogrammetry [J]. *Sensors*, 2018, 18(8): 2433.
- [13] Xing Yan, Wang Qionghua. 3D information acquisition technology of integral imaging [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49(3): 0303003. (in Chinese)
邢妍, 王琼华. 集成成像3D信息获取技术[J]. *红外与激光工程*, 2020, 49(3): 0303003.
- [14] Chen Ni, Zuo Chao, Lee Byoung-ho. 3D imaging based on depth measurement [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(6): 0603013. (in Chinese)
陈妮, 左超, Lee Byoung-ho. 基于深度测量的三维成像技术[J]. *红外与激光工程*, 2019, 48(6): 0603013.
- [15] Xu Qiuyu, Yang Linghui, Niu Zhiyuan, et al. High-accuracy calibration of multi-camera positioning system based on precision angle reference [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(1): 0115001. (in Chinese)
徐秋宇, 杨凌辉, 牛志远, 等. 精密角度基准下的多相机定位系统高精度标定[J]. *光学学报*, 2019, 39(1): 0115001.
- [16] Chen Xiaoyun, Lin Jiarui, Yang Linghui, et al. Flexible calibration method for visual measurement using an improved target with vanishing constraints [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2020, 37(3): 435-443.



第一作者简介：朱子健 (1998-), 男, 湖北武汉人, 哈尔滨工业大学航天学院控制与仿真中心硕士研究生。2016 年于哈尔滨工程大学获得学士学位, 主要从事飞行器姿态测量, 计算机视觉, 视觉测量等方面研究。曾荣获过国家奖学金, 黑龙江省三好学生等荣誉称号。



导师简介：霍炬 (1977-), 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院教授/博导, 黑龙江省教学名师, 主要研究方向为光电信息处理、精密运动控制。结合有关型号预研和国家 863 主题的研究内容, 在测试技术、测量系统方面完成了多项相关研究课题, 近三年发表 SCI 论文 11 篇、EI 论文 11 篇, 作为负责人在研、完成国家 863 项目, 自然科学基金项目、预研项目、航天科技创新联合基金项目、外协科研任务多项, 曾获“国家科技进步二等奖、国防科技进步二等奖、仿真技术贡献奖二等奖”等奖励。