



非视域三维成像激光雷达的研究进展

靳辰飞 田小芮 唐勐 王峰 杨杰 乔凯 史晓洁 张思琦

Research advances on non-line-of-sight three-dimensional imaging lidar

Jin Chenfei, Tian Xiaorui, Tang Meng, Wang Feng, Yang Jie, Qiao Kai, Shi Xiaojie, Zhang Siqi

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3788/IRLA20210471>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于像素复用的SPAD阵列连续扫描三维成像

Continuous scanning 3D imaging with SPAD array based on pixel multiplexing

红外与激光工程. 2020, 49(S2): 20200375–20200375 <https://doi.org/10.3788/IRLA20200375>

APD三维成像激光雷达研究进展

Research progress of APD three-dimensional imaging lidar

红外与激光工程. 2020, 49(9): 20190549–1–20190549–10 <https://doi.org/10.3788/IRLA20190549>

弱湍流中紫外光非直视分集接收技术的研究

Research on ultraviolet non-line-of-sight diversity reception technology in weak turbulence

红外与激光工程. 2018, 47(12): 1222002–1222002(6) <https://doi.org/10.3788/IRLA201847.1222002>

三维扫描激光雷达系统设计及实时成像技术

Design and real-time imaging technology of three-dimensional scanning LiDAR

红外与激光工程. 2019, 48(5): 503004–503004(8) <https://doi.org/10.3788/IRLA201948.0503004>

基于全光纤光子计数激光雷达的高分辨率三维成像

High-resolution three-dimensional imaging based on all-fiber photon-counting Lidar system

红外与激光工程. 2021, 50(7): 20210162–1–20210162–10 <https://doi.org/10.3788/IRLA20210162>

基于相关法飞行时间三维感知的误差机理研究

Theoretical investigation on correlating time-of-flight 3D sensation error

红外与激光工程. 2019, 48(11): 1113002–1113002(9) <https://doi.org/10.3788/IRLA201948.1113002>

非视域三维成像激光雷达的研究进展

靳辰飞¹, 田小芮¹, 唐 勳¹, 王 峰², 杨 杰¹, 乔 凯¹, 史晓洁¹, 张思琦¹

(1. 哈尔滨工业大学 物理学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;
2. 天津津航技术物理研究所, 天津 300308)

摘 要: 综述了非视域三维成像激光雷达技术的研究现状及进展。首先介绍了非视域成像技术的产生背景和基本概念, 从多种实现技术中选出最接近激光雷达构型的基于激光脉冲飞行时间测量的非视域成像技术作为文中的综述重点。然后分别从成像系统和成像算法两个方面对国内外的研究进展进行了分析总结, 可以看出, 未来采用 SPAD 面阵进行无扫描阵列式非视域成像已成为必然的趋势, 而能够适配 SPAD 面阵的非共焦重构算法也将成为研究重点。这种激光成像雷达新体制未来在军事侦察、安防反恐、无人驾驶、灾难救援等领域将有着极其广泛的应用前景。

关键词: 激光雷达; 非视域; 飞行时间; SPAD 面阵

中图分类号: TN958.98 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA20210471

Research advances on non-line-of-sight three-dimensional imaging lidar

Jin Chenfei¹, Tian Xiaorui¹, Tang Meng¹, Wang Feng², Yang Jie¹,
Qiao Kai¹, Shi Xiaojie¹, Zhang Siqi¹

(1. School of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. Tianjin Jinhang Institute of Technical Physics, Tianjin 300308, China)

Abstract: The research status and progress of non-line-of-sight (NLOS) three dimensional imaging lidar were reviewed in this paper. Firstly, the background and basic concepts of NLOS imaging technology were introduced. The NLOS imaging technology based on laser pulse time-of-flight measurement, which was closest to lidar configuration, was selected as the focus of this paper. Then, the research progress of this technology was analyzed and summarized from two aspects of imaging system and imaging algorithm, respectively. It can be seen that scannerless NLOS imaging with SPAD array has become an inevitable trend in the future, and the non-confocal reconstruction algorithm adapting to SPAD array will also become the research focus. This new system of lidar will be widely used in military reconnaissance, security and anti-terrorism, unmanned driving, disaster rescue and other fields in the future.

Key words: lidar; non-line-of-sight; time of flight; SPAD array

收稿日期: 2021-07-12; 修订日期: 2021-08-19

作者简介: 靳辰飞, 副教授, 博士生导师, 博士, 主要从事激光雷达和计算成像方面的研究。

0 引言

非视域成像是近年来在军事侦察、安防反恐、灾难救援等领域对隐藏目标探测的迫切需求下产生的一种特殊成像技术。非视域成像的概念是指当目标被遮挡而无法对其进行直接成像时,通过采集周围场景中和目标相关的各种信号,对目标进行计算重构的方法。在过去的十多年中,出现了多种非视域成像的手段,包括借助于激光脉冲飞行时间测量方法^[1-2]、激光散斑相关法^[3]、被动半影测量法^[4]、热成像法^[5-6]、声波测量法^[7]、多普勒雷达成像法^[8]、稳态成像法^[9]等。激光脉冲飞行时间测量方法采用激光窄脉冲进行主动照明,光脉冲经历场景到目标再到场景共三次漫反射才能回到探测器上,通过对回波信号的时空采样,可计算重构出目标的三维形状,这种方法能够获得到大尺度目标的三维信息。由于该方法的成像构型和工作方式与传统激光雷达非常接近,因此文中将其作为一种功能拓展的激光雷达新体制进行详细综述。近年来随着无人驾驶的蓬勃发展,对车载激光雷达的性能和功能都提出了强烈的需求,这种激光雷达新体制有助于视线被遮挡情况下对周围车辆、行人等物体的提前预判,极大提高了无人驾驶的安全系数,因而受到更为广泛的关注。

1 非视域三维成像激光雷达的基本原理

为了更好地综述非视域三维成像激光雷达技术的研究进展,先简要介绍该成像体制的基本原理。目前非视域成像激光雷达的基本成像构型如图 1 所示。由于遮挡屏的遮挡,目标处于成像系统的视场范围外,用普通的探测方式无法获取目标的信息。

非视域三维成像激光雷达的基本原理是利用瞬态脉冲光的多路径散射回波来对非视域目标进行成像。首先分析脉冲光信号的正向传输过程,可将信号从发射到接收分为四个阶段。第一阶段为窄脉冲激光器出射激光在中介面上形成照明点 \mathbf{x}_c ,第二阶段为照明点处的一次散射光照在目标上的任意一点 \mathbf{x}_u ,第三阶段为光经目标二次散射回到中介面上的 \mathbf{x}_p ,第四阶段为光经中介面的三次散射后被探测器接收。目标的信息就蕴含在三次散射信号中。考虑到整个目标上各点都会形成上述的正向传输过程,那么探测器

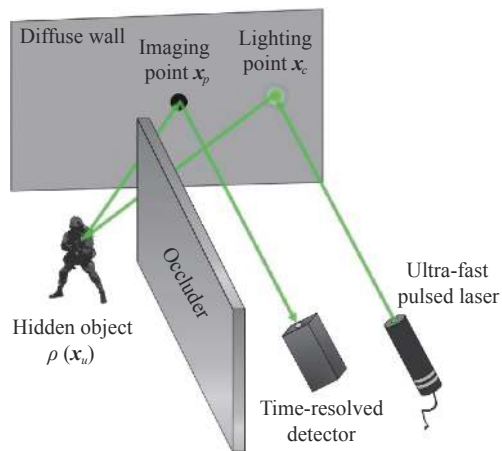


图 1 非视域成像激光雷达的基本成像构型

Fig.1 Basic configuration of the non-line-of-sight imaging lidar

上接收到的信号可以通过下式进行计算:

$$P(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_c, t) = \int \rho(\mathbf{x}_u) H(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_c, t, \mathbf{x}_u) d\mathbf{x}_u \quad (1)$$

式中: $\rho(\mathbf{x}_u)$ 为目标反射率的空间分布; $H(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_c, t, \mathbf{x}_u)$ 为目标域到测量域的点脉冲响应函数,通过扫描方式改变 \mathbf{x}_p 和 \mathbf{x}_c ,使接收信号 $P(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_c, t)$ 成为测量域 $(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_c, t)$ 中的分布函数。非视域三维成像的基本原理就是先对 $H(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_c, t, \mathbf{x}_u)$ 进行精确建模,然后测量 $P(\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_c, t)$,最终求解目标 $\rho(\mathbf{x}_u)$ 。这是典型的求解积分方程的反问题。因此,非视域三维成像激光雷达有两个重要的关键技术,一是对瞬态光场进行时空采样的硬件系统,二是利用理论模型和采样数据进行图像还原的重构算法。

2 非视域三维成像激光雷达的研究进展

非视域成像技术最早源于对激光成像雷达功能拓展的研究。从 2009 年概念的提出,历经 2012 年的重大突破,到目前已进入全面开花的态势。世界上多家研究机构都进行了非视域成像的探索工作,国外包括美国的麻省理工学院、斯坦福大学、威斯康辛大学、康奈尔大学、瑞典的国防研究中心、法国的圣法德路易斯研究院、英国的赫瑞瓦特大学等单位。国内包括北京理工大学、中国科学技术大学、哈尔滨工业大学、中国科学院西安光学精密机械研究所、海军工程大学等单位。此外,非视域成像技术同样也引起美国的 DARPA、英国国家量子技术中心这样的大型研究机构的关注,并制定了相应的研究计划予以支持。

非视域成像已经逐渐发展成为激光雷达领域的一个独立研究分支。下面笔者将按照成像系统、成像算法两个方面分别进行研究现状分析。

(1) 非视域成像系统的研究进展

2009 年, 瑞典国防研究中心和德国光子学及模式识别研究中心首次提出了非视域成像的概念并且进行了实验验证^[10]。实验中采用 1.5 μm 的脉冲激光器作为源, 单脉冲能量可达 20 mJ, 探测器为选通型短波红外相机。该设备能够成功从玻璃窗的反射信号中获取到距窗 20 m 远的人和 30 m 远的车牌, 后续还借助水面、车体等类镜面体来探测隐藏物体。实验结果很大程度上依赖散射体的类镜面性质^[11], 见图 2。

2012 年, 北京理工大学的许凯达等人搭建了基于 532 nm 激光器和 ICCD 探测器的距离选通成像系统, 激光脉冲和选通门宽均为 20 ns。以窗户玻璃和墙面瓷砖作为中介反射面, 分别获得了 50 m 和 20 m 处目标的非视域图像。实验结果表明: 非视域成像的效果与中介反射面的反射特性有关, 许多具有一定镜面反射特性的建筑材料均可作为中介反射面而

用于非视域成像^[12]。他们也从理论上构建了非视域成像对比度模型并进行了仿真, 仿真结果表明, 对于大多数实用的中介反射面, 只有采用激光距离选通成像模式才能实现非视域成像, 而且中介面距离目标越近, 系统探测识别目标的难度就越大^[13-14], 见图 3。

2015 年, 海军工程大学的韩宏伟等人基于窄脉冲

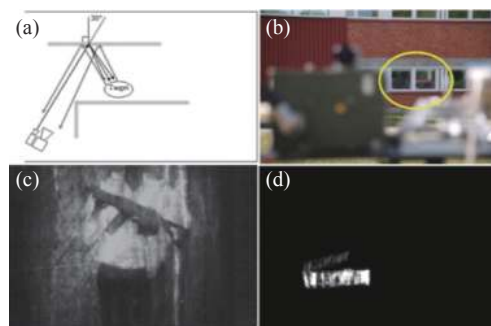


图 2 借助玻璃窗进行非视域成像的实验结果^[10-11]。(a) 光路示意图; (b) 实验场景; (c) 人的成像结果; (d) 车牌的成像结果

Fig.2 Experimental results of non-line-of-sight imaging with glass window^[10-11]. (a) Diagram of light path; (b) Experimental scenario; (c) Imaging results of a person; (d) Imaging results of license plate

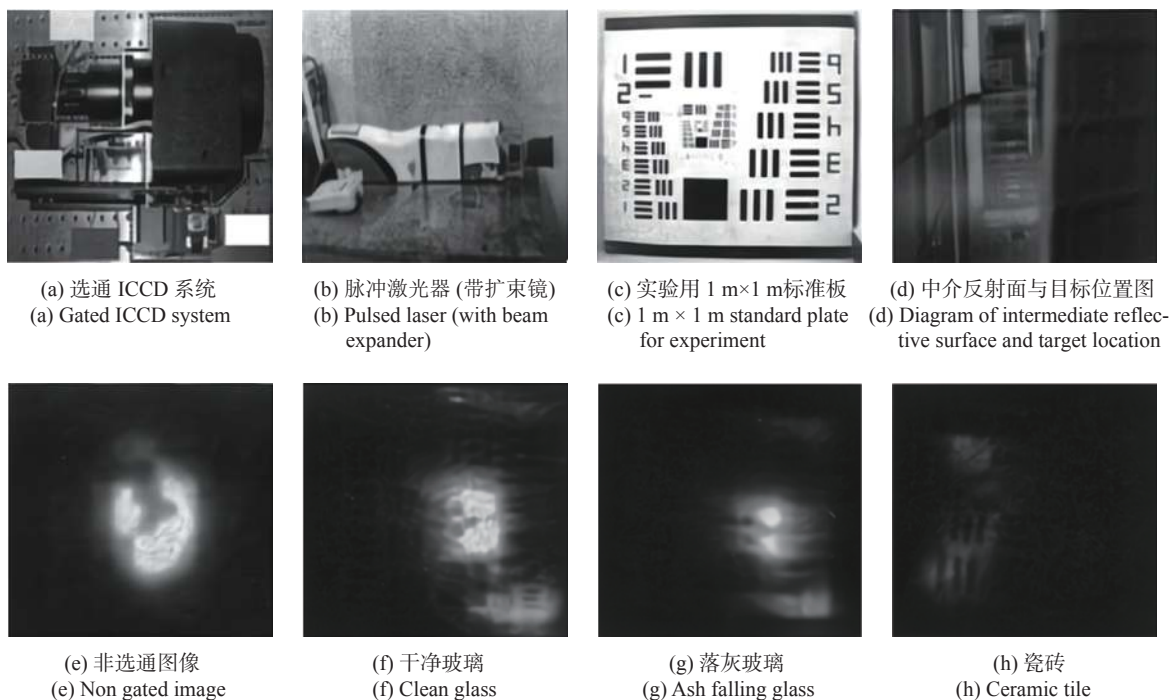


图 3 借助不同材质镜面体进行非视域成像的实验结果^[12]。(a)~(d) 探测器、光源、目标以及中介反射面与目标的位置图; (e)~(h) 不同材质镜面体的实验结果

Fig.3 Experimental results of non-line-of-sight imaging with different mirror surfaces^[12]. (a)~(d) Position map of the detector, light source, target and the intermediate reflective surface and target respectively; (e)~(h) Experimental results of mirrors with different materials

激光器和 ICCD 搭建了非视域主动成像实验系统。激光器工作波长为 532 nm, 最大重复频率 10 Hz, 单脉冲能量 80 mJ, 脉宽为 10 ns。ICCD 的最小选通门宽 1.5 ns。以玻璃作为中介反射面, 以黑白条纹靶板作为目标, 对目标和周围环境处于不同光照情形时系统的非视域成像效果进行测试。结果表明, 基于距离选通的非视域成像技术是一种能够在不同光照条件下实现对视觉盲区进行有效观察的成像技术^[15], 见图 4。图 4(b1) 为 C 处开灯, 非距离选通成像, 图 4(b2) 为 A 处开灯, 非距离选通成像, 图 4(b3) 为 B 处开灯, 非距离选通成像, 图 4(b4) 为距离选通成像, 延迟时间为 0 ns, 图 4(b5) 为距离选通成像, 延迟时间为 20 ns。

以上几种成像方案都是基于中介面的类镜面反

射特性的, 虽然技术可行性较强, 但是对类镜面中介面的这种先决条件大大限制了非视域成像的应用范围。

2012 年, 美国麻省理工学院的 Andreas Velten 等人首次提出了一种真正意义上的非视域三维成像方法^[1-2](图 5)。他们利用了 50 fs 脉宽的超快激光器、摆镜、具有 2 ps 时间分辨率的条纹相机来构建成像系统。实验中利用摆镜对激光发射点进行扫描, 在 60 个不同空间照明点的位置下用条纹相机采集了目标散射光场在中介面上的时间波形。然后通过计算获得了非视域目标的三维图像。实验发现在垂直于中介面的方向上(纵向)可以获得较高的分辨率, 达到 0.4 mm, 而在平行于中介面的方向上(横向)分辨

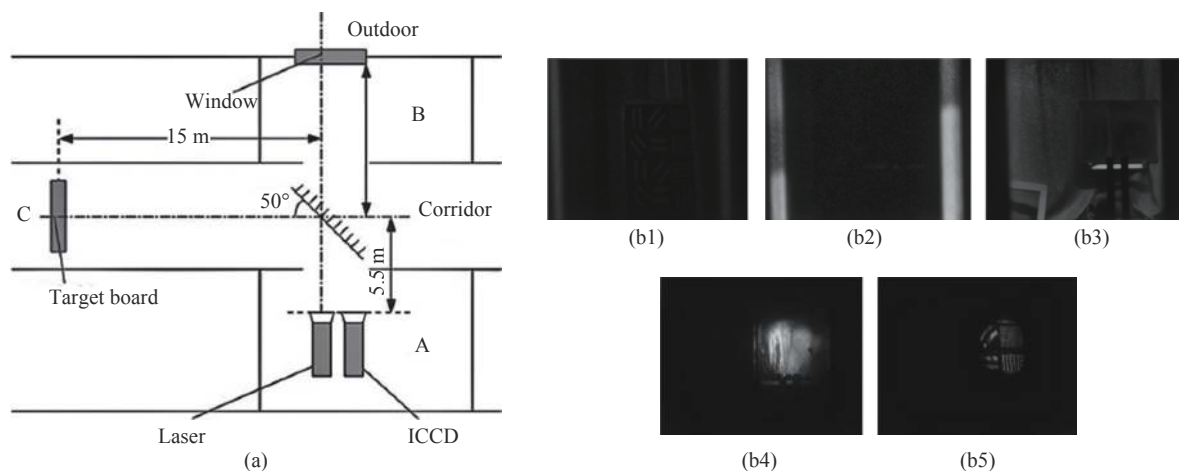


图 4 不同背景光照下借助玻璃进行非视域成像的实验结果^[15]。(a) 实验场景示意图; (b1)~(b5) 不同条件下的实验结果

Fig.4 Experimental results of non-line-of-sight imaging with glass under different background lights^[15]. (a) Schematic diagram of the experimental scene; (b1)-(b5) Experimental results under different conditions

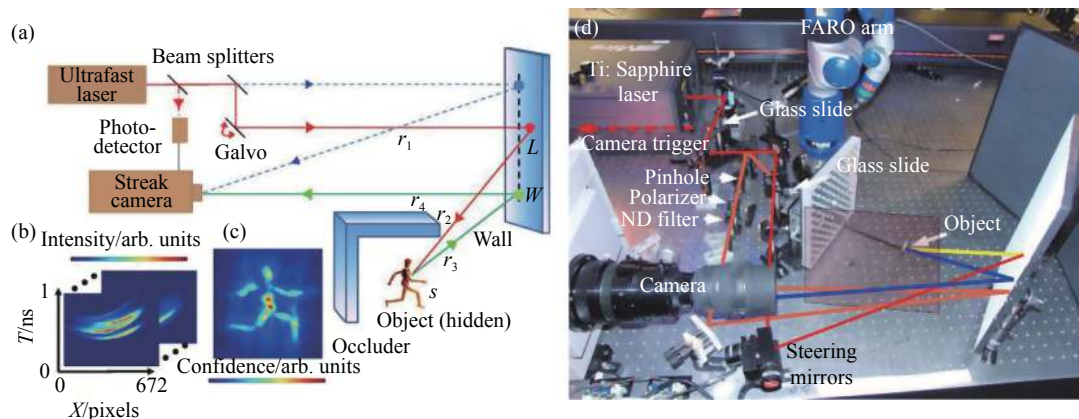


图 5 利用条纹相机进行的非视域成像实验结果^[1-2]。(a) 系统原理图; (b) 获取到的原始数据; (c) 重构图像; (d) 系统实物照片

Fig.5 Experimental results of non-line-of-sight imaging using streak camera^[1-2]. (a) Schematic of system principle; (b) Acquired raw data; (c) Reconstructed image; (d) Photo of hardware prototype

率不理想, 仅为 5~10 mm。该方法的提出具有非常重要的意义, 实验中首次采用标准朗伯体作为散射目标和场景, 验证了利用普通材料的散射光信息也能还原隐藏目标。

2013 年, 法国圣法德路易斯研究院的 Martin Laurenzis^[16-17] 等人研究利用高分辨率的 ICCD 相机实现激光非视域三维成像。他们的系统所采用的激光器脉宽为 2 ns, ICCD 相机的横向分辨率 1360×1024, 选通门宽为 2 ns。实验中, 课题组采用 ICCD 面阵进行空间采样、步进选通门进行时间采样的方式采集信号, 目标是一块方形平面白板。他们尝试了点照明和面照明两种方式。由于受到选通门宽的限制, 时间分辨率无法做到很高, 非视域目标的重构结果无法令人满意, 但是该研究证明了阵列探测器是可以实现非视域成像的, 见图 6。

2014 年期间, 加拿大英属哥伦比亚大学和德国波恩大学的 Felix Heide 等人研究采用普通的调制光源和光子混频器构建的实验系统进行非视域成像^[18-20], 光源包括 6 个 250 mW 的激光器, 总功率达到 1.5 W, 波长为 650 nm。根据散射材料的不同, 实验中可以获得分辨率从几厘米到十几厘米的三维目标像。但由于光源功率及探测器灵敏度的限制, 信号的采集时间需从几分钟到几百分钟, 见图 7。

2015 年, 意大利米兰理工大学和美国威斯康辛大学的 Mauro Buttafava 等人提出利用选通型单光子探测器 (SPAD) 加扫描摆镜的非视域成像系统^[21]。实验中所采用的光源是波长为 515 nm 的脉冲激光器, 平均功率为 50 mW, 脉宽为 250 fs, 通过摆镜对场景进行 185 个点的扫描。利用单像素 SPAD 在各扫描点下对信号的时间波形进行光子计数采样, SPAD 探测器的时间分辨率达到 30 ps, 总采样时间为 5~32 min, 利用获取到的波形数据进行图像重构, 重建分辨率可达到几厘米的量级。该实验验证了在低照明功率、大尺度场景的条件下, 利用 SPAD 的光子计数手段可以进行非视域成像, 之后该成像系统就成为非视域成像研究的主流构型, 见图 8。

2015 年, 圣法德路易斯研究院的 Martin Laurenzis 等人就利用 32×32 的 InGaAs SPAD 阵列作为接收器构建了非视域探测系统^[22], 实验中采用的光源为 500 ps 的光纤激光器, 照明方式为固定点照明, 探测器阵列的时间分辨率为 250 ps, 采样时间为 340 ms。由于光源脉冲宽度和探测器时间分辨率的限制, 该实验无法对目标进行三维图像重构, 只能对目标进行粗略定位, 但该实验验证了 SPAD 阵列可大幅降低采样时间, 见图 9。

2016 年, 英国赫瑞瓦特大学 Genevieve Garipey 等

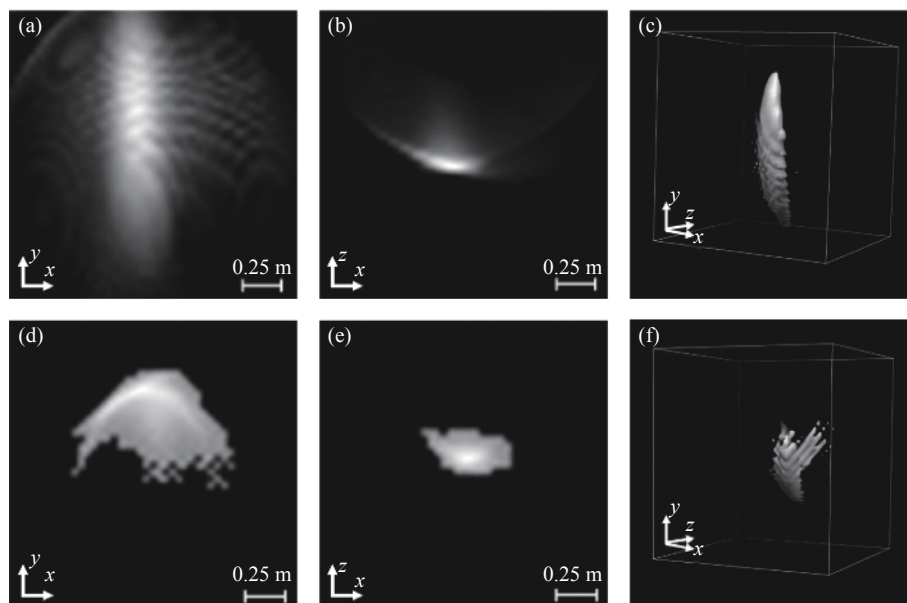


图 6 利用 ICCD 进行的非视域成像实验结果^[17]。(a)~(c) 点照明实验结果; (d)~(f) 面照明结果, 从左往右依次是顶视、侧视、3D 全景

Fig.6 Experimental results of non-line-of-sight imaging using ICCD^[17]. (a)~(c) Results of point lighting experiment; (d)~(f) Results of surface lighting, from left to right are top view, side view, 3D panorama

人^[23]利用 32×32 元的 Si SPAD 阵列来跟踪非视域场景内的移动物体, 该探测器的时间分辨率为 110 ps。实验中所采用的光源是波长为 800 nm 的脉冲激光

器, 脉宽为 10 fs, 重复频率为 67 MHz, 单脉冲能量为 10 nJ。实验中进行了点目标定位实验以及运动点目标的测速实验, 该实验进一步表明, 利用 SPAD 阵列

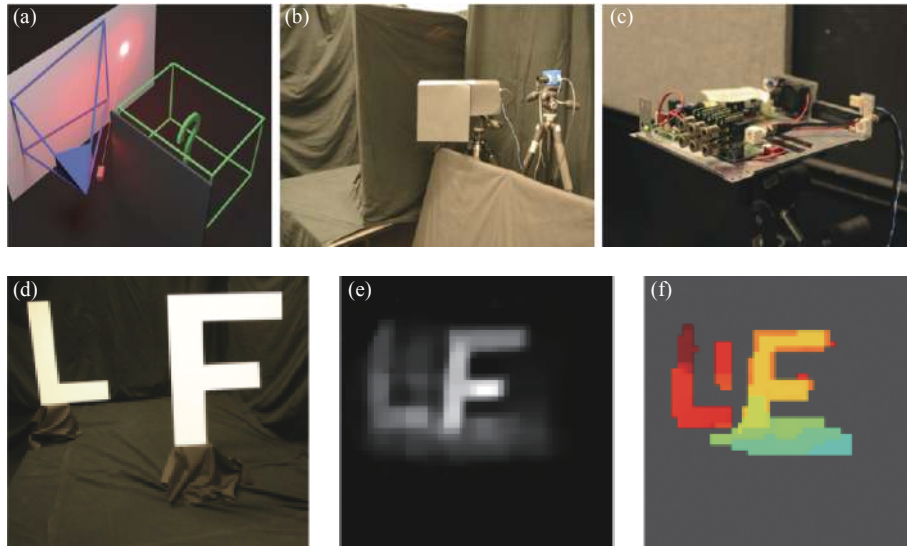


图 7 利用光子混频器进行的非视域成像实验结果^[18]。(a) 场景; (b) 系统; (c) 照明源; (d) 目标; (e) 强度像; (f) 距离像

Fig.7 Experimental results of non-line-of-sight imaging using PMD^[18]. (a) Scene; (b) System; (c) Lighting source; (d) Target; (e) Intensity image; (f) Depth image

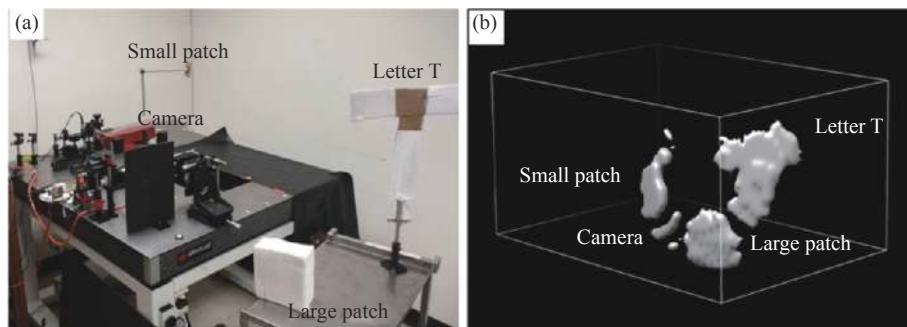


图 8 利用单点 SPAD 进行的非视域成像实验结果^[21]。(a) 实验装置; (b) 重构图像

Fig.8 Experimental results of non-line-of-sight imaging using single pixel of SPAD^[21]. (a) Experimental setup; (b) Reconstructed image

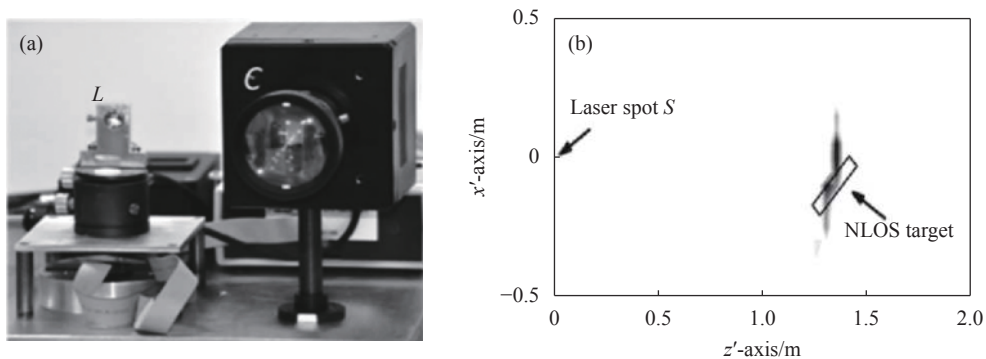


图 9 利用 SPAD 面阵进行的非视域目标探测的结果^[22]。(a) 实验装置; (b) 目标定位图

Fig.9 Results of non-line-of-sight target detection using SPAD array^[22]. (a) Experimental setup; (b) Diagram of target location

并行采集信号、对目标进行实时跟踪是有可能的。之后，赫瑞瓦特大学的学者们改用单像素 SPAD 和视场扫描装置实现了远距离真人定位^[24]，计数总时间为 1 s。结果展示该系统的跟踪定位距离超过 50 m (图 10)。

2018 年，国内公安部第三研究所的沈天明等人对利用阵列探测器实现快速非视域成像的可行性进行了初步的理论分析^[25]。分析认为基于 SPAD 阵列，通过一次反射和采样信号可以完成对隐藏物体的成像。一方面减少了整个过程所需的时间，另一方面使得滤波反投影的计算复杂度降低。中国科学院西安光学精密机械研究所的郭京耀等人建立了基于单光子阵列探测器的隐藏目标瞬态成像的基本理论和框架，可以更好地理解隐藏目标瞬态成像的性质，并且

从仿真的角度验证了阵列探测器进行非视域成像的可行性^[26]。

2018 年，中国科学技术大学的徐飞虎等人提出利用 SPAD 加扫描摆镜实现预遮挡的非视域成像方法^[27]。实验中所使用的是亚 ns 的脉冲激光器，重频 40 MHz，波长为 640 nm，平均功率为 8 mW。在他们的方法中，探测器无需具有高的时间分辨，但是需要预先在目标和中介面间增加了一个遮挡物，而这个遮挡物可以有效消除目标各处光场在中介面上形成的混叠。通过构建光场正向传输模型，利用最优化方法实现图像的重构，见图 11。

2018 年，美国斯坦福大学的 Matthew O'Toole 等人提出了一种基于光锥变换的共焦非视域成像系

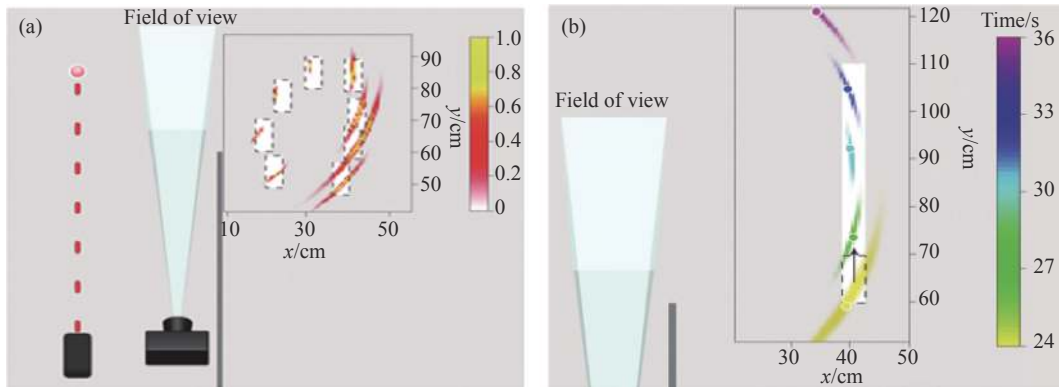


图 10 利用 SPAD 面阵进行非视域定位及测速实验结果^[23]。(a) 目标定位实验示意图；(b) 测速实验示意图

Fig.10 Experimental results of non-line-of-sight target location and velocity measurement using SPAD array^[23]. (a) Schematic diagram of target location experiment; (b) Schematic diagram of velocity measurement experiment

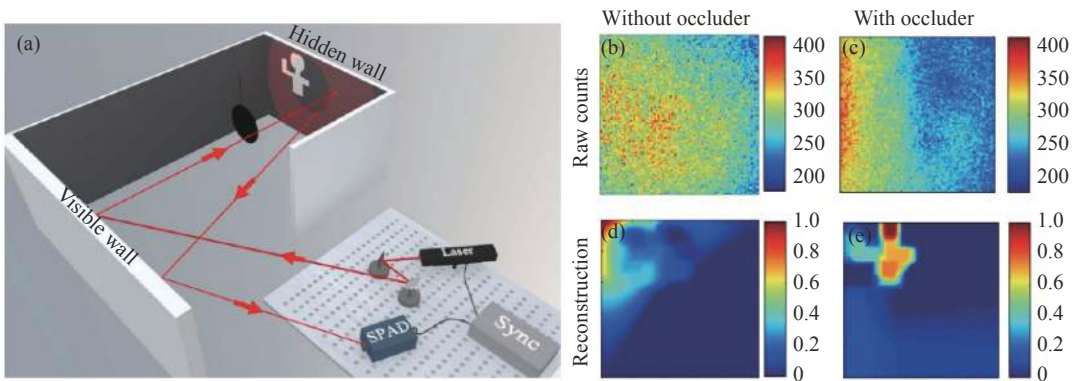


图 11 预遮挡非视域成像方法的实验结果^[27]。(a) 实验场景；(b) 无遮挡时的原始数据；(c) 有遮挡时的原始数据；(d) 无遮挡时的重构图像；(e) 有遮挡时的重构图像

Fig.11 Experimental results of pre-occlusion non-line-of-sight imaging^[27]. (a) Experimental configuration; (b) Raw data in the absence of an occluder; (c) Raw data in the presence of the occluder; (d) Reconstructed image in the absence of an occluder; (e) Reconstructed image in the presence of the occluder

统^[28]。该成像系统采用了激光雷达研究领域中常用的收发合置扫描方式,使得在中介面上的发射照明点和接收成像点始终重合在一起。实验中利用单点 SPAD 作为探测器,时间分辨率为 27 ps。所采用的光源是波长为 670 nm 的脉冲激光器,平均功率仅为

0.11 mW,脉宽为 30.6 ps,重频 10 MHz,通过摆镜对场景进行了 $64 \times 64 / 32 \times 32$ 个点的扫描。该系统可在 65 cm 的距离下获得 3.1 cm 的重建分辨率,重建时间小于 1 s,但是受激光功率和摆镜速度的限制,其采集时间长,从几分钟到 1 h 的量级,见图 12。

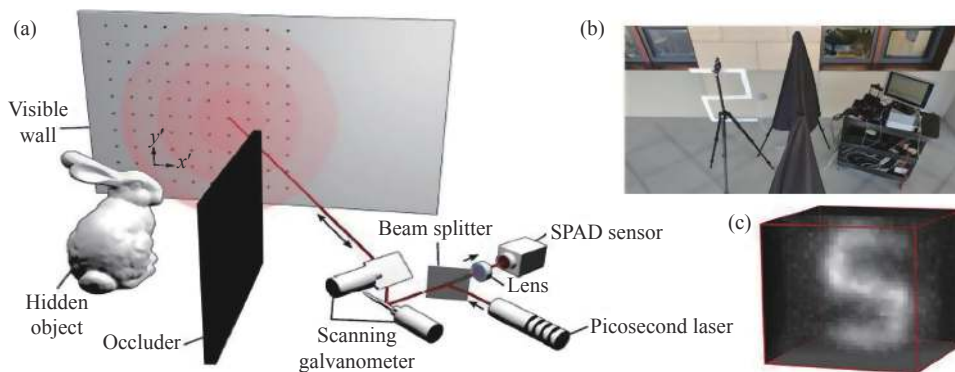


图 12 基于光锥变换的共焦非视域成像系统的实验结果^[28]。(a) 原理示意图;(b) 实验装置;(c) 重构图像

Fig.12 Confocal non-line-of-sight imaging system based on Light Cone Transform (LCT)^[28]. (a) Schematic diagram of principle; (b) Experimental setup; (c) Reconstructed image

2019 年,斯坦福大学和卡耐基梅隆大学的 David B. Lindell 等人提出了一种基于频率波矢迁移的共焦非视域成像系统^[29]。该成像系统也采用了收发合置扫描方式。实验中所采用的光源是波长为 532 nm 的脉冲激光器,脉宽为 35 ps,平均功率达到 1 W,重频 10 MHz,通过摆镜对场景进行了 $32 \times 32 / 64 \times 64 / 512 \times 512$ 个点的扫描。利用选通型单点 SPAD 作为探测器,选通时间 40 ns,系统总的时间分辨为 70 ps。由于采用了功率较大的激光器,因此该系统在近距离下可快速完成信号采集,实验中实现了 2~4 Hz 的动态成像,分辨率为十几厘米。在几十分钟的长采集时间下,分辨率可达几厘米量级,见图 13。

用两个单点 SPAD 实现了动态中介面下的非视域成像^[31],之后和米兰大学的学者利用特殊定制的 SPAD 线列来进行非视域扫描成像^[32]。实验中利用选

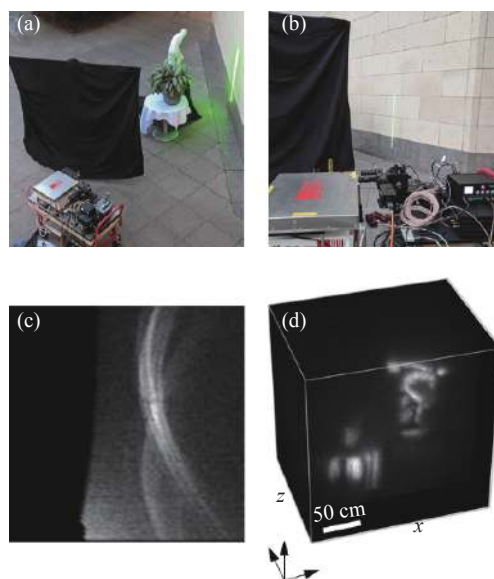


图 13 基于频率波矢迁移 (f-k Mig) 的共焦非视域成像实验结果^[29]。

(a) 实验场景;(b) 视域内场景;(c) 测量数据;(d) 重建图像

Fig.13 Confocal non-line-of-sight imaging experimental results based on frequency-wavenumber migration (f-k Mig)^[29]. (a) Experiment scene; (b) Line-of-sight view; (c) Measured data; (d) Reconstructed image

2019 年,威斯康辛大学和萨拉戈萨大学的 Xiaochun Liu 等人提出了一种基于虚拟波的非视域成像系统^[30]。实验中利用选通型单点 SPAD 作为探测器,时间分辨率为 30 ps。所采用的光源是波长为 532 nm 的脉冲激光器,脉宽为 35 ps,平均功率达到 1 W,重频 10 MHz,通过摆镜对场景进行了 180×130 个点的扫描,采集时间从 24 s~20 min。利用虚拟波算法进行了图像重建,重建分辨率达到几厘米量级,见图 14。

2020 年,威斯康辛大学的 Marco Renna 等人先利

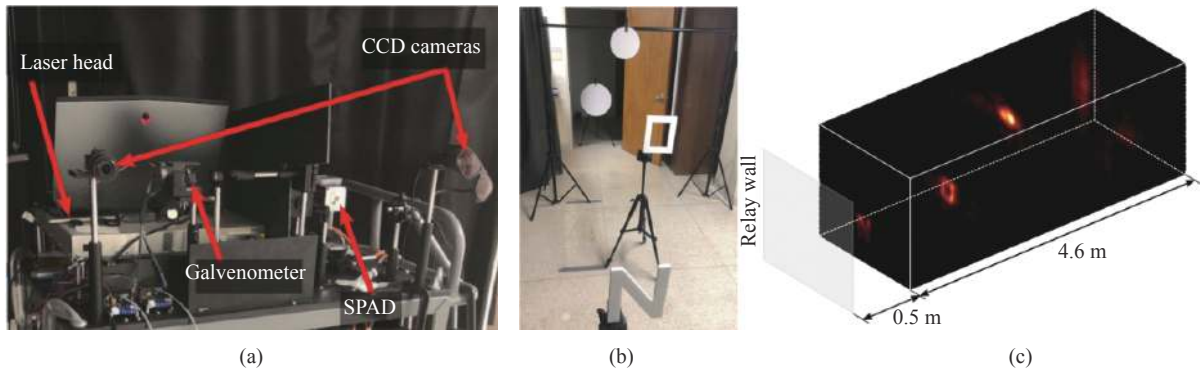


图 14 基于相量场虚拟波的非共焦非视域成像实验结果^[30]。(a) 成像系统; (b) 目标; (c) 重构图像

Fig.14 Experimental results of non-confocal non-line-of-sight imaging experiment result based on phasor-field virtual wave^[30]. (a) Imaging system; (b) Target; (c) Reconstructed image

通型 16×1 SPAD 作为探测器, 时间分辨率为 50 ps, 选通时间 60 ns。所采用的光源是波长为 532 nm 的皮秒脉冲激光器, 平均功率达到 1 W, 重频 10 MHz, 通过摆镜对场景进行 150×150 个点的扫描, 采集时间 8 min。对于每一个独立的像元, 通过简单的反投影算法即可还原出理想的目标图像, 重构分辨率达到几厘米量级, 见图 15。

2021 年, 中国科学技术大学的 Cheng Wu 等人提出了一种用于远距离探测的双扫描非视域成像系统^[33](图 16)。实验中利用选通型单点 SPAD 作为探测器, 时间分辨率为 210 ps, 所采用的光源是波长为 1550 nm 的脉冲激光器, 脉宽为 500 ps, 平均功率达到 300 mW, 重频 1 MHz, 采用 280 mm 大口径的卡塞格林光学天线增加光能利用率。通过收发摆镜组对 1.43 km 远的

场景进行 64×64 点的精细化扫描, 单扫描点的曝光时间为 2 s。利用改进后的最优化算法进行了图像重建, 重建分辨率达到 9.4 cm。

表 1 将几种典型的非视域成像系统的主要性能进行列举, 主要从探测器、光源和重构图像的性能参数进行对比。不难看出表中大多数的激光光源脉宽都在 fs 到百 ps 量级, 远小于探测器的时间分辨率。即在系统层面, 目前非视域成像系统的成像分辨率及成像质量主要受限于探测器的时间分辨率。从研究趋势看, 非视域成像系统的探测器历经了条纹管相机、选通型增强相机、光子混频器、SPAD 几代器件的发展。条纹管相机的优点是测时分辨率可达几个 ps 甚至 fs, 灵敏度较高, 不足是尺寸大, 价格昂贵, 集成度低; 选通型增强相机优点是灵敏度高, 空间分辨

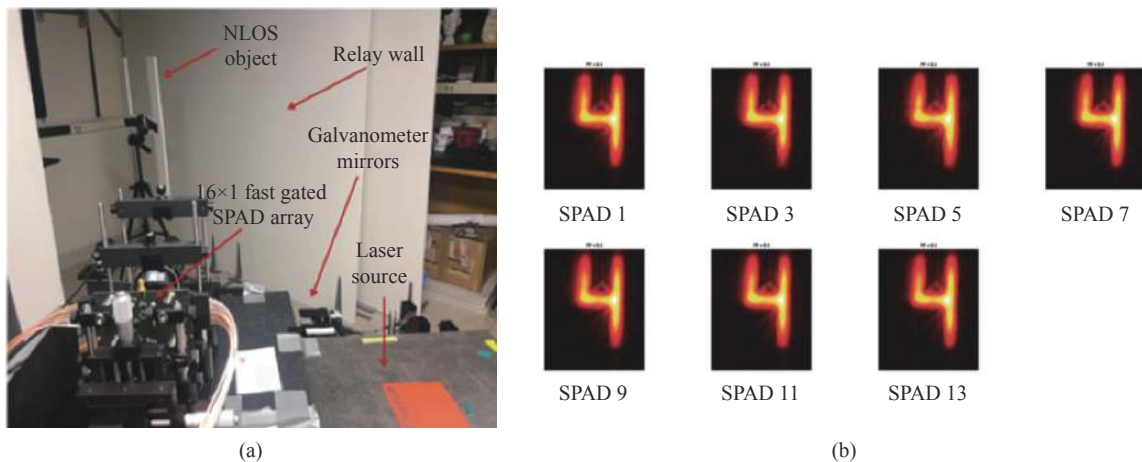


图 15 单线列扫描非视域成像的实验结果^[32]。(a) 成像系统和场景; (b) 不同像素单独还原的 3D 图像

Fig.15 Experiment results of scanning non-line-of-sight imaging with SPAD linear array^[32]. (a) Imaging system, scene; (b) Restored 3D images by different pixels, respectively

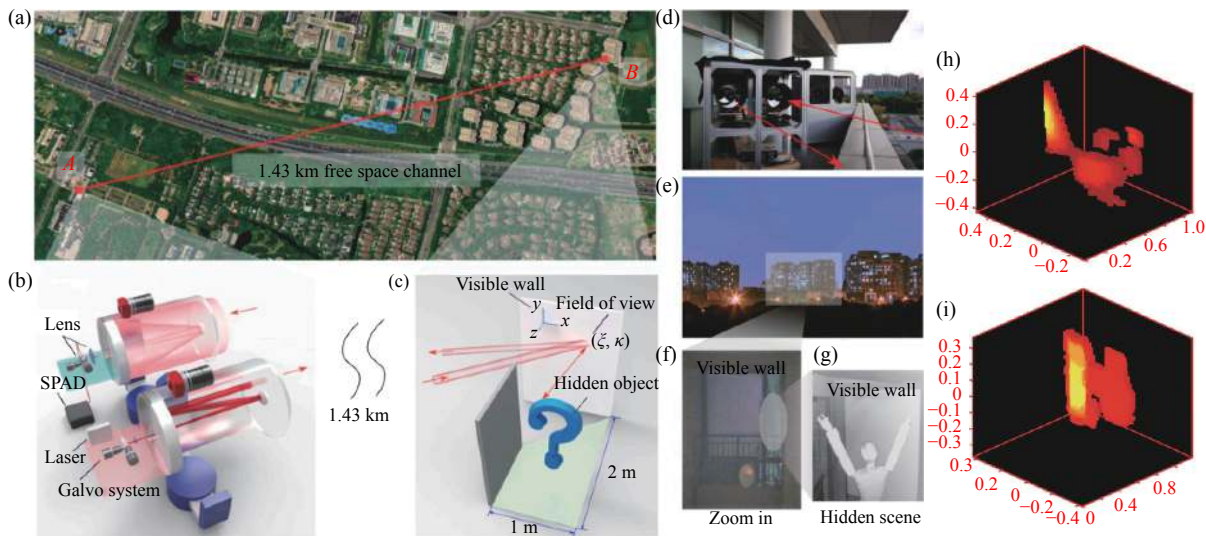


图 16 双扫描非视域成像系统的实验结果^[33]。(a)~(g) 实验场景和实验系统; (h)、(i) 成像结果

Fig.16 Experiment results of dual scanning non-line-of-sight imaging system^[33]. (a)-(g) Experiment scene and system; (h), (i) Imaging results

率高,不足是价格昂贵,时间分辨率低,一般为 ns 量级;光子混频器件优点是集成度高,价格便宜,不足是灵敏度低,需长时间曝光。由于 SPAD 具有单光子灵敏度、皮秒量级的时间分辨率、易集成和低成本等诸多优点,目前已成为非视域成像的首选器件。近年来非视域成像的研究几乎都是围绕着单点 SPAD 加扫描摆镜的基本成像构型开展的。但是单点扫描这种成像构型能量利用率极低,需要大功率激光照明加以弥补,又由于存在扫描装置,不仅信号采集速度难以提升,体积功耗也受到极大的限制。未来根本的解决方法是采用 SPAD 面阵进行无扫描阵列式非视域成像。

(2) 非视域成像算法的研究进展

非视域成像算法最早采用的是类似于医学 CT 领域常用的反投影方法。2012 年, Otkrist Gupta 等人就是利用反投影算法处理条纹相机采集到的实验数据,从而还原出非视域目标的三维图像^[2]。该算法一般包括反投、滤波、取阈三个步骤,反投过程中将采集好的多组时间信号按照几何关系投射到空间中形成投影图,然后对投影图进行滤波运算锐化图像边缘,再通过取阈值去掉较弱的伪影干扰。由于无法像 CT 那样进行大角度范围观测,“丢失锥”效应严重,获得的三维图像存在着较大的畸变和伪影。Martin Laurenzis 等人对反投影算法进行改进,在滤波过程中引入了拉普拉斯三维滤波算子,同时考虑了信号特征选择以及

不同帧数据间的联系^[34-35],使得成像分辨率获得一定程度的提升。Victor Arellano 等人进一步提出了快速反投影算法,使其可以借助 GPU 进行并行运算,在不损失重建分辨率的前提下使重建速度获得大幅度的提升^[36],见图 17。

Marco La Manna 等人提出了两种迭代反投影算法,即加性误差反投影 (AEB) 和乘性误差反投影 (MEB)^[37],研究结果表明:迭代反投影算法能够提供比非迭代反投影算法更好的重建分辨率,但对光场正向传输模型中的误差更敏感,重建时间更长。西安电子科技大学的李海瑞等人改进了非视域成像中的反投影算法,进行二值化投射累积,提高了算法效率,仿真结果也表明该方法可增强遮挡目标重构的效果^[38]。哈尔滨工业大学的靳辰飞等人提出了基于时间波形反卷积的反投影方法重建非视域目标^[39]。该方法利用 Richardson-Lucy 反卷积方法有效地提高了信号的时间波形分辨率,然后再利用反卷积后的时间波形重构出高分辨的非视域三维像。同年他们提出了基于椭球模式分解的非视域多目标成像方法^[40]。该研究提出在原始投影图像中利用参数估计的方法对多个目标进行迭代分离,然后对各个目标进行单独处理,消除各个目标间伪影的相互干扰,获得高分辨的多目标三维重构像。

另一种重建算法是数学上常用的最优化方法。2014 年, Felix Heide 等人利用最优化算法处理光子混

表 1 典型非视域成像系统的主要性能参数

Tab.1 Main performance parameters of a typical non-visual imaging system

Institutions	Detectors	Lasers	Imaging performance
Massachusetts Institute of Technology ^[1-2]	Streak Camera	λ : 795 nm τ : 50 fs f : 75 MHz Num: 60	RS: 40 cm×40 cm×40 cm l_0 : 25 cm Ires: vertical 0.4 mm Horizontal 5-10 mm RT: 2-4 s
French-German Research Institute of Saint-Louis ^[16-17]	ICCD	GW: 2 ns Pixel: 1360×1024	λ : 532 nm τ : 2 ns f : 21 kHz W : 18 μ J Size: 10 in×10 in l_0 : 2 m Ires: limited by gate width
The University of British Columbia and University of Bonn ^[18,20]	PMD	MBW: 110-180 MHz Pixel: 120×160 St: 4 min	λ : 650 nm τ : 2-3 ns P : 1.5 W RS: 1.5 m×1.5 m×2 m l_0 : 1.5 m Ires: a few centimeters - more than ten centimeters
Stanford University ^[28]	Single-pixel SPAD (Confocal LCT)	Tr: 27 ps Pixel: 1 St: a few minutes to one hour	λ : 670 nm τ : 30.6 ps f : 10 MHz P : 0.11 mW Num: 64×64/32×32 λ : 532 nm τ : 35 ps f : 10 MHz P : 1 W Num: 512×512/64×64/32×32 RS: 1 m×1 m×1 m l_0 : 40-115 cm Ires: 3.1 cm@65 cm
Stanford University and Carnegie Mellon University ^[29]	Single-pixel SPAD (Confocal $f-k$)	Tr: 70 ps Pixel: 1 St: 0.25 s-180 min	λ : 532 nm τ : 35 ps f : 10 MHz P : 1 W Num: 512×512/64×64/32×32 RS: 2 m×2 m×1.5 m l_0 : 1 m Ires: a few centimeters - more than ten centimeters
University of Wisconsin and University of Zaragoza ^[30]	Single-pixel SPAD (Virtual waves)	Tr: 30 ps Pixel: 1 St: 24 s-20 min	λ : 532 nm τ : 35 ps f : 10 MHz P : 1 W Num: 180×130 RS: 1.8 m×1.3 m×5.1 m l_0 : 0.5-5.1 m Ires: a few centimeters @0.5 m
University of Milan and University of Wisconsin ^[32]	Linear-array SPAD	Tr: 50 ps Pixel: 16×1 St: 8 min	λ : 532 nm f : 10 MHz P : 1 W Num: 150×150 Size: 40 cm×60 cm l_0 : 1 m Ires: a few centimeter
French-German Research Institute of Saint-Louis ^[22]	Planar-array InGaAs SPAD	Tr: 250 ps Pixel: 32×32 St: 340 ms	λ : 1.545 μ m τ : 500 ps f : 100 kHz W : 3 μ J Size: 25 cm×25 cm l_0 : 1.8 m Ires: approximate location
Heriot-Watt University ^[23]	Planar-array Si SPAD	Tr: 110 ps Pixel: 32×32 St: 3 s	λ : 800 nm τ : 10 fs f : 67 MHz W : 10 nJ Size: 30 cm×10 cm×4 cm l_1 : about 1 m Ires: objects positioning and tracking with centimeter accuracy

Notes: 1. Tr: Time resolution; 2. Pixel: Pixel elements; 3. St: Sampling time; 4. λ : Wavelength; 5. τ : Pulse width; 6. f : Repetition frequency; 7. Num: Scan points; 8. P : Power; 9. W : Energy; 10. MBW: Modulation bandwidth; 11. GW: Gated width; 12. RS: Reconstruction space; 13. l_0 : Distance of object to diffuse wall; 14. l_1 : Distance of object to detector; 15. Size: Object size; 16. Ires: Image resolution; 17. RT: Reconstruction time

频器件采集到的实验数据,成功还原出非视域目标的三维图像^[18]。该方法通过前期对场景的严格标定处理,可精确建立光场在场景中的正向传输模型,从而将隐藏目标的重构简化为一个线性反问题的求解。在求解的过程中引入了额外的先验信息对问题进行正则化,包括真实物体的几何稀疏性和非负性等先验。然后通过交替方向乘子法 (ADMM) 进行最优化求解,通过几个小时的反复迭代不断逼近真实的解。

后来,他们又利用改进后的最优化算法处理单点 SPAD 采集到的实验数据,在模型建立中考虑了目标的表面方向和目标间的相互遮挡的影响,还原出更为精准的三维图像^[41](图 18)。该算法在小型计算服务器上耗时 2 h 才能算得一幅图像,占用内存 768 GB。美国麻省理工学院的 Achuta Kadambi 等人系统地分析了场景反射率特性对非视域成像的影响,通过严格的理论建模,用最优化方法实现了非视域图像的重

构^[42]。2017年, Adithya Kumar Pediredla 等人提出一种最优化算法,称为参数化平面拟合方法,可高保真地重建隐藏体积中的单个平面和由多个平面墙组成的整个多边形房间^[43]。

2019年,浙江大学的 Luzhe Huang 等人提出了一种基于贝叶斯统计的非视域算法,利用信号的时间、空间和强度信息建立基于贝叶斯统计的后验概率模型,利用最优化算法进行求解^[44]。与传统的反投影方法相比,该算法能够处理数据中的随机误差,成像质量更高。最近,中国科学技术大学的 Jun-Tian Ye 等人提出了基于压缩感知的最优化重建方法^[45],他们利用了非视域图像的稀疏特征,采用 SPIRAL-TAP 算法实现对目标的重建,这种方法可以有效减小空间采样的数量。实验中他们用 5×5 的扫描点数实现了 64×64 的空间分辨。

2018年, Matthew O'Toole 等人在共焦非视域成像系统的基础上,提出了与之相匹配的光锥变换算

法^[28](图 19)。该算法充分利用了共焦非视域成像构型的几何光路特点,可将瞬态光场的正向传输模型演变成一个空移不变性系统,然后通过傅里叶变换可以很方便地求解目标的三维图像。该算法不仅速度快,占用内存少,而且重建分辨率较高。后续该团队进一步提出了基于方向的光锥变换算法,该方法将隐藏物体的反照率和表面法线两个信息联合,最终重构的曲面结果相较之前更精确、重建时间更短^[46]。

2019年, David B. Lindell 等人在共焦非视域成像系统的基础上,提出了另一种与之相匹配的频率波矢迁移算法^[29](图 20)。该算法的灵感来源于地震学中利用地震波来回溯震源的波动迁移算法,它可以利用傅里叶变换实现时频域到波矢域的转换,给出目标的精确解析解。该算法不仅速度快,占用内存少,重建分辨率高,而且不受材料散射特性的影响。但是该算法仍依赖共焦非视域成像构型,虽然理论上可近似实现非共焦的阵列式非视域成像构型,但是仅在一定范

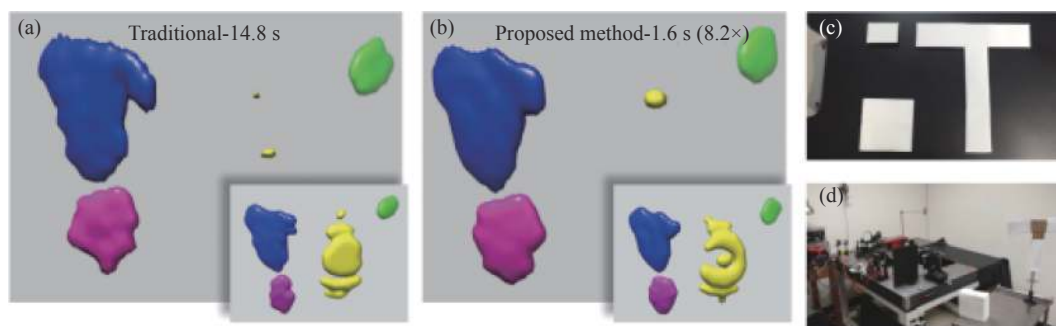


图 17 快速反投影算法的处理结果^[36]。(a) 普通反投影算法; (b) 快速反投影算法; (c) 目标; (d) 系统

Fig.17 Processing results of the fast back projection algorithm^[36]. (a) Normal back projection algorithm; (b) Fast back projection algorithm; (c) Target; (d) System

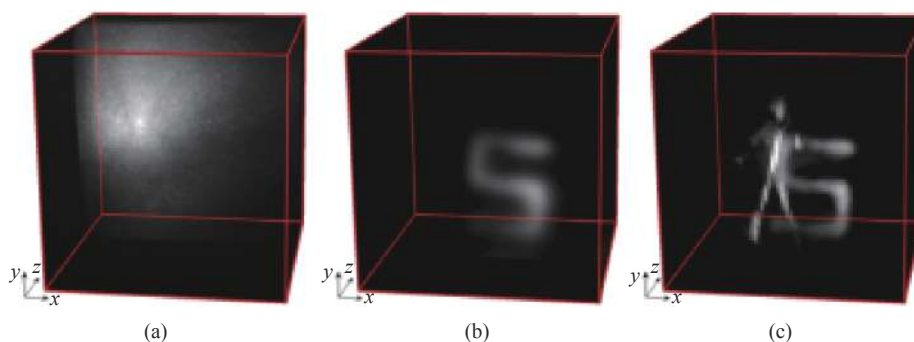


图 18 考虑目标表面方向和目标间遮挡的最优化算法的处理结果^[41]。(a) 测量数据; (b) 线性最优化重建; (c) 改进最优化重建

Fig.18 Processing results of the optimization algorithm considering the direction of the target surface and the occlusion between the targets^[41]. (a) Measured data; (b) Linear optimization reconstruction; (c) Improved optimization reconstruction

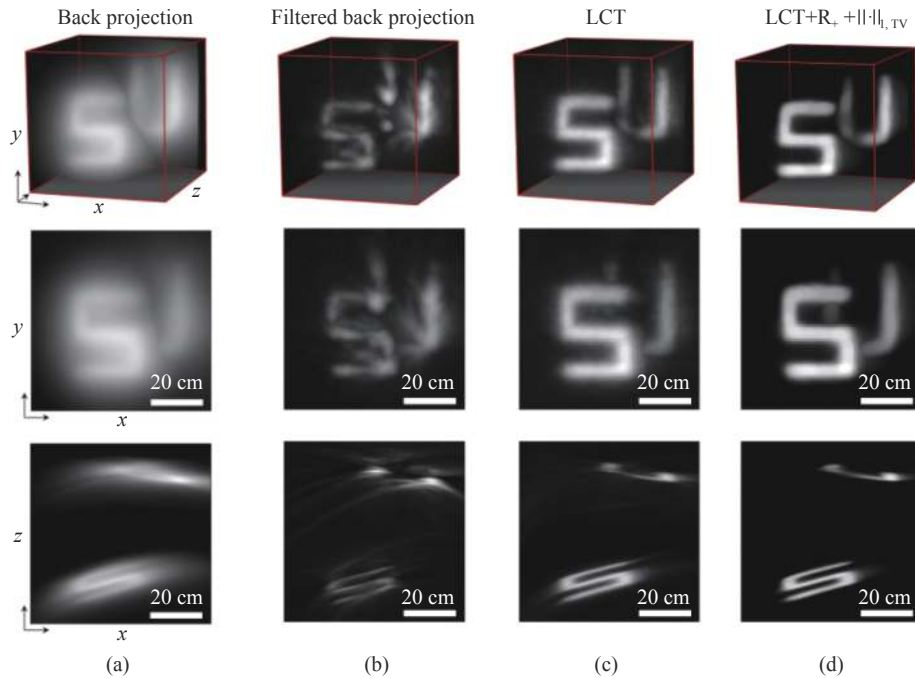


图 19 光锥变换 (LCT) 与其他算法的处理结果对比^[28]。(a) 反投影, (b) 滤波反投影, (c) 光锥变换, (d) 光锥变换+最优化

Fig.19 Processing results of the LCT algorithm and other algorithms^[28]. Processing results of back projection(a), filtered back projection(b), LCT(c), and LCT+ optimization(d)

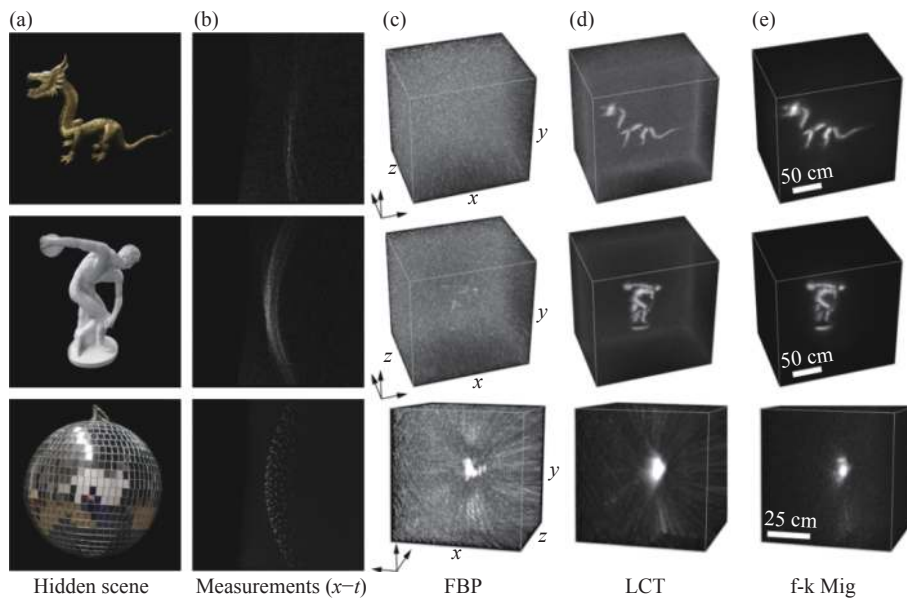


图 20 频率波矢迁移 (f-k Mig) 与其他算法的处理结果对比^[29]。(a) 目标, (b) 测量数据, (c) 滤波反投影, (d) 光锥变换, (e) 频率波矢迁移的算法处理结果

Fig.20 Processing results comparison of frequency wave vector migration(f-k Mig) and other algorithms^[29]. Processing results of target(a), measurement data(b), filtered back projection(c), LCT(d), f-k Mig(e)

围内可行, 而且重构误差较大。

2019年, Xiaochun Liu 等人提出了一种虚拟波成像算法^[30], 该方法可将非视域三维成像抽象成为波动

衍射成像问题, 为重建算法的研究提供了一条新的解决途径。该方法在采集到的数据基础上, 通过虚拟构造一种波动的照明、传输、成像过程来重构三维物

体,目前已经在单点扫描非视域成像系统上进行了实验验证,但是该方法成像分辨率和重构时间都依赖于成像系统的构型和虚拟测量过程的构造,对参数的选择比较敏感。由于可采用反投影算法作为其运算内核,所以其重构时间和反投影方法接近。该方法理论上适用于非共焦成像系统,见图 21。

表 2 将目前主流的非视域成像算法进行了一个

性能对比。从成像算法来看,目前反投影方法依然是比较流行的一种方法,其运行时间和占用内存方面相对现有计算机水平可以接受。但是由于无法像 CT 那样进行大角度范围观测,“丢失锥”效应严重影响恢复质量。而最优化方法虽然重构分辨率高,但该方法不仅要求构建的模型精确度高,而且极其消耗计算时间和存储空间。

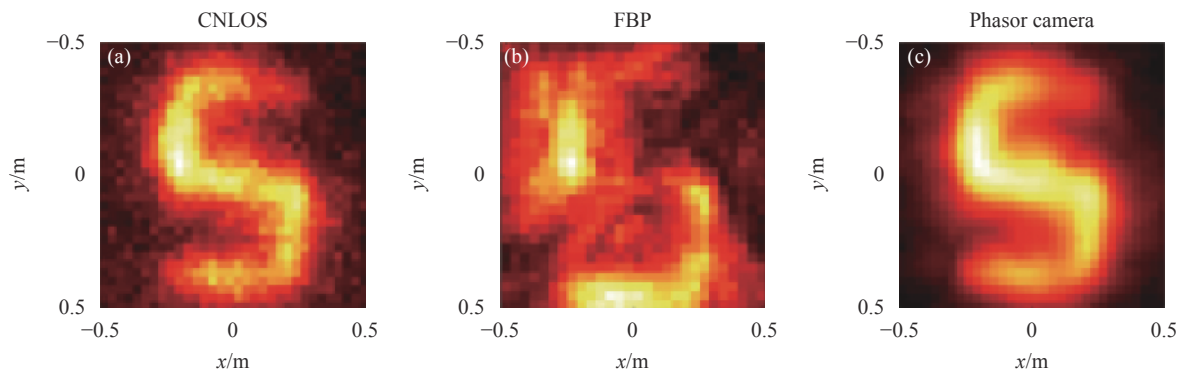


图 21 相量场虚拟波算法的处理结果^[30]。共焦 LCT (a)、滤波反投影 (b)、虚拟波 (c) 的处理结果

Fig.21 Processing results of the phasor-field virtual wave algorithm^[30]. Processing results of confocal LCT (a), filtered back projection (b), virtual wave (c)

表 2 不同非视域成像算法的性能对比

Tab.2 Performance comparison of different NLOS imaging algorithms

	FBP	LCT	f-k	Virtual waves	Optimization (single iteration)
Runtime	$O(N^5)$	$O(N^3 \log N)$	$O(N^3 \log N)$	$O(N^5)$	$O(N^5)$
Memory	$O(N^3)$	$O(N^3)$	$O(N^3)$	$O(N^3)$	$O(N^5)$
Quality	Low	Mid-high	Mid-high	Mid-high	High

Configuration Confocal or non-confocal Confocal Confocal or approximately non-confocal Confocal or non-confocal Confocal or non-confocal

后期出现的光锥变换和频率波矢迁移算法在重建时间和重建分辨率方面都展示了极佳的性能,但是这两种方法都仅能用于收发合置的共焦扫描成像构型,无法精确用于更有应用潜力的阵列式非视域成像构型中。虚拟波算法同样是基于单点扫描非视域成像系统建立起来的,但其理论上是完全适用于非共焦成像系统的,其运行时间和存储空间与反投影相当,而重构质量远优于后者,如果选用更好的计算内核和虚拟波参数,未来各项指标提升的空间很大。除上述提到的几种非视域成像算法,还有基于费马路径理论进行非视域形状重建方法^[47]、以及基于神经网络的数据驱动方法^[48-49]等。目前数据驱动方法重建精度较高,但前期需要进行大量的样本学习来提高神经网络

的学习正确率,需要的先验信息较多、时间成本较大。

3 结束语

到目前为止,非视域三维成像激光雷达的可行性已得到了前期研究的验证,目前研究者们重点研究解决这种激光雷达新体制未来走向实际应用所要面临的瓶颈问题。实际应用中多数情况下需要较高的成像分辨率和较快的成像速度。其中无人驾驶是非视域成像的一个主要应用方向,特别是能够针对快速运动目标进行成像。然而目前非视域三维成像激光雷达的研究几乎都是围绕着单光子雪崩二极管 (SPAD) 加机械扫描的基本成像构型开展的,这种成像构型不仅能量利用率低,信号采集速度慢,体积功耗也受到

很大的限制。未来如何实现将 SPAD 面阵代替单元 SPAD 进行无扫描阵列式非视域成像, 有以下几个方面需要研究。

(1) 首先, 近几年 SPAD 的器件水平发展很快, 大面阵的 SPAD 已经逐步商用化, 但是在探测概率、时间分辨、暗计数等方面依然无法满足非视域成像的要求。

(2) 其次, 目前的主流算法中的非共焦算法依然无法满足应用场景对分辨率和运行时间的要求, 下一步研究适配于面阵成像的非共焦成像算法将成为研究重点。目前来看, 频率波矢迁移和虚拟波是可考虑的候选算法。随着人工智能的发展, 数据驱动算法也有可能成为解决这个问题的有效途径之一。

(3) 最后, 太阳背景光、场景散射特性、照明方式、体积、质量、功耗等诸多因素也是限制该技术走向实际应用过程中必须解决的关键问题。

因此, 非视域三维成像激光雷达的工程化仍需经历一段较长时间发展。未来在人工智能发展牵引下, 这项由光学、电子学、数学以及计算机科学多学科交叉的新技术具有更为广阔的应用前景, 必将吸引更多的研究者投入其中。

参考文献:

- [1] Velten A, Willwacher T, Gupta O, et al. Recovering three-dimensional shape around a corner using ultrafast time-of-flight imaging [J]. *Nature Communications*, 2012, 3(1): 1-8.
- [2] Gupta O, Willwacher T, Velten A, et al. Reconstruction of hidden 3D shapes using diffuse reflections [J]. *Optics Express*, 2012, 20(17): 19096-19108.
- [3] Katz O, Heidmann P, Fink M, et al. Non-invasive single-shot imaging through scattering layers and around corners via speckle correlations [J]. *Nature Photonics*, 2014, 8(10): 784-790.
- [4] Saunders C, Murray-Bruce J, Goyal V K. Computational periscopy with an ordinary digital camera [J]. *Nature*, 2019, 565(7740): 472-475.
- [5] Maeda T, Wang Y, Raskar R, et al. Thermal non-line-of-sight imaging[C]//2019 IEEE International Conference on Computational Photography (ICCP). IEEE, 2019: 1-11.
- [6] Kaga M, Kushida T, Takatani T, et al. Thermal non-line-of-sight imaging from specular and diffuse reflections [J]. *IPSA Transactions on Computer Vision and Applications*, 2019, 11(1): 1-6.
- [7] Lindell D B, Wetzstein G, Koltun V. Acoustic non-line-of-sight imaging[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2019: 6780-6789.
- [8] Scheiner N, Kraus F, Wei F, et al. Seeing around street corners: Non-line-of-sight detection and tracking in-the-wild using doppler radar[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2020: 2068-2077.
- [9] Chen W, Daneau S, Mannan F, et al. Steady-state non-line-of-sight imaging[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2019: 6790-6799.
- [10] Repasi E, Lutzmann P, Steinvall O, et al. Advanced short-wavelength infrared range-gated imaging for ground applications in monostatic and bistatic configurations [J]. *Applied Optics*, 2009, 48(31): 5956-5969.
- [11] Steinvall O, Elmqvist M, Larsson H. See around the corner using active imaging[C]//Electro-Optical Remote Sensing, Photonic Technologies, and Applications V, 2011, 8186: 818605.
- [12] Xu Kaida, Jin Weiqi, Liu Jing, et al. Non-line-of-sight imaging based on laser range-gated imaging technology [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(8): 2073-2078. (in Chinese)
- [13] Xu Kaida, Jin Weiqi, Liu Jing, et al. Analysis of non-line-of-sight imaging characteristics based on laser range-gated imaging [J]. *Acta Armamentaria*, 2014, 35(12): 2003-2009. (in Chinese)
- [14] Xu K, Jin W, Zhao S, et al. Image contrast model of non-line-of-sight imaging based on laser range-gated imaging [J]. *Optical Engineering*, 2013, 53(6): 1-9.
- [15] Han Hongwei, Zhong Wei. Experimental study of non-line-of-sight imaging technology [J]. *Optical Instruments*, 2015, 37(3): 220-225. (in Chinese)
- [16] Laurenzis M, Velten A. Non-line-of-sight active imaging of scattered photons[C]//Electro-Optical Remote Sensing, Photonic Technologies, and Applications VII; and Military Applications in Hyperspectral Imaging and High Spatial Resolution Sensing, 2013, 8897: 889706.
- [17] Laurenzis M, Velten A. Nonline-of-sight laser gated viewing of scattered photons [J]. *Optical Engineering*, 2014, 53(2): 1-6.
- [18] Heide F, Xiao L, Heidrich W, et al. Diffuse mirrors: 3D reconstruction from diffuse indirect illumination using inexpensive time-of-flight sensors[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2014: 3222-3229.
- [19] Hullin M B. Computational imaging of light in flight [C]//Optoelectronic Imaging and Multimedia Technology III, 2014, 9273: 927314.
- [20] Heide F, Hullin M B, Gregson J, et al. Low-budget transient imaging using photonic mixer devices [J]. *ACM Transactions on Graphics (ToG)*, 2013, 32(4): 1-10.
- [21] Buttafava M, Zeman J, Tosi A, et al. Non-line-of-sight imaging using a time-gated single photon avalanche diode [J]. *Optics Express*, 2015, 23(16): 20997-21011.

- [22] Laurenzis M, Klein J, Bacher E, et al. Multiple-return single-photon counting of light in flight and sensing of non-line-of-sight objects at shortwave infrared wavelengths [J]. *Optics Letters*, 2015, 40(20): 4815-4818.
- [23] Garipey G, Tonolini F, Henderson R, et al. Detection and tracking of moving objects hidden from view [J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(1): 23-26.
- [24] Chan S, Warburton R E, Garipey G, et al. Non-line-of-sight tracking of people at long range [J]. *Optics Express*, 2017, 25(9): 10109-10117.
- [25] Shen Tianming, You Xiaoming. Preliminary study of non-line-of-sight imaging system [J]. *Infrared*, 2018, 39(12): 20-23. (in Chinese)
- [26] Wu Jingyao, Su Xiuqin, Tan Jingjing, et al. Study of theory for transient imaging of hidden object using single-photon array detector [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(S1): S122001. (in Chinese)
- [27] Xu F, Shulkind G, Thrampoulidis C, et al. Revealing hidden scenes by photon-efficient occlusion-based opportunistic active imaging [J]. *Optics Express*, 2018, 26(8): 9945-9962.
- [28] O'Toole M, Lindell D B, Wetzstein G. Confocal non-line-of-sight imaging based on the light-cone transform [J]. *Nature*, 2018, 555(7696): 338-341.
- [29] Lindell D B, Wetzstein G, O'Toole M. Wave-based non-line-of-sight imaging using fast f-k migration [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2019, 38(4): 1-13.
- [30] Liu X, Guillén I, La Manna M, et al. Non-line-of-sight imaging using phasor-field virtual wave optics [J]. *Nature*, 2019, 572(7771): 620-623.
- [31] La Manna M, Nam J H, Reza S A, et al. Non-line-of-sight-imaging using dynamic relay surfaces [J]. *Optics Express*, 2020, 28(4): 5331-5339.
- [32] Renna M, Nam J H, Buttafava M, et al. Fast-gated 16×1 SPAD array for non-line-of-sight imaging applications [J]. *Instruments*, 2020, 4(2): 1-18.
- [33] Wu C, Liu J, Huang X, et al. Non-line-of-sight imaging over 1.43 km [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2021, 118(10): 1-7.
- [34] Laurenzis M, Velten A. Feature selection and back-projection algorithms for nonline-of-sight laser-gated viewing [J]. *Journal of Electronic Imaging*, 2014, 23(6): 1-6.
- [35] Laurenzis M, Velten A. Investigation of frame-to-frame back projection and feature selection algorithms for non-line-of-sight laser gated viewing[C]//Electro-Optical Remote Sensing, Photonic Technologies, and Applications VIII, and Military Applications in Hyperspectral Imaging and High Spatial Resolution Sensing IIs, 2014, 9250: 92500J.
- [36] Arellano V, Gutierrez D, Jarabo A. Fast back-projection for non-line of sight reconstruction [J]. *Optics Express*, 2017, 25(10): 11574-11583.
- [37] La Manna M, Kine F, Breitbach E, et al. Error backprojection algorithms for non-line-of-sight imaging [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2018, 41(7): 1615-1626.
- [38] Li Hairui, Wu Xin, Zhang Jianqi. Reconstruction of the hidden 3D shape for transient imaging simulation [J]. *Journal of Xidian University*, 2018, 45(2): 66-70. (in Chinese)
- [39] Jin C, Xie J, Zhang S, et al. Richardson-Lucy deconvolution of time histograms for high-resolution non-line-of-sight imaging based on a back-projection method [J]. *Optics Letters*, 2018, 43(23): 5885-5888.
- [40] Jin C, Xie J, Zhang S, et al. Reconstruction of multiple non-line-of-sight objects using back projection based on ellipsoid mode decomposition [J]. *Optics Express*, 2018, 26(16): 20089-20101.
- [41] Heide F, O'Toole M, Zang K, et al. Non-line-of-sight imaging with partial occluders and surface normals [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2019, 38(3): 1-10.
- [42] Kadambi A, Zhao H, Shi B, et al. Occluded imaging with time-of-flight sensors [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2016, 35(2): 1-12.
- [43] Pediredla A K, Buttafava M, Tosi A, et al. Reconstructing rooms using photon echoes: A plane based model and reconstruction algorithm for looking around the corner[C]//2017 IEEE International Conference on Computational Photography (ICCP). IEEE, 2017: 1-12.
- [44] Huang L, Wang X, Yuan Y, et al. Improved algorithm of non-line-of-sight imaging based on the Bayesian statistics [J]. *JOSA A*, 2019, 36(5): 834-838.
- [45] Ye J T, Huang X, Li Z P, et al. Compressed sensing for active non-line-of-sight imaging [J]. *Optics Express*, 2021, 29(2): 1749-1763.
- [46] Young S I, Lindell D B, Girod B, et al. Non-line-of-sight surface reconstruction using the directional light-cone transform[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2020: 1407-1416.
- [47] Xin S, Nousias S, Kutulakos K N, et al. A theory of Fermat paths for non-line-of-sight shape reconstruction[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2019: 6800-6809.
- [48] Caramazza P, Boccolini A, Buschek D, et al. Neural network identification of people hidden from view with a single-pixel, single-photon detector [J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 1-6.
- [49] Tancik M, Swedish T, Satat G, et al. Data-driven non-line-of-sight imaging with a traditional camera[C]//Imaging Systems and Applications(Optical Society of America), 2018: IW2B.6.