

基于矢量衍射理论的光栅干涉仪位移测量误差研究

雷李华 张玉杰 傅云霞

Displacement measurement error of grating interferometer based on vector diffraction theory

Lei Lihua, Zhang Yujie, Fu Yunxia

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3788/IRLA20230536>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

激光锁定Fabry-Perot干涉仪精密测量电容

Precise capacitance measurement by laser locking Fabry-Perot interferometer

红外与激光工程. 2019, 48(5): 517001 <https://doi.org/10.3788/IRLA201948.0517001>

脉冲飞行时间激光测距系统中周期误差补偿

Periodic error compensation of pulsed time-of-flight laser ranging system

红外与激光工程. 2018, 47(3): 317004 <https://doi.org/10.3788/IRLA201847.0317004>

基于激光位移传感器圆径测量的角度安装误差研究

Research on angle setting error of diameter measurement based on laser displacement sensors

红外与激光工程. 2021, 50(5): 20200316 <https://doi.org/10.3788/IRLA20200316>

采用萨格纳克干涉仪与螺旋相位片生成矢量光束

Generation of vector beams by Sagnac interferometer and spiral phase plates

红外与激光工程. 2017, 46(2): 217001 <https://doi.org/10.3788/IRLA201746.0217001>

基于涡旋光与球面波干涉的微位移测量研究

Measurement of micro-displacement based on the interference of vortex beams and spherical wave

红外与激光工程. 2020, 49(4): 0413005 <https://doi.org/10.3788/IRLA202049.0413005>

基于光子晶体反射镜的刻蚀衍射光栅设计与制备

Design and fabrication of an etching diffraction grating based on photonic crystal reflection mirrors

红外与激光工程. 2019, 48(9): 916005 <https://doi.org/10.3788/IRLA201948.0916005>

基于矢量衍射理论的光栅干涉仪位移测量误差研究

雷李华^{1,2}, 张玉杰^{1,2}, 傅云霞^{1,2*}

(1. 上海市计量测试技术研究院, 上海 201203;
2. 上海市在线检测与控制技术重点实验室, 上海 201203)

摘要: 光栅干涉仪位移测量系统作为测量领域中最精密的测量仪器之一, 由于在测量过程中光栅的姿态位置无法保证完美装配, 使得光栅的光栅矢量方向与运动矢量方向之间出现偏差, 导致位移测量结果出现周期性非线性误差。文中针对在光栅干涉仪位移测量过程中出现的光栅与位移台以及读数头之间的姿态位置误差进行分析, 通过分别建立位移坐标系及光栅坐标系, 参考惯性导航领域中飞行器姿态表示方法, 利用一维光栅的横滚、俯仰和偏航角共同描述一维光栅相对于位移台的装配状态。通过基于矢量衍射理论分析光栅干涉仪位移测量时三个维度的角度偏差量, 对可能产生的位移测量误差进行了分析说明。基于广义一维光栅方程, 探究出了一个更为普遍的结论, 为后续装置的改进提供理论依据, 以提高系统的测量精度。

关键词: 精密位移测量; 光栅干涉仪; 光栅矢量衍射; 周期性误差

中图分类号: TB96 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3788/IRLA20230536

0 引言

精密位移测量技术是现代加工和科学研究中不可或缺的支撑技术, 测量的量程和精度决定着制造的尺寸和精度。随着摩尔定律的持续推进, 集成电路的尺寸越来越小, 由此衍生出了各种不同的精密位移测量方法。其中, 激光干涉仪^[1-2]和光栅干涉仪^[3-4]同时兼备大量程、高精度、测量速度快的特点, 被广泛应用于各个生产领域的制造产业当中。

光栅位移测量系统以光栅作为量尺, 光栅的周期作为测量基准, 相比于仅以波长作为基准的激光干涉仪, 光栅位移测量系统具有抗环境干扰、结构紧凑、易于嵌入机械结构的独特优势^[5], 被更广泛地应用于需要在复杂环境下实现高定位精度的系统^[6-7]中, 如 ASML 公司光刻机晶圆定位系统、复杂加工环境下的车床台面定位系统等。为了提高光栅干涉仪的位移测量精度和增大量程, 后续有许多改进的光栅干涉仪结构, 如提高光学细分数来提高位移测量分辨率, Y Lu

等人在 2016 年提出了利用直角棱镜结构, 通过多次衍射实现了 24 倍的光学信号细分^[8]; 通过增大测量量程来改进光栅干涉仪测量范围, 利用增加光栅的有效长度来增大位移测量量程^[9-10]; 通过改进光栅干涉仪的光路结构来提高系统的稳定性, 减少误差的产生, 利用相干光的偏振特性和共光路结构提高测量系统的抗环境干扰能力^[11], 使用光纤传输减少装配过程中引起的系统误差^[12]。虽然使用光纤传输可以减短空间光路从而减少装配误差, 但光纤的光强传输效率以及光纤和耦合器对干涉信号的相位影响仍需进一步研究。在以往的研究中, 光栅位移测量系统的装配误差通常都是在标量状态下进行展开, 忽略了入射方位角对系统的影响。文中将基于光栅矢量衍射理论^[13-14], 针对在光栅干涉仪位移测量过程中出现的光栅与位移台以及读数头之间的姿态位置误差进行分析, 通过分析三个维度的角度偏差量, 对可能产生的位移测量误差进行分析说明, 为后续装置的改进提供理论依据。

收稿日期: 2023-10-20; 修订日期: 2023-11-26

基金项目: 上海市自然科学基金项目 (21ZR1483100); 上海市优秀学术/技术带头人计划项目 (21XD1425000)

作者简介: 雷李华, 男, 高级工程师, 博士, 主要从事微纳几何测量技术方面的研究。

通讯作者: 傅云霞, 女, 教授级高级工程师, 硕士, 主要从事几何量计量方面的研究。

1 光栅干涉仪位移测量原理

光栅干涉仪位移测量系统^[15]主要由激光器、偏振分光棱镜、波片、位移台、光栅、反射镜、光电探测器等元件组成。激光器发出的光垂直入射至偏振分光棱镜 (PBS), 出射光变为两束互相垂直的线偏振光, 其中透射光 P 光沿光束入射方向继续向前传播, 反射光 S 光沿与光束入射方向垂直的方向继续向前传播, 两束光经过四分之一波片后分别以 Littrow 角入射至光栅表面, 其衍射光沿入射方向原路返回至偏振分光棱镜 (PBS), 由于光束两次经过四分之一波片, 导致 P 偏振光变为 S 偏振光, S 偏振光变为 P 偏振光, 两束光经过偏振片后发生干涉, 干涉信号被信号探测器接收。其光路结构如图 1 所示。

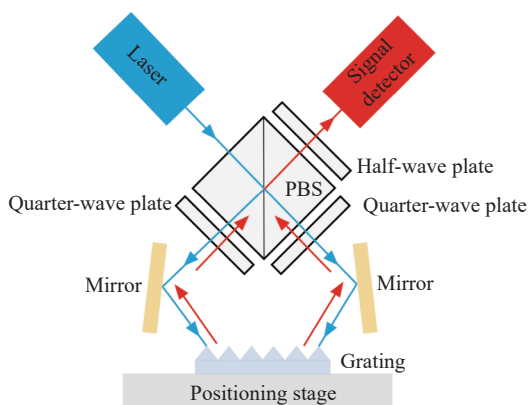


图 1 光栅干涉仪位移测量原理图

Fig.1 Schematic of grating interferometer displacement measurement

当光栅沿光栅矢量方向以一定速度 v 运动时, 衍射光会产生多普勒频移, 其频移的大小与光栅的运动速度、衍射级次成正比, 与光栅的周期成反比, 与入射到光栅的激光波长无关。设入射光的频率为 ω_0 , +1 级衍射光的频率为 ω_{+1} , -1 级衍射光的频率为 ω_{-1} , 则:

$$\omega_{+m} = \omega_0 - \frac{2\pi v m}{d} \tag{1}$$

$$\omega_{-m} = \omega_0 + \frac{2\pi v m}{d} \tag{2}$$

光栅左右两束衍射光的频差为:

$$\Delta\omega = \omega_{-m} - \omega_{+m} = 4\pi m \frac{v}{d} \tag{3}$$

根据差频干涉原理可知, 当两束光发生干涉时, 合成波的光强为:

$$I = A^2 = 4a^2 \cos^2 \left(\frac{k_1 - k_2}{2} z - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right) = 2a^2 \cos [(k_1 - k_2)z - (\omega_1 - \omega_2)t] + 2a^2 \tag{4}$$

式中: $\omega_1 - \omega_2$ 即为两束光的频差。将公式 (3) 代入公式 (4) 可得:

$$I \sim \cos \left(4\pi m \frac{v}{d} \right) t = \cos \left[4\pi m \frac{1}{d} \int_0^t v(t) dt \right] = \cos \left(4\pi m \frac{x}{d} \right) \tag{5}$$

由公式 (5) 可以看出, 当光栅沿着光栅矢量方向运动时, 对称级次衍射光的干涉光强会随着位移的变化而发生明暗变化。令相位变化 $\Delta\varphi = 4\pi m x/d$, 则相位变化 2π 时, 干涉光强明暗变化一次, 光栅位移 $x = d/2m$, 这说明位移测量系统具有 $2m$ 倍的光学细分。

2 光栅干涉仪位移测量误差分析

在理想情况下, 光栅干涉仪的位移测量结果是以核心部件光栅的周期作为基准, 但是由于光栅、位移台、读数头、光学元件等系统模块的非理想装配, 系统将会存在几何误差。而其中光栅和位移台的非理想装配以及光栅和读数头的非理想装配是导致系统几何误差的主要因素, 本节将基于光栅矢量衍射理论就光栅位移测量系统的这两项误差成分逐项展开分析研究。

2.1 光栅装配误差

对于光栅位移测量系统, 在理想装配情况下一维光栅的光栅矢量应与位移台的运动矢量方向一致, 此时测得的光栅位移恰好为位移台的位移量。由于光栅在固定的过程中无法保证完美装配, 使得光栅矢量与运动矢量之间出现偏差。为了清晰地描述光栅与位移台两者之间的相对位置关系, 本节建立位移坐标系 $OXYZ$ 以及光栅坐标系 $OX'Y'Z'$, 其中 $OXYZ$ 的 X 轴与位移台的运动矢量方向重合, OXZ 平面为水平面, 而 $OX'Y'Z'$ 的 X' 轴与光栅矢量方向重合, $OX'Z'$ 平面为光栅矢量与光栅法线构成的平面。参考惯性导航领域中飞行器姿态表示方法, 设一维光栅的横滚、俯仰和偏航角分别为 α 、 β 和 γ , 图 2 所示为三者共同描述了一维光栅相对于位移台的装配状态。

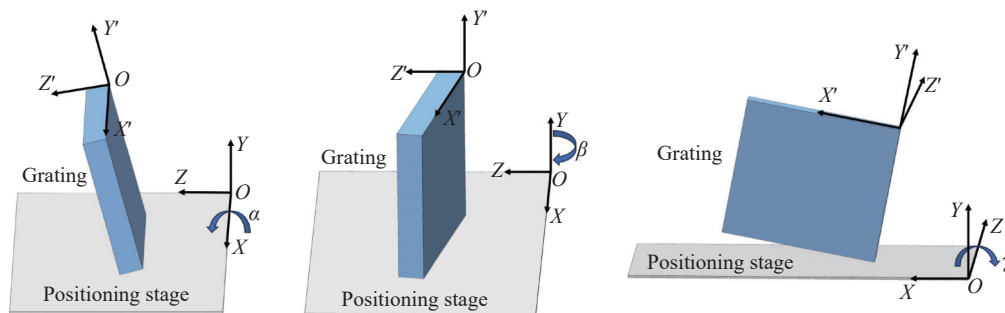


图 2 光栅相对位移台的装配状态图

Fig.2 Assembled state diagram of the grating relative displacement table

为规范起见,文中选用国际航空导航委员会推荐的旋转次序:首先令位移坐标系 $OXYZ$ 绕 Z 轴旋转 γ 角,然后继续绕新的 Y 轴旋转 β 角,最后绕新的 X 轴

旋转 α 角,此时旋转后的位移坐标系 $OXYZ$ 将与光栅坐标系 $O'X'Y'Z'$ 完全重合。对于依次沿 Z 、 Y 、 X 轴旋转 γ 、 β 、 α 角度,有:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \cos\beta\sin\gamma & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma \\ -\sin\beta & \sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (6)$$

设一维光栅一级衍射角为 θ ,单波长入射光 P 和 Q 分别以入射角 θ 和 $-\theta$ 对称入射到光栅表面,入射波矢量可以表示为:

$$\vec{k}_p = -k_0 \sin\theta \vec{x}' - k_0 \cos\theta \vec{z}' \quad (7)$$

$$\vec{k}_q = k_0 \sin\theta \vec{x}' - k_0 \cos\theta \vec{z}' \quad (8)$$

其中,根据 Littrow 条件 $k_0 = \frac{\pi}{\lambda}$, $\lambda = d \sin\theta$, 出射波矢量可以表示为:

$$\vec{k}_{pout} = k_0 \sin\theta \vec{x}' + k_0 \cos\theta \vec{z}' \quad (9)$$

$$\vec{k}_{qout} = -k_0 \sin\theta \vec{x}' + k_0 \cos\theta \vec{z}' \quad (10)$$

当一维光栅随位移台沿 X 方向发生位移: $\vec{s} = s_x \vec{x}'$ 时,根据多普勒频移理论, P 入射光的+1 级衍射光与 Q 入射光的-1 级衍射光由于光栅运动所引起的相位变化分别为:

$$\varphi_{+1} = (\vec{k}_{pout} - \vec{k}_p) \cdot \vec{s} \quad (11)$$

$$\varphi_{-1} = (\vec{k}_{qout} - \vec{k}_q) \cdot \vec{s} \quad (12)$$

则测量信号相位差为:

$$\varphi_x = \varphi_{+1} - \varphi_{-1} = \frac{4\pi}{d} \cos\beta \cos\gamma s_x \quad (13)$$

利用已知的光栅周期 d 将其转化为位移值,得到系统最终的位移测量值为:

$$s_{xm} = \cos\beta \cos\gamma s_x \quad (14)$$

理想装配情况下光栅绕 Y 轴与 Z 轴的旋转角均为零,此时的位移测量值恰好为光栅实际运动值 s_x ,由于误差角的存在,导致其产生测量误差:

$$\Delta s_{xm} = (\cos\beta \cos\gamma - 1) s_x \quad (15)$$

从该结果可以看出,计量光栅装配非理想所引起的几何误差主要来自于其绕 Y 轴与 Z 轴的旋转误差角 β 和 γ ,而光栅绕 X 轴旋转并不会引起额外的测量误差。并且从误差表达式中不难看出,误差角 β 和 γ 对测量误差的影响相同,根据该式,令一维光栅沿 X 方向的运动位移 100 mm,可以做出相应图像,图 3 所示为模拟测量误差。

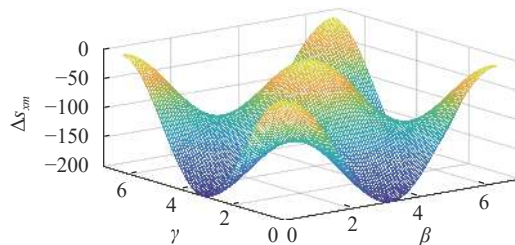


图 3 位移量为 100 mm 时的模拟测量误差

Fig.3 Analogue measurement error at a displacement of 100 mm

由此可以看出,俯仰角与偏航角对误差的影响相同,自然综合误差是由两个方向的误差叠加而成。该结论的前提条件是系统满足 Littrow 结构,此时系统

误差相对比较明晰,但当系统不满足 Littrow 结构时,结论大概率会发生改变。

2.2 读数头装配误差

将光栅与位移台固定好之后,需要进行光学系统的组建。理想情况下两束入射光将在光栅法线与光栅法线两者构成的平面内,以 Littrow 角对称入射到光栅表面上,而实际中由于装配水平的局限性,读数头相对于光栅通常无法进行精确装配,使得两者之间存在一定的装配误差。同时读数头内部光路结构也可能不理想致使读数头与光栅也存在相对误差。如图 4 所示,此时在光栅系下观察时,系统将不再满足 Littrow 结构,即入射光 P 与 Q 不再理想化,在入射角的基础上入射光又增加了入射方位角如图 5 所示,本节将在 2.1 节基础上继续分析此时读数系统的测量误差。

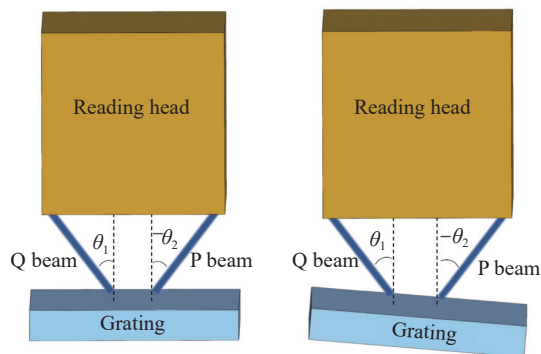


图 4 读数头装配误差图

Fig.4 Readhead assembly error diagram

为规范起见,这里同样选用国际航空导航委员会推荐的旋转次序:首先令位移坐标系 $OXYZ$ 绕 Z 轴旋转 γ 角,然后继续绕新的 Y 轴旋转 β 角,最后绕新的 X 轴旋转 α 角,此时旋转后的位移坐标系 $O'X'Y'Z'$ 将与光栅坐标系 $O'X'Y'Z'$ 完全重合。在公式 (6) 中,令:

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \cos\beta\sin\gamma & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma \\ -\sin\beta & \sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix} \quad (16)$$

设一维光栅一级衍射角为 θ ,单波长入射光 Q 和 P 分别以入射角 θ_1 和 $-\theta_2$ 入射到光栅表面,入射波矢量在位移坐标系可以表示为:

$$\vec{k}_q = T_1 \cdot (k_0 \sin\theta_1 \cos\Psi_1 \vec{x}' + k_0 \sin\theta_1 \sin\Psi_1 \vec{y}' - k_0 \cos\theta_1 \vec{z}') \quad (17)$$

$$\vec{k}_p = T_1 \cdot (-k_0 \sin\theta_2 \cos\Psi_2 \vec{x}' - k_0 \sin\theta_2 \sin\Psi_2 \vec{y}' - k_0 \cos\theta_2 \vec{z}') \quad (18)$$

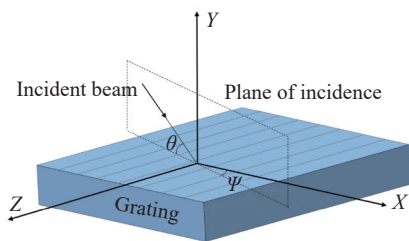


图 5 光栅矢量入射平面图

Fig.5 Grating vector incidence plane view

此时,系统已经不满足 Littrow 条件,出射波矢量可以表示为:

$$\vec{k}_{qout} = T_1 \cdot (-k_0 \sin\theta_{m1} \cos\Psi_{m1} \vec{x}' - k_0 \sin\theta_{m1} \sin\Psi_{m1} \vec{y}' + k_0 z_{m1} \vec{z}') \quad (19)$$

$$\vec{k}_{pout} = T_1 \cdot (k_0 \sin\theta_{m2} \cos\Psi_{m2} \vec{x}' + k_0 \sin\theta_{m2} \sin\Psi_{m2} \vec{y}' + k_0 z_{m2} \vec{z}') \quad (20)$$

虽然,系统已经不满足 Littrow 条件,但仍满足广义一维光栅方程,因此有:

$$\begin{cases} k_0 \sin\theta_{m1} \cos\Psi_{m1} = 2m \frac{\pi}{d} - k_0 \sin\theta_1 \cos\Psi_1 \\ k_0 \sin\theta_{m1} \sin\Psi_{m1} = -k_0 \sin\theta_1 \sin\Psi_1 \\ k_0 \sin\theta_{m2} \cos\Psi_{m2} = 2m \frac{\pi}{d} - k_0 \sin\theta_2 \cos\Psi_2 \\ k_0 \sin\theta_{m2} \sin\Psi_{m2} = -k_0 \sin\theta_2 \sin\Psi_2 \end{cases} \quad (21)$$

当一维光栅伴随位移台沿 X 方向发生位移: $\vec{s} = s_x \vec{x}'$,此时进一步进行拓展,不仅仅局限于 $m = 1$ 这一种情况,根据多普勒频移理论, P 入射光的 $+m$ 级衍射光与 Q 入射光的 $-m$ 级衍射光由于光栅运动所引起的相位变化分别为:

$$\varphi_{+m} = (\vec{k}_{pout} - \vec{k}_p) \cdot \vec{s} \quad (22)$$

$$\varphi_{-m} = (\vec{k}_{qout} - \vec{k}_q) \cdot \vec{s} \quad (23)$$

即测量信号相位差为:

$$\varphi_s = \varphi_{+m} - \varphi_{-m} = \frac{4\pi m \cos\beta \cos\gamma}{d} s_x - (k_0 z_{m1} - k_0 z_{m2} + k_0 \cos\theta_1 - k_0 \cos\theta_2) (\cos\alpha \cos\gamma \sin\beta + \sin\alpha \sin\gamma) s_x \quad (24)$$

利用已知的光栅周期 d 将其转化为位移值,得到

系统最终的位移测量值为:

$$s_{xm} = \cos\beta \cos\gamma s_x - \frac{d}{4\pi m} (k_0 z_{m1} - k_0 z_{m2} + k_0 \cos\theta_1 - k_0 \cos\theta_2) (\cos\alpha \cos\gamma \sin\beta + \sin\alpha \sin\gamma) s_x \quad (25)$$

位移测量误差:

$$\Delta s_{xm} = (\cos\beta \cos\gamma - 1) s_x - \frac{d}{4\pi m} (k_0 z_{m1} - k_0 z_{m2} + k_0 \cos\theta_1 - k_0 \cos\theta_2) (\cos\alpha \cos\gamma \sin\beta + \sin\alpha \sin\gamma) s_x \quad (26)$$

结合 2.1 节不难发现, 该结果是在 2.1 节结论基础上又增加了一项影响式, 且该式与 P 光和 Q 光入射的波矢量以及三个误差角紧密相关。此时, 若根据色散关系中相同介质波矢量大小相同, 则有:

$$k_0 z_{m1} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{2m\pi}{d} - k_0 \sin\theta_1 \cos\Psi_1\right)^2 - (k_0 \sin\theta_1 \sin\Psi_1)^2} \quad (27)$$

$$k_0 z_{m2} = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{2m\pi}{d} - k_0 \sin\theta_2 \cos\Psi_2\right)^2 - (k_0 \sin\theta_2 \sin\Psi_2)^2} \quad (28)$$

从而解释了方位角 Ψ 对位移测量误差的影响结果, 从该表达式中可以看出, 当光栅周期 d 确定、 k_0 确定, 光栅级数 m 以及位移 s_x 确定时, 能够影响系统测量误差的只有三个误差角 α 、 β 、 γ 以及能够影响入射光 P 光和 Q 光的相对状态的角度 θ_1 、 θ_2 、 Ψ_1 、 Ψ_2 。

根据前面对角度装配误差的理论分析, 可得以下结论:

1) 若影响入射光 P 光和 Q 光的相对状态的角度 θ_1 、 θ_2 相等, Ψ_1 、 Ψ_2 相等, 则此时误差与上一节类似, 与 α 角无关。

2) 但是, 一般情况下影响入射光 P 光和 Q 光的相对状态的角度 θ_1 、 θ_2 、 Ψ_1 、 Ψ_2 往往不能相互抵消, 此时在 β 、 γ 存在时, 误差与 α 角有关。

3) 如图 6 所示, 对于 β 角, 即使其他影响都不存在时, 仍会对误差产生影响, 其结果与 2.1 节类似; 当其他影响存在时, 如图 7 所示, 对误差产生的影响曲线大致上不会改变。

4) γ 角与 β 角对误差的影响大致相同, 因此不再赘述。

因为影响入射光 P 光和 Q 光的相对状态的角度 θ_1 、 θ_2 、 Ψ_1 、 Ψ_2 是相对的, 因此固定 θ_2 、 Ψ_2 , 对 θ_1 、

Ψ_1 进行分析:

5) 若三个误差角 α 、 β 、 γ 都为 0 时, 根据公式不难得出, 此时误差并不会存在。

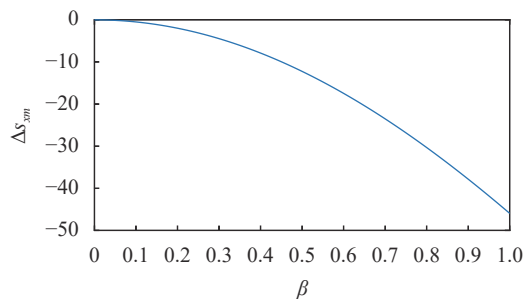


图 6 当其他影响不存在时 β 角对测量误差的影响

Fig.6 Effect of β -angle on measurement error when other effects are absent

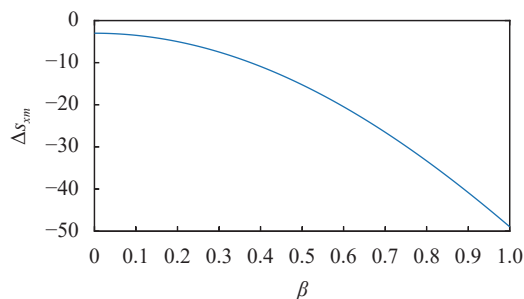


图 7 当其他影响存在时 β 角对测量误差的影响

Fig.7 Effect of β -angle on measurement error when other effects are present

6) 而当三个误差角 α 、 β 、 γ 存在时, 发现 θ_1 、 Ψ_1 的存在值影响误差表达式的后一项, 其对 β 、 γ 角曲线影响不大, 只在 α 角度曲线出现明显变化。

本节在 2.1 节的基础上, 研究了读数头装配误差, 而它与 2.1 节光栅装配误差最大的区别便在于读数头装配误差导致系统不满足 Littrow 结构, 使得问题进一步复杂。但正因如此, 本节基于广义一维光栅方程, 探究出了一个更为普遍的结论, 并从该结论中分别讨论了系统测量误差与三个误差角 α 、 β 、 γ 以及影响入射光 P 光和 Q 光的相对状态的角度 θ_1 、 θ_2 、 Ψ_1 、 Ψ_2 之间的关系。

3 结 论

文中从光栅装配误差、读数头装配误差两个方面分析了在使用光栅位移测量系统时由于装夹问题导

致的测量误差,对可能产生的位移测量误差进行了分析说明。在光栅干涉仪位移测量系统中,通过基于光栅矢量衍射理论的分析表明:当满足 Littrow 入射结构时,在横滚角、俯仰角、偏航角中横滚角 α 对测量结果不产生影响,并推导出了俯仰角 β 和偏航角 γ 对位移测量结果产生影响的表达式;当不满足 Littrow 入射结构时,激光斜入射后将会增加方位角,根据广义一维光栅方程,推导出了在方位角存在时一个更为普遍的结论,分析了系统测量误差与三个误差角 α 、 β 、 γ 以及影响入射光 P 光和 Q 光的相对状态的角度 θ_1 、 θ_2 、 Ψ_1 、 Ψ_2 之间的关系,为后续装置的改进提供理论依据。

参考文献:

- [1] Pisani M. A homodyne Michelson interferometer with sub-picometer resolution [J]. *Measurement Science and Technology*, 2009, 20(8): 084008.
- [2] Wang D, Cui J, Zhang F, et al. Review of michelson laser interferometer for micro displacement measurement [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2021, 42(1): 1-8. (in Chinese)
- [3] Hu P, Chang D, Tan J, et al. Displacement measuring grating interferometer: A review [J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2019, 20(5): 631-654.
- [4] Wang L J, Zhang M, Zhu Y, et al. A displacement measurement system for ultra-precision heterodyne Littrow grating interferometer[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(12): 2975-2985.
- [5] Li Jinpeng, Chen Lei, Fang Bo, et al. Diffraction efficiencies of phase gratings based on dynamic interferometer [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(9): 2696-2701. (in Chinese)
- [6] Seybold J, Büla A, Fritz K P, et al. Miniaturized optical encoder with micro structured encoder disc [J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(3): 452.
- [7] Zhang W, Wang Y, Du H, et al. High-precision displacement measurement model for the grating interferometer system [J]. *Optical Engineering*, 2020, 59(4): 045101.
- [8] Lu Y, Zhou C, Li S, et al. Study of a grating interferometer with high optical subdivision technique[C]//Holography, Diffractive Optics, and Applications VII. SPIE, 2016, 10022: 238-243.
- [9] Lu Y, Wei C, Jia W, et al. Two-degree-freedom displacement measurement based on a short period grating in symmetric Littrow configuration [J]. *Optics Communications*, 2016, 380: 382-386.
- [10] Liu Lin, Liu Zhaowu, Yu Hongzhu, et al. Large range and high performance grating displacement measurement technology [J]. *Metrology & Measurement Technology*, 2023, 43(1): 81-90. (in Chinese)
- [11] Hsieh H L, Lee J Y, Wu W T, et al. Quasi-common-optical-path heterodyne grating interferometer for displacement measurement [J]. *Measurement Science and Technology*, 2010, 21(11): 115304.
- [12] Zhu Y, Zhang M, Wang L, et al. Dual-frequency grating interferometer displacement measurement system: US, Patent 9885556[P]. 2018-02-06.
- [13] Zhou Guozun, Tian Weijian. Generation of cylindrical vector beams by using subwavelength grating polarizer [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2019, 48(3): 0320004. (in Chinese)
- [14] Zheng Qingquan, Wang Chunyang, Wang Zishuo, et al. Research on diffraction characteristics of liquid crystal polarization grating under oblique incidence [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(7): 20210511. (in Chinese)
- [15] Kao C F, Lu S H, Shen H M, et al. Diffractive laser encoder with a grating in Littrow configuration [J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2008, 47(3R): 1833.

Displacement measurement error of grating interferometer based on vector diffraction theory

Lei Lihua^{1,2}, Zhang Yujie^{1,2}, Fu Yunxia^{1,2*}

(1. Shanghai Institute of Measurement and Testing Technology, Shanghai 201203, China;

2. Shanghai Key Laboratory of Online Test and Control Technology, Shanghai 201203, China)

Abstract:

Objective The grating interferometer displacement measurement system, as one of the most precise measuring instruments in the measurement field, is not able to ensure the perfect assembly of the grating's attitude position during the measurement process, which makes the deviation between the grating's grating vector direction and the motion vector direction, leading to the periodic nonlinear error in the displacement measurement results. In previous studies, the assembly error of grating displacement measurement system is usually unfolded in the scalar state, ignoring the effect of incident azimuth angle on the system. Based on the grating vector diffraction theory, this paper analyses the attitude position error between the grating and the displacement stage as well as the readhead that occurs during the displacement measurement of the grating interferometer, and illustrates the possible displacement measurement error by analysing the amount of angular deviation of the three dimensions, so as to provide the theoretical basis for the improvement of the subsequent device.

Methods Ideally, the displacement measurement of a grating interferometer is based on the period of the core component, the grating. But due to the non-ideal assembly of the grating, the displacement stage, the readhead, the optics, and other system modules, there will be geometric errors in the system. The non-ideal assembly of the grating and the displacement stage, as well as the non-ideal assembly of the grating and the readhead, are the main factors leading to the geometrical error of the system. In this paper, we analyse the attitude position error between grating, displacement stage and readhead which occurs during the displacement measurement of grating interferometer, by establishing displacement coordinate system $OXYZ$ and grating coordinate system $O'X'Y'Z'$, and referring to the attitude representation method of aircraft in the field of inertial navigation. We set the roll, pitch and yaw angles of one-dimensional grating to be α , β and γ respectively, which are common in describing the assembly state of the 1D grating relative to the translation stage. By analysing the amount of angular deviation in the three dimensions based on the grating vector diffraction theory, the possible displacement measurement errors are analysed and illustrated.

Results and Discussions The results of the analyses of the grating assembly errors show that the geometrical errors caused by the non-ideal assembly of the metrology grating are mainly due to the rotational error angles β and γ around the Y' and Z' axes, while the rotation of the grating around the X' axes does not cause any additional measurement errors. It can be seen from the error expressions that error angles β and γ have the same effect on the measurement error. When analysing the readhead assembly error, it was found that the biggest difference between this and the encoder assembly error is that the readhead assembly error causes the system not to satisfy the Littrow structure, further complicating the problem. However, because of this, it explores a more general conclusion based on the generalised one-dimensional grating equations in this paper, from which the relationship between the systematic measurement error and the three error angles α , β and γ and the angles θ_1 , θ_2 , ψ_1 , ψ_2 affecting the

relative states of the incident P-light and Q-light is discussed respectively.

Conclusions This paper analyses the measurement errors caused by clamping problems when using the grating displacement measurement system from two aspects of grating assembly errors and readhead assembly errors, and provides an analytical description of the possible displacement measurement errors. In the grating interferometer displacement measurement system, the analysis based on the grating vector diffraction theory shows that, when the Littrow incidence structure is satisfied, among the roll angle, pitch angle and yaw angle, the roll angle has no effect on the measurement results, and the expressions for the effects of pitch angle and yaw angle on the displacement measurement results are derived; When the Littrow incidence structure is not satisfied, the oblique incidence of laser light increases the azimuth angle. When the Littrow incidence structure is not satisfied, the laser will increase the azimuth angle after oblique incidence. According to the generalised one-dimensional grating equation, a more general conclusion in the presence of azimuth angle is deduced, which provides a theoretical basis for the subsequent improvement of the device.

Key words: precision displacement measurement; grating interferometer; grating vector diffraction; periodic error

Funding projects: Shanghai Natural Science Foundation (21ZR1483100); Program of Shanghai Academic/Technology Research Leader (21XD1425000)